MÉMOIRES COURONNÉS

ET

MÉMOIRES DES SAVANTS ÉTRANGERS

PUBLIÉS PAR

L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

MÉMOIRES COURONNÉS

ET

MÉMOIRES DES SAVANTS ÉTRANGERS

PUBLIÉS PAR

L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

TOME XLIV.



BRUXELLES,

F. HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE,

rue de Louvain, 108.

1882

Sm

TABLE

DES

MÉMOIRES CONTENUS DANS LE TOME XLIV.

CLASSE DES SCIENCES.

CLASSE DES BEAUX-ARTS.

ÉTUDE DES ÉLASSOÏDES

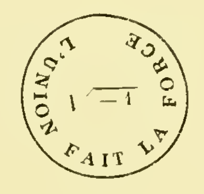
OU

SURFACES A COURBURE MOYENNE NULLE

PAR

ALBERT RIBAUCOUR,

INGÉNIEUR DES PONTS ET CHAUSSÉES, A AIX (BOUCHES-DU-RHÔNE).



(Couronné par l'Académie dans la séance publique du 16 décembre 1880.)

AVANT-PROPOS.

La classe des sciences de l'Académie royale de Belgique avait inscrit sur son programme de concours de 1880, la question suivante :

« Trouver et discuter les équations de quelques surfaces algébriques a courbure moyenne nulle. »

De toutes les applications des mathématiques il n'en est pas qui présentent plus de séductions que la théorie des surfaces; il en est peu qui soient facilement, comme elle, susceptibles d'élégance et de pittoresque. Laplace a dit : « Cependant les considérations géométriques ne doivent pas être abandonnées, elles sont de la plus grande utilité dans les arts. D'ailleurs, il est curieux de se figurer dans l'espace, les divers résultats de l'analyse; et réciproquement, de lire toutes les modifications des lignes et des surfaces, et les variations du mouvement des corps, dans les équations qui les expriment. Ce rapprochement de la géométrie et de l'analyse répand un jour nouveau sur ces deux sciences : les opérations intellectuelles de celles-ci, rendues sensibles par les images de la première, sont plus faciles à saisir, plus intéressantes à suivre; et quand l'observation réalise ces images et transforme les résultats géométriques en lois de la nature,... la vue de ce sublime spectacle nous fait éprouver le plus noble des plaisirs réservés à la nature humaine. »

La question proposée par l'Académie royale de Belgique, malgré sa limitation et son caractère particulier, présente, à un certain degré, l'intérêt éloquemment défini par Laplace : en effet, depuis qu'entre les mains d'un illustre physicien belge « la nature se fait géomètre » ; depuis que chacun

a pu réaliser les *lames minces à courbure moyenne nulle,* les plus variées, tous ceux que l'exactitude et la perfection enchantent, ne se lassent de vérifier, jusque dans ses conséquences les plus délicates, ou les plus imprévues, une des lois dérobées au monde moléculaire.

. D'un autre côté, il n'est peut-être pas, dans l'étude des surfaces, de chapitre plus attachant, dans sa simplicité, que celui où l'on traite des surfaces à courbure moyenne nulle. Depuis Lagrange, tous les géomètres, pour ainsi dire, les ont étudiées, chacun ajoutant des résultats nouveaux, soit très-généraux, soit très-particuliers, également recommandables par leur netteté ou leur élégance.

L'Académie nous excusera sans doute de prendre pour guide dans notre étude plutôt l'imagination en quête de résultats que la question même soumise au concours.

C'est un chapitre au sujet des surfaces à courbure moyenne nulle que nous écrirons, et, par surcroît, le problème posé recevra sans doute une solution suffisamment développée.

Nous ne pouvons mieux faire, pour indiquer dans quel ordre d'idées nous entraînons le lecteur, que de relater dans un historique rapide, les contributions successives à la théorie qui nous occupe, apportées par les géomètres, comme autant de phrases d'un poëme facile, mais séduisant.

Lagrange, le premier, a montré que, par un contour fixe, il passe des surfaces moins étendues que toutes les surfaces voisines.

Monge, en étudiant « les surfaces dont les rayons de courbure sont toujours égaux entre eux et de signes contraires, » trouva l'équation aux différentielles partielles des surfaces à étendue minima.

Le premier il en donna l'intégrale générale, mais sous une forme compliquée d'imaginaire, qui ne le satisfaisait pas, et qui surtout ne lui paraissait pas susceptible de conduire à la construction géométrique qu'il considérait comme le complément indispensable d'une étude achevée. Voici comment il pose un problème bien digne d'intérêt, en lui-même et par son origine : « Il

s'agirait actuellement de construire cette intégrale, ou, ce qui revient au même, de trouver la génération de la surface. La seule construction à laquelle nous soyons encore parvenu, procède par courbes, infiniment voisines, ... mais elle ne peut être d'aucune utilité dans la pratique. Nous allons néanmoins la rapporter, parce qu'elle pourra donner lieu à des efforts plus heureux. »

Les premières surfaces à étendue minima étudiées le furent par Meusnier qui fit connaître celle qui est de révolution, appelée depuis *alysséïde*, par Bour, et la surface de vis à filet quarré. La considération des lignes asymptotiques, introduite par Ch. Dupin, vint donner un attrait nouveau aux surfaces qui nous occupent; car leurs lignes asymptotiques sont rectangulaires.

M. Catalan fit voir que seule la surface de vis à filet quarré est à la fois gauche et à étendue minima.

M. O. Bonnet démontra, dans une série d'études importantes : 1° qu'on peut faire la carte d'une surface à étendue minima sur la sphère, les angles étant conservés; 2° que les lignes de courbure et les asymptotiques de ces surfaces sont isométriques ainsi que leurs images sphériques; 3° que si l'on cherche les surfaces de la famille admettant une ligne sphérique donnée pour image de ligne de courbure ou d'asymptotique, on obtient deux surfaces minimas, applicables l'une sur l'autre; 4° que l'on peut écrire l'intégrale des surfaces admettant pour ligne de courbure, asymptotique ou géodésique, un contour déterminé.

Le théorème de M. Bonnet, sur les deux surfaces *minimas*, est doublement intéressant, parce qu'il donne un exemple de surfaces applicables, et surtout de deux surfaces dont les lignes de courbure de l'une correspondent aux lignes asymptotiques de l'autre.

Il faut ajouter que M. Bonnet a fait connaître les surfaces minimas dont toutes les lignes de courbure sont planes; il a indiqué comment on pourrait former des surfaces, de la famille, algébriques; enfin il a montré comment on pouvait éliminer les imaginaires de l'intégrale, et donné des exemples particuliers.

M. Catalan se proposait, au même moment, de former des exemples simples de surfaces minimas. Il indiqua plusieurs surfaces algébriques dégagées des généralités dont la particularisation seule constitue l'intérêt. Mais il faut signaler surtout parmi des surfaces construites élégamment par M. Catalan, celle qui présente une double génération par des paraboles et des cycloïdes. On verra, par la suite, comment le rapprochement de cette surface remarquable de l'alysséïde qui admet parallèlement une double génération par des cercles et des chaînettes, nous a amené à trouver une singulière propriété, tout à fait générale, d'ailleurs, des surfaces à l'étude.

Il convient, en outre, d'observer que cette surface est la première de la famille, transcendante, mais sur laquelle on ait pu tracer des lignes algébriques. M. Schwartz a tiré grand parti de cet exemple, et nous aurons l'occasion de montrer comme il est profitable d'en chercher de semblables.

Nous ne passerons pas sous silence une remarque de M. J. Serret, fort importante malgré son apparence de simple curiosité : ce géomètre a fait voir que certaines développables imaginaires doivent être considérées comme des surfaces à étendue minima. C'était un retour inconscient à l'intégrale de Monge et la clef du problème dont il avait laissé la solution à de plus heureux.

M. Mathet, parmi les géomètres français, donna une construction différentielle des surfaces minimas les plus générales, mais sans prétendre à la construction intégrale.

Les études sur la déformation des surfaces mirent en lumière de nouvelles propriétés : Bour fit voir qu'une surface minima peut être déformée sans perdre son caractère de minimum; déjà M. O. Bonnet en avait donné un exemple cité plus haut. Bour montra qu'il est une infinité de surfaces minimas applicables sur des surfaces de révolution; il parvint même à donner leur intégrale, mais sans particulariser; il montra que de toutes les surfaces, la plus simple au point de vue de la déformation est l'allyséïde, à la fois minima et de révolution.

Il est très-remarquable que les surfaces caractérisées par une condition de

minimum le long d'un contour déterminé jouissent d'une définition ponctuelle indépendante de ce contour. Ce fait devait amener à reconnaître que le minimum considéré n'est pas absolu et que par un contour donné on peut faire passer une infinité de surfaces minimas. On attribue à Björling le mérite d'avoir établi que si le long du contour on fixe les plans tangents, la surface minima est entièrement définie. MM. O. Bonnet et Catalan ont, d'ailleurs, dans leurs mémoires *précités*, appliqué fréquemment ce lemme.

Quoi qu'il en soit, un problème, plus assujetti que celui de Monge, résulte de cette remarque : *construire géométriquement la surface minima inscrite à une développable donnée, le long d'un contour tracé sur cette surface.* Que si le problème analytique ne présente pas de difficultés réelles, tant que l'on reste dans la généralité, la question géométrique, à raison même du caractère de minimum qui la domine, présente un intérêt indiscutable. Nous montrerons comment elle reçoit une entière solution par l'introduction d'une idée féconde due à M. Moutard, je veux parler de la correspondance par orthogonalité des éléments.

Un autre problème tout aussi précis s'impose également : puisque, cette fois, la surface est minima minimorum, son aire, limitée au contour, est *unique* et sa mesure doit résulter uniquement des éléments du contour. Un très-beau théorème de Riemann a répondu à ce *desideratum*. Il en est de ce résultat comme de tous ceux qui sont marqués au coin de la simplicité; les considérations les plus simples (*à posteriori*) permettent de les rétablir. Nous en rattacherons la démonstration aux idées de Gauss, en essayant une ébauche d'exposé simplement géométrique de la théorie des surfaces minimas.

Si les premiers géomètres qui s'occupèrent des surfaces minimas tendirent aux résultats généraux, leurs successeurs devaient s'attacher à particulariser et à simplifier; les admirables expériences de M. Plateau devaient amener, d'ailleurs, à des recherches plus précises, et, la satisfaction de voir façonner, par la nature, des surfaces dont la discussion est parfois hérissée de diffi-

cultés; de lui voir tracer toutes les singularités calculées, conduisirent à les isoler dans des exemples assujettis à diverses conditions de simplicité maxima.

M. Schwartz se proposa de trouver les surfaces minimas admettant une géodésique plane donnée; Henneberg fit remarquer, le premier, que si la géodésique est la développée d'une courbe algébrique, la surface minima est algébrique.

Geiser démontra que ces surfaces ne coupent le plan de l'infini que suivant des droites.

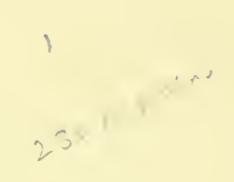
Enfin Weierstrass a donné une méthode pour trouver toutes les surfaces à étendue *minima*, algébriques et réelles.

Enneper a fait connaître une surface du neuvième degré et de sixième classe, extrêmement remarquable, qui peut, par exemple, être déformée d'une infinité de façons, tout en restant identique à elle-même.

Depuis que l'Académie royale de Belgique a posé ce problème qui fait l'objet de notre étude, un géomètre du plus grand mérite a successivement publié un grand nombre de beaux résultats sur les surfaces *minimas :* M. Sophus Lie a donné la véritable solution du problème de Monge; il a montré que les surfaces à courbure moyenne nulle sont de deux façons des surfaces moulures; il a en outre donné, du problème de Björling, une solution s'appliquant à des cas particuliers intéressants. Enfin il a discuté quelles sont les surfaces minimas d'ordre et de classe déterminés.

Les résultats de M. Sophus Lie viennent ôter le plus grand intérêt à nos recherches. S'il nous a été pénible, après avoir cherché et trouvé la solution du problème de Monge et de bien d'autres, de recevoir les communications du très-savant géomètre de Christiania, nous n'avons pas moins résolu de transmettre à l'Académie royale de Belgique nos recherches en développant surtout ce qui s'écarte des propriétés publiées.

C'est ce qui doit justifier les écarts du mémoire, en dehors de la question posée par l'Académie.



ÉTUDE DES ÉLASSOÏDES

OU

SURFACES A COURBURE MOYENNE NULLE.

CHAPITRE I.

LOCUTIONS EMPLOYÉES. — PROCÉDÉS DE DÉMONSTRATION. — PÉRIMORPHIE. PROGRAMME.

§ 1.

Définition du mot élassoïde.

Il faut commencer par s'entendre au sujet des locutions employées dans ce mémoire. Il n'est pas commode d'employer constamment l'expression de *surface à courbure moyenne nulle* ni même celle de *surface minima*, que les Allemands ont adoptée, sous le vocable de « Minimälfläche ». D'ailleurs ce terme est impropre, en général, l'aire de la surface n'étant pas, le plus souvent, un minimum absolu.

Nous emploierons le mot *Élassoïde* formé des deux mots grecs ἐλασσων (comparatif de μικρος) et de ειδος (apparence). La substitution de l'*o* à l'*é* est consacrée par l'usage. Nous dirons donc, conformément à l'avis de Terquem,

un élassoïde. Cette locution nous paraît réunir les deux avantages d'être régulièrement établie et surtout d'être brève.

A l'exemple de M. O. Bonnet nous dirons que deux *élassoïdes* sont *conjugués* quand ils sont applicables l'un sur l'autre et que les lignes de courbure de l'un correspondent aux asymptotiques de l'autre.

§ 2.

Locutions employées.

La plupart des géomètres appellent *congruence* de droites, une famille de droites analogues aux normales d'une surface et telles que, par un point de l'espace, choisi arbitrairement, il passe *une* droite de la congruence.

Les *focales* de la congruence sont deux surfaces, réelles ou imaginaires, qui sont touchées par chacune des droites de la famille.

Les droites d'une congruence, qui rencontrent une courbe donnée, forment une *surface élémentaire*. Les surfaces élémentaires développables forment deux familles, ce sont les *surfaces principales* de la congruence.

Ces dénominations sont usuelles. Nous conviendrons d'appeler *développée* d'une *congruence de normales* les deux nappes focales de cette congruence prises dans leur ensemble; c'est le lieu des centres de courbure principaux d'une famille de surfaces parallèles.

Sur une droite de la congruence, le point milieu du segment qui se limite aux deux foyers sera le *point moyen*. Le lieu de ces points pour toute congruence sera la *surface moyenne*.

Le plan perpendiculaire à une droite de la congruence, et mené par le *point moyen* situé sur cette droite, sera le *plan moyen*. Tous les plans moyens, relatifs aux droites d'une congruence, touchent une même surface que nous appellerons l'*enveloppée moyenne*. Ce sera la *développée moyenne*, si la famille de droites est une *congruence de normales*.

Nous aurons à considérer des congruences dans leurs rapports avec une surface déterminée : nous dirons qu'une congruence de droites est *harmonique par rapport à une surface* (A), si les surfaces principales de la congruence découpent, sur (A), un réseau conjugué.

Lorsqu'une *congruence de normales* sera *harmonique* par rapport à une surface (A), nous dirons qu'elle constitue une *congruence de Dupin* (par rapport à cette surface), rappelant ainsi le nom de Charles Dupin qui, le premier, a considéré des familles de droites de cette espèce.

Il nous reste à rappeler les termes du vocabulaire, adopté dans la géométrie des imaginaires, dont nous ferons un constant usage.

L'*ombilicale* est le cercle imaginaire commun à toutes les sphères et situé dans le plan de l'infini.

Une *droite isotrope* se dira de toute droite rencontrant l'ombilicale.

Un *plan isotrope* se dira de tout plan tangent à l'ombilicale.

Une *développable isotrope* se dira de toute développable qui contient l'ombilicale.

Une *ligne isotrope*, ou ligne de *longueur nulle*, sera une courbe, arête de rebroussement d'une développable isotrope, dont, par conséquent, toutes les tangentes seront des droites isotropes.

Enfin nous appellerons *congruence isotrope* une famille de droites dont les surfaces focales sont des développables isotropes. Ces congruences seront réelles toutes les fois que les deux développables isotropes focales seront imaginaires conjuguées.

Ajoutons qu'un réseau de lignes orthogonales (u), (v), tracées sur une surface, sera isométrique toutes les fois que le carré de l'élément linéaire de la surface rapportée aux lignes (u), (v), pourra s'écrire

$$dS^2 = \lambda^2(du^2 + dv^2),$$

en particularisant convenablement les variables u et v.

On appelle *image sphérique* d'une surface, en général, la représentation sur la sphère de cette surface (le mode de correspondance étant le parallélisme des plans tangents de la sphère et de la surface aux points correspondants). On considérera de la sorte les images sphériques des lignes de courbure, des lignes asymptotiques, etc.

§ 3.

Définition de la périmorphie comme procédé de démonstration.

Les procédés de démonstration que nous emploierons uniformément dans notre étude analytique se rapportent à une méthode particulière que l'on a désignée par un néologisme imagé en l'appelant la *périmorphie*. Dans cette géométrie, l'origine des coordonnées est remplacée par une surface dite *de référence*, et les axes de coordonnées sont simplement définis, en chaque point de la surface de référence, par des relations où figurent les coordonnées superficielles u et v (à la façon de Gauss) du point, considéré comme origine instantanée.

Dans cette étude, nous considérerons toujours, comme base de nos calculs, un réseau orthogonal des courbes (u), (v) tracé sur une surface de référence (O) : les courbes (u) correspondront aux différentes valeurs du paramètre u, de même, les courbes (v) correspondront aux différentes valeurs du paramètre v.

Le quarré de l'élément linéaire de la surface de référence (O) s'écrira, comme d'habitude :

$$dS^2 = f^2du^2 + g^2dv^2.$$

Ceci posé, les axes de coordonnées instantanés seront toujours en un point $O(u, v)$ (c'est-à dire en un point O défini par les valeurs u et v des paramètres) : 1° OX tangente à la courbe (v); 2° OY tangente à la courbe (u); 3° OZ normale à la surface. Les trois axes seront ainsi rectangulaires.

Les calculs de *périmorphie* réclament l'emploi constant de six formules que nous allons transcrire en les définissant.

§ 4.

Six formules fondamentales de périmorphie.

En *périmorphie*, on se donne, à chaque instant, les coordonnées ξ, η, ζ d'un point M variable avec le point O, coordonnées mesurées sur les axes OX, OY, OZ. Ces coordonnées sont des fonctions de u et v. Lorsque l'on donne à

ces paramètres les accroissements du et dv, l'origine se transporte en O' et le point correspondant de l'espace sera un certain point M' défini par les coordonnées

$$\xi + \Delta\xi, \quad \eta + \Delta\eta, \quad \zeta + \Delta\zeta,$$

comptées sur les axes nouveaux O'X', O'Y', O'Z'. Mais l'élément MM', projeté sur les trois axes primitifs, donne lieu à trois longueurs, fonctions de u, v, du et dv.

Suivant l'axe OX, on a

$$\Delta X = du\left(f + \frac{d\xi}{du} + \frac{df}{gdv}\eta + P\zeta\right) + dv\left(\frac{d\xi}{dv} - \frac{dg}{fdu}\eta - gD\zeta\right),$$

suivant l'axe OY, on a

$$\Delta Y = du\left(\frac{d\eta}{du} - \frac{df}{gdv}\xi - fD\zeta\right) + dv\left(g + \frac{d\eta}{dv} + \frac{dg}{fdu}\xi + Q\zeta\right), \quad \ldots \quad (1)$$

suivant l'axe OZ, on a

$$\Delta Z = du\left(\frac{d\zeta}{du} - P\xi + fD\eta\right) + dv\left(\frac{d\zeta}{dv} - Q\eta + gD\xi\right).$$

Telles sont les trois formules fondamentales de la géométrie considérée. Trois autres formules, également nécessaires, s'en déduisent immédiatement :

Soient X', Y', Z' les coordonnées d'un point de l'espace, par rapport au trièdre instantané O', X', Y', Z' défini ci-dessus; soient, d'un autre côté, X, Y, Z les coordonnées du même point par rapport au trièdre primitif O, X, Y, Z. On a

$$\left.\begin{aligned} X' - &= fdu + X + Y\left(-\frac{df}{gdv}du + \frac{dg}{fdu}dv\right) + Z(-Pdu + gDdv), \\ Y' &= -gdv + X\left(-\frac{dg}{fdu}dv + \frac{df}{gdv}du\right) + Y + Z(-Qdv + fDdu), \\ Z' &= X(Pdu - gDdv) + Y(Qdv - fDdu) + Z. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (2)$$

Ces formules contiennent cinq coefficients : f et g déjà définis, P, Q, D tels que :

$-\frac{f}{P}$ représente le rayon de courbure de la section normale tangente à OX;

$-\frac{g}{Q}$ représente le rayon de courbure de la section normale tangente à OY;

$-\frac{1}{D}$ représente le paramètre de déviation relatif aux deux directions rectangulaires OX, OY (Bertrand).

§ 5.

Équations de Codazzi.

Ces cinq coefficients sont liés par trois équations célèbres, dites équations de Codazzi, auxquelles il faut constamment recourir :

$$\left.\begin{aligned} PQ - fgD^2 + \frac{d}{dv}\left(\frac{df}{gdv}\right) + \frac{d}{du}\left(\frac{dg}{fdu}\right) = 0,\\ \frac{dP}{dv} + g\frac{dD}{du} + 2\frac{dg}{du}D - \frac{df}{gdv}Q = 0,\\ \frac{dQ}{du} + f\frac{dD}{dv} + 2\frac{df}{dv}D - \frac{dg}{fdu}P = 0. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Les trois groupes d'équations que nous venons de décrire constituent les bases de la *périmorphie*. Quant aux procédés, il serait oiseux de les résumer, ils s'indiqueront d'eux-mêmes par les applications que nous en ferons dans le cours de ce mémoire; la simplicité qui les caractérise permettra de les exposer, le plus souvent, en détail.

§ 6.

Programme des recherches comprises dans ce mémoire.

Il nous reste à indiquer le programme des recherches successivement exposées dans ce mémoire.

Nous avons cru qu'il convenait de rappeler rapidement, mais d'une façon synthétique et pour ainsi dire évidente, les résultats connus. L'Académie nous permettra de commencer notre étude par un rapide exposé géométrique qui, nous l'espérons, intéressera une assemblée où la théorie qui nous occupe a reçu de si belles contributions.

Ce sera l'objet du *second chapitre et du troisième*.

Voici, d'une façon très-sommaire, la composition des autres chapitres.

Chapitre IV. Des congruences isotropes, des surfaces d'about; la surface moyenne est le lieu des lignes de striction des surfaces élémentaires; l'enveloppée moyenne est un élassoïde.

Chapitre V. Des congruences isotropes qui donnent lieu au même élassoïde central; construction directe donnant toutes les congruences satisfaisantes en fonction d'une première congruence isotrope.

Chapitre VI. Toute congruence isotrope est définie par une seule surface élémentaire; construction des éléments de l'élassoïde central à l'aide d'une surface élémentaire donnée. Construction ponctuelle d'un élassoïde en utilisant deux lignes de longueur nulle.

Chapitre VII. Tout élassoïde est le lieu d'une ∞^3 de courbes lieux des centres de courbure de courbes gauches, qui sont les lignes doubles de toutes les congruences isotropes satisfaisantes.

Chapitre VIII. Étude des surfaces moyennes des congruences isotropes; elles s'introduisent en géométrie cinématique; elles correspondent par orthogonalité des éléments à la sphère. Sur l'élassoïde moyen et la surface moyenne les asymptotiques se correspondent; relations entre les courbures des deux surfaces. Une surface moyenne ne peut être élassoïde sans être une surface de vis à filet quarré.

Chapitre IX. Formules générales de représentation sphérique. Élassoïdes groupés, dérivés d'un réseau isométrique de la sphère; ils sont applicables sur l'un d'entre eux.

Chapitre X. Définition des élassoïdes conjugués, des élassoïdes stratifiés. Deux surfaces qui se correspondent par orthogonalité et égalité des éléments sont deux élassoïdes conjugués.

Chapitre XI. Solution du problème de Björling. Définition de contours conjugués. Une surface gauche arbitraire définit deux contours conjugués. Contours correspondants à une ligne plane.

Chapitre XII. Calculs au sujet de la dérivation des élassoïdes du plan. Élassoïdes transcendants à lignes algébriques.

Chapitre XIII. Lignes de courbure des élassoïdes. Exemples de lignes algébriques ou dépendant des fonctions elliptiques.

Chapitre XIV. On peut mettre simultanément sur un élassoïde les courbes pour lesquelles $R = \pm k\rho$. Recherche de ces courbes; élassoïdes qui les admettent pour géodésiques. Lignes algébriques.

Chapitre XV. Nouvelles propriétés des congruences isotropes dérivées du plan. Courbes de contact de cônes dont les sommets sont en ligne droite. Nouvelle définition des élassoïdes.

Chapitre XVI. Propriétés des lignes de niveau des élassoïdes groupés; rotation des lignes de niveau par déformation.

Chapitre XVII. Propriété caractéristique des congruences composées des génératrices d'une famille de quadriques homofocales.

Chapitre XVIII. Recherche des élassoïdes algébriques passant par un cercle.

Chapitre XIX. Étude des élassoïdes dérivés des quadriques à centre, homofocales.

Chapitre XX. Étude des élassoïdes dérivés des paraboloïdes du deuxième ordre, homofocaux.

Chapitre XXI. Recherche des élassoïdes applicables sur des surfaces de révolution. Équations des élassoïdes du neuvième et du douzième ordre.

Chapitre XXII. Énoncé de plusieurs propriétés relatives aux élassoïdes. Renvoi à la théorie de la correspondance par orthogonalité des éléments. Généralisations se rattachant plus directement à la théorie des couples de surfaces applicables l'une sur l'autre. Sur le problème de la correspondance de deux surfaces par correspondance des plans tangents et des lignes isotropes.

Chapitre XXIII. Conclusions : *Desiderata* de l'étude entreprise et résultats obtenus.

Telles sont les lignes principales de l'étude que nous allons maintenant détailler.

CHAPITRE II.

CONSIDÉRATIONS GÉOMÉTRIQUES DIRECTES AU SUJET DES ÉLASSOÏDES.

§ 7.

En chaque point d'un élassoïde la courbure moyenne est nulle.

L'existence des élassoïdes se déduit du problème posé pour la première fois par Lagrange : *trouver la surface à étendue minima limitée à un contour déterminé.*

Soit (C) un contour fermé, gauche. Admettons qu'il existe une surface (O), passant par (C), ne présentant à l'intérieur aucune nappe infinie et jouissant du caractère de minimum; celui-ci sera réalisé si toute surface (O′), infiniment voisine de (O), et passant comme elle par le contour (C), a une étendue comprise à l'intérieur du contour ne différant de l'étendue correspondante de la surface (O) que par un infiniment petit du second ordre (les quantités qui mesurent l'écart des surfaces (O) et (O′) étant des infiniment petits du premier ordre).

Il importe d'observer que le mode de correspondance des surfaces (O) et (O′) est arbitraire; il doit simplement satisfaire à ces conditions, qu'aux points correspondants les plans tangents fassent entre eux des angles infiniment petits du premier ordre et que le contour (C) se corresponde à lui-même sur les deux surfaces. En particulier, le long de ce contour, les plans tangents correspondants doivent faire des angles infiniment petits du premier ordre.

Ces restrictions préalables vont montrer tout à l'heure pourquoi la solution du problème de Lagrange n'est réellement jamais obtenue.

Puisque le mode de correspondance des surfaces (O) et (O′) est arbitraire, il est naturel d'avoir recours au suivant : prendre comme points correspondants a' et a deux points de (O′) et de (O) situés sur une même normale à (O). Il est clair que si (O) et (O′) n'ont pas de nappes infinies et sont infiniment voisines, les restrictions obligatoires sont observées.

Ceci posé, traçons sur (O) un petit contour fermé (a) et, tout le long, menons les normales à la surface (O) : elles vont découper, sur (O′), un contour fermé (a'), correspondant à (a). La longueur aa' du segment compté sur la normale et limitée aux deux surfaces, pour tous les points du contour, est un infiniment petit du premier ordre ; sa valeur moyenne peut donc s'écrire $H.d\rho$ (où H est une fonction finie). Désignons donc par $d(a)$ l'aire du contour (a), par $d\theta$ l'aire sphérique (entendue à la façon de Gauss) de ce même contour ; enfin soient R_1 et R_2 les rayons de courbure principaux de (O) pour un point moyen pris à l'intérieur du contour (a).

D'après un théorème de Gauss, on a

$$d(a) = R_1 . R_2 d\theta,$$

à une quantité infiniment petite près, par rapport à $d(a)$.

De même façon :

$$d(a') = (R_1 + H d\rho)(R_2 + H d\rho)\frac{d\theta}{\cos i},$$

si i désigne l'angle des plans tangents en a et a'. Mais on doit écrire :

$$d(a') = d(a) + \Delta d(a)$$

et comme l'angle i est infiniment petit du premier ordre, on est en droit d'écrire, au degré d'approximation précité

$$\frac{\Delta d(a)}{d\theta} = (R_1 + R_2) . H d\rho + H^2 d\rho^2.$$

Ceci s'applique à deux surfaces infiniment voisines quelconques, et l'on voit que $\Delta d(a)$ est ainsi du troisième ordre infinitésimal, en général.

Dès lors, l'intégrale des éléments semblables étendue jusqu'au contour (C) sera en général une quantité infiniment petite du premier ordre.

Or, si le minimum a lieu, il faut que cette quantité soit infiniment petite du second ordre, et le terme correspondant de $\Delta d(a)$ doit disparaître.

On doit donc avoir, tout d'abord,

$$R_1 + R_2 = 0.$$

Ainsi, *la première condition du minimum est qu'en chaque point de la surface minima, les rayons de courbure principaux soient égaux et de signes contraires.*

Cette condition équivaut à l'équation différentielle des élassoïdes; comme elle lie deux éléments de courbure, l'équation est du second ordre et par conséquent son intégrale générale ne comporte que deux fonctions arbitraires distinctes (on verra plus loin le parti qu'il faut tirer de cette remarque).

§ 8.

Aire d'une portion d'élassoïde (INTÉGRALE DE RIEMANN).

Afin de pousser plus avant la solution du problème de Lagrange il importe de chercher à évaluer immédiatement l'aire dont on demande le minimum; les considérations qui précèdent rendent cette recherche facile.

Considérons en effet une famille d'élassoïdes se succédant par variations insensibles, commandées par celles d'un paramètre, et soient (O) et (O') deux élassoïdes infiniment voisins. Soient (α) et (α') deux contours fermés, correspondants, tracés sur ces deux surfaces, (A) et $(A) + \Delta(A)$ les aires limitées à ces contours. Quelle que soit la loi de variation des élassoïdes, il est facile de trouver une expression géométrique de $\Delta(A)$. Si, en effet, le long de (α), nous menons au premier élassoïde la *normalie* qu'il détermine, cette surface gauche trace sur (O') un contour fermé (α''), et, d'après ce qui a été dit plus haut, l'aire de (O'), limitée au contour (α''), ne diffère de l'aire de (O), limitée au contour (α), que d'une quantité infiniment petite du second ordre (l'aire étant finie). Par conséquent la variation $\Delta(A)$ est représentée, à un infiniment petit du second ordre près, par la couronne comprise entre les

contours (α') et (α''). Ce qui précède indique suffisamment ce qu'il y aurait lieu de compter positif ou négatif si les contours se rencontraient.

Ceci posé, comme on est maître de considérer telle loi de variation des élassoïdes que l'on veut, il convient, pour la recherche de l'aire, de prendre la loi de variation la plus simple, savoir celle de la similitude : dans cette hypothèse, si k est le paramètre de similitude, on aura

$$(A) + \Delta(A) = (A)(1 + dk)^2 = (A)(1 + 2dk + dk^2),$$

donc, au degré d'approximation requis,

$$\Delta(A) = 2.dk(A);$$

si donc l'on parvient à calculer l'aire du ruban compris entre (σ') et (α''), la valeur de l'aire (A) en résultera.

Prenons pour pôle de similitude un point de l'espace S, soit P le plan tangent à la surface (O'), au point a', T la tangente au contour (α); projetons le point a'' en β sur a'T et S en B sur cette même droite. Il est clair que, si $d\sigma$ désigne l'élément de courbe (a'), on a, pour l'élément d'aire du ruban limité aux contours (a'), (α''),

$$d\sigma . a''\beta.$$

Si ω est l'angle du plan P et du plan contenant la droite T et le point S, on a

$$a''\beta = a\beta . \cos\omega.$$

Mais la similitude des triangles SB a' et $a\beta a'$ donne

$$a\beta = \mathrm{SB} \cdot \frac{aa'}{\mathrm{S}a'}.$$

D'un autre côté :

$$\frac{aa'}{\mathrm{S}a'} = \frac{dk}{1 + dk},$$

par conséquent on peut écrire :

$$\Delta(A) = 2dk(A) = \int d\sigma . \mathrm{SB} \cos\omega dk,$$

il en résulte

$$(A) = \int \frac{d\sigma . SB}{2} \cos \omega.$$

C'est l'expression donnée par Riemann.

L'élément de l'intégrale n'est autre chose que la projection du triangle infinitésimal $a'a'_1S$ sur le plan tangent en a' à l'élassoïde.

§ 9.

Aire d'une portion finie d'élassoïde inscrite à un cône.

Signalons en passant le cas où ω est constant tout le long du contour (α) : *Lorsqu'un élassoïde coupe, sous un angle constant, un cône et lorsque la portion de surface comprise dans le contour d'intersection est fermée, sans nappes infinies, l'aire de cette portion de surface est proportionnelle à celle de la surface du cône limitée au même contour et au sommet.*

Dans le cas où le cône est tangent à l'élassoïde, les deux surfaces sont équivalentes.

L'intégrale donnée ci-dessus montre tout d'abord que l'aire d'un élassoïde, et par conséquent la surface elle-même, dépendent non-seulement du contour donné (α), mais encore des plans tangents en chacun des points de ce contour. Il y a donc une infinité d'élassoïdes passant par un contour donné.

Il convient de poser, avec Björling, le problème de la construction d'un élassoïde circonscrit à une développable déterminée le long d'un contour tracé sur celle-ci.

§ 10.

Intégrale invariante le long d'un contour fermé.

Remarquons, d'un autre côté, que si la considération d'homothétie a disparu de l'intégrale, celle du point fixe dans l'espace a persisté, quoique l'aire de l'élassoïde soit indépendante de ce point choisi arbitrairement. Il

en résulte que l'expression

$$\int \frac{d\sigma \,.\, \mathrm{SB}}{2} \cdot \cos\omega$$

étendue à un contour fermé tracé sur une développable, est *invariante,* quelle que soit la position du point fixe S dans l'espace.

On trouvera l'expression de l'aire d'une portion d'élassoïde quand on saura trouver une famille d'élassoïdes dont les surfaces varieront proportionnellement, et il n'est pas besoin pour cela que les élassoïdes soient tous semblables et semblablement placés.

§ 11.

Définition des problèmes de Monge et de Björling.

Au point où nous en sommes arrivé, on comprend que le problème de Lagrange (*faire passer par un contour donné une surface d'aire minima*) sera susceptible de solution, seulement quand on saura construire tous les élassoïdes passant par un contour et ne présentant *pas de nappes infinies à l'intérieur de ce contour*. Ainsi est-on amené, par la nécessité, à résoudre successivement les problèmes de Monge et de Björling, savoir :

Problème de Monge : *Construire toutes les surfaces à courbure moyenne nulle* (élassoïdes), *c'est-à-dire en chaque point desquelles les rayons de courbure principaux sont égaux et de signes contraires.*

Problème de Björling : *Construire l'élassoïde circonscrit à une surface développable donné, le long d'un contour déterminé.*

Leur solution fera l'objet des chapitres qui vont suivre.

CHAPITRE III.

SOLUTION DU PROBLÈME DE MONGE.

---

§ 12.

Sur un élassoïde les lignes de longueur nulle sont toujours conjuguées.

Trouver un élassoïde c'est découvrir une surface telle qu'en chacun de ses points l'*indicatrice* (*) soit une hyperbole équilatère. La condition d'égalité des axes d'une conique s'exprime en disant que celle-ci passe par les *ombilics* de son plan (cercle), de même l'hyberbole équilatère dont les carrés des axes sont égaux et de signes contraires, se caractérise par ce fait que *les diamètres isotropes sont conjugués.*

Cette simple remarque conduit à cette conséquence capitale : si sur un élassoïde on trace les deux séries de *lignes isotropes,* arêtes de rebroussement des développables isotropes circonscrites à la surface, on obtient deux familles de courbes conjuguées. La réciproque n'est pas moins évidente.

En conséquence *toute développable isotrope doit être considérée comme un élassoïde.*

En effet, sur une développable une génératrice est conjuguée de toute direction tangente à la surface et qui la rencontre; elle est aussi à elle-même sa propre conjuguée.

Or, sur une développable isotrope, les deux familles de lignes isotropes coïncident entre elles et avec les génératrices; elles sont à elles-mêmes leurs

(*) Il s'agit de l'indicatrice de Charles Dupin, qui donne l'image de la variation des courbures dans chaque azimuth.

propres conjuguées, donc elles caractérisent les élassoïdes. Ainsi se trouve, au début de cette étude, le résultat mis en lumière, pour la première fois, par M. J. Serret (*Journal de Liouville*, t. XI, 1846) et dont nous déduirons presque intuitivement la solution du problème de Monge.

§ 13.

Propriétés des congruences harmoniques.

Il convient de faire un moment diversion pour rappeler quelques notions très-simples relatives aux *congruences harmoniques*.

Soient (A) et (B) deux surfaces arbitraires dont nous ferons correspondre les points par parallélisme des plans tangents. Soient A et B deux points correspondants, les droites telles que AB engendrent une *congruence harmonique*, c'est-à-dire telle que si on la décompose en ses deux familles de développables, celles-ci tracent, sur les surfaces (A) et (B), deux familles de courbes conjuguées.

La proposition sera démontrée si l'on fait voir que les indicatrices des surfaces (A) et (B) ont toujours deux diamètres conjugués parallèles. M. de la Gournerie a donné, de ceci, une démonstration réduite à l'évidence en montrant que l'on peut toujours : 1° amener les coniques à avoir même centre; 2° en réduire une de telle façon qu'elle devienne doublement tangente à l'autre; le diamètre de contact et les tangentes sont manifestement les directions cherchées.

Ainsi, dans le cas qui nous occupe, la congruence est harmonique par rapport aux surfaces (A) et (B); il est clair qu'elle l'est également par rapport à chacune des surfaces divisant, en segments proportionnels, les cordes telles que AB, surfaces correspondant à (A) et (B) par parallélisme de leurs plans tangents.

Particularisons un peu, en supposant développables les surfaces (A) et (B), que nous avions prises arbitraires.

Soient T_a et T_b les génératrices de ces deux surfaces situées dans deux plans tangents parallèles ou non, désignons par (A), (B) les arêtes de rebrous-

sement des deux développables. La congruence des droites AB existe toujours, elle se décompose en deux familles de surfaces principales qui sont les cônes ayant leurs sommets en tous les points de (A) et contenant (B), ou inversement. Les surfaces, lieux des points qui divisent les segments AB en parties proportionnelles, existent toujours, les cônes précités les découpent suivant deux familles de courbes semblables aux courbes (A) et (B), chaque famille se composant de courbes identiques. De plus (et c'est le point principal) ces familles de courbes sont conjuguées.

§ 14.

Construction ponctuelle d'un élassoïde avec deux développables isotropes.

Particularisons davantage et supposons que (A) et (B) sont deux développables isotropes.

Dans ce cas les droites T_a et T_b sont isotropes; par conséquent elles sont parallèles aux droites isotropes de tout plan parallèle à ces deux droites.

Mais les surfaces divisant en parties proportionnelles les segments tels que AB sont coupées par les cônes principaux suivant des courbes identiques (à l'homothétie près) aux arêtes de rebroussement (A) et (B), dont par conséquent les tangentes, comme celles de (A) et de (B), sont isotropes. Ces deux familles de courbes (comme dans le cas général) sont conjuguées.

On peut donc énoncer ce théorème important :

Soient (A) *et* (B) *les arêtes de rebroussement de deux développables isotropes arbitraires, si l'on joint de deux en deux les points de* (A) *et de* (B) *et que l'on divise, en parties proportionnelles, les segments ainsi obtenus, le lieu des points de division est un élassoïde.*

Or, une développable est déterminée quand on se donne deux directrices; une développable isotrope, déjà assujettie à contenir l'ombilicale, est définie par une seule autre directrice; par conséquent, une développable de cette nature correspond à une fonction arbitraire

Ainsi la construction que nous venons de donner des élassoïdes contient deux fonctions arbitraires, elle conduit donc (d'après une remarque du chapitre précédent) à l'intégrale générale du problème de Monge.

Les élassoïdes sont donc, de deux manières, des surfaces *moulures;* les profils sont imaginaires. Les surfaces peuvent pourtant être réelles, mais à condition que les développables isotropes (A) et (B) seront imaginaires conjuguées. En conséquence les élassoïdes réels ne contiennent, dans leur définition, qu'une seule fonction arbitraire.

Nous montrerons plus loin comment nous avions été amené au résultat qui précède avant de lire, dans le *Bulletin des sciences mathématiques* (novembre 1879), le résumé des mémoires de M. Sophus Lie.

§ 15.

Construction ponctuelle d'un élassoïde dérivé de deux élassoïdes.

Si, dans ce qui précède, on prend pour (A) et (B) deux élassoïdes se correspondant par parallélisme de leurs plans tangents, les surfaces divisant, en segments proportionnels, le segment variable AB sont encore des élassoïdes, puisque les traces principales de la congruence sur chacune de ces surfaces ont leurs tangentes parallèles aux droites isotropes des plans tangents en A et B à (A) et (B) et qu'en outre ces directions sont conjuguées.

C'est même en faisant cette observation que nous avons été conduit à particulariser les surfaces (A) et (B) dont la définition comporte en apparence quatre fonctions arbitraires, mais dont en réalité deux sont surabondantes.

§ 16.

Élassoïdes stratifiés.

Deux développables isotropes arbitraires et arbitrairement placées dans l'espace, donnent lieu à une famille d'élassoïdes que nous nommerons *stratifiés* pour rappeler qu'ils se correspondent par parallélisme de leurs

plans tangents. Ces élassoïdes jouissent de propriétés fort singulières; elles seront développées dans un chapitre spécial. Ils comprennent comme limites les deux surfaces développables (A) et (B) qui ont servi à les engendrer. Chacun des élassoïdes de la famille se distingue par la valeur d'un coefficient afférent au rapport de division du segment AB, mais il est bien clair qu'on ne particularise en aucune façon en supposant le coefficient égal à *un* puisque les deux fonctions arbitraires caractérisant la généralité de la définition restent générales. En conséquence on peut dire que *tout élassoïde est le lieu des milieux des segments de droites limités à la rencontre de deux lignes de longueur nulle.*

Il peut se faire que les deux lignes (A) et (B) soient *identiques*, c'est-à-dire appartiennent à une même courbe; dans ce cas, nous dirons, avec M. Sophus Lie, que l'élassoïde est double.

§ 17.

Le plan de l'infini coupe un élassoïde seulement suivant des droites.

Nous déduirons de ce qui précède une seule conséquence : *la section d'un élassoïde, par le plan de l'infini, se compose de droites* (résultat énoncé depuis longtemps par Geiser).

Il est clair en effet qu'on peut substituer aux définitions données précédemment la suivante :

Tout élassoïde est le lieu d'un point associé sur les droites AB rencontrant deux lignes de longueur nulle (A) et (B), au point de l'infini, et tel que le rapport anharmonique des deux points associés et des points A et B ait une valeur constante.

Dans ces conditions, un point de l'élassoïde, situé à l'infini, correspond à deux points de (A) et (B) également situés à l'infini; dès lors, le point de rencontre de la droite AB, avec le plan de l'infini, est indéterminé, par conséquent la droite, tout entière, appartient à l'élassoïde.

Nous ne poursuivrons pas dans cette voie les belles conséquences que M. Lie

a développées avec un grand talent; désireux d'aborder des considérations nouvelles, nous n'entrerons pas dans la discussion des nombres déterminant le degré et la classe d'un élassoïde, en fonction des nombres caractéristiques de la classe, du degré, du rang et des singularités à l'infini, des développables isotropes (A) et (B).

En terminant ce chapitre, observons que si le problème de Monge est, ainsi, complétement résolu, la solution n'est pas dépourvue d'imaginaires. Bien que ce *desideratum* paraisse aujourd'hui assez oiseux, nous montrerons plus loin comment on y satisfait par la considération des congruences isotropes.

CHAPITRE IV.

DES CONGRUENCES ISOTROPES.

Si nous écrivions un traité didactique, nous serions amené à résoudre en ce moment et par des procédés synthétiques, le problème de Björling, mais il nous paraît préférable de suivre la marche d'invention plus féconde en aperçus *latéraux* et par conséquent susceptible, mieux qu'une synthèse étroite, de faire apprécier les nombreuses attaches géométriques de problèmes relatifs aux élassoïdes. A ce point de vue, il ne sera pas indifférent, à raison de la nouveauté et de la précision des résultats, d'indiquer les considérations qui nous ont conduit à l'*étude des congruences isotropes* laquelle fera plus spécialement l'objet de ce chapitre. Nous supprimons d'ailleurs toute démonstration des résultats étrangers à l'étude proprement dite.

§ 18.

Courbes symétriques par rapport aux plans tangents d'une surface le long d'une courbe unique, correspondant aux premières avec orthogonalité des plans tangents aux surfaces élémentaires. La courbe unique est asymptotique.

En général, étant données deux surfaces (A) et (B) et une congruence arbitraire de droites telles que AB, il y a seulement deux paires de lignes (a) et (b) tracées sur (A) et (B) se correspondant une à une et telles que les plans tangents aux abouts du segment AB des surfaces gauches élémen-

taires ayant pour traces sur (A) et (B) les courbes (a) et (b), soient rectangulaires.

Dans ce qui suit, nous appellerons D la droite instantanée de la congruence et (D) cette congruence elle-même.

Si l'on fait réfléchir les rayons D de la congruence sur la surface (A) et que l'on considère la surface (C) lieu des points C symétriques des points B par rapport aux plans tangents de (A), les surfaces (A) et (C) donneront lieu comme le couple (A) (B) à deux paires de courbes (a') et (c) correspondantes et telles qu'aux abouts du segment AC, les plans tangents aux surfaces élémentaires de la congruence (D′) réfléchie [ayant pour traces sur (A) et (C) les courbes (a') et (c)] soient rectangulaires.

En général, les paires de courbes (a) *et* (a') *ne coïncident pas. Lorsqu'elles coïncident entre elles, elles sont les lignes asymptotiques de la surface* (A).

Dans ce cas, la position de la droite BC est définie sans quadrature; les surfaces (B) et (C) sont uniques, et il suffit de connaître la congruence (D) (qui est particulière) indépendamment de la surface (B).

La congruence (D) et la congruence réfléchie (D′) satisfont à une seule et même équation différentielle.

§ 19.

Cas où les deux congruences symétriques sont formées de normales à des surfaces. Ce sont des congruences de Dupin.

Si l'on veut qu'une congruence (D) soit satisfaisante [par cette locution, employée généralement dans ce mémoire, nous entendons qu'un système géométrique vérifie les conditions du problème dont on s'occupe] et qu'en outre elle soit formée de normales à des surfaces, le problème se précise et donne lieu aux remarques suivantes :

1° *La droite* BC *passe par le point de contact du plan d'incidence* BAC *avec l'enveloppée qu'il touche constamment ;*

2° *Les traces* (α), (α') *sur* (A) *des paires de développables suivant lesquelles on peut décomposer les congruences* (D) *et* (D′) *coïncident ;*

3° *Ces courbes* (α) *et* (α'), *coïncidant entre elles, sont conjuguées. Dès lors, les congruences* (D) *et* (D′) *sont des congruences de Dupin ;*

4° *Enfin, si l'on particularise davantage et qu'on veuille que les surfaces* (B) *et* (C) *soient trajectoires des droites des congruences* (D) *et* (D′), *il faut alors que ces surfaces* (B) *et* (C) *soient les deux nappes d'une enveloppe de sphères ayant leurs centres sur* (A) *et orthogonales à une sphère fixe.*

Ces résultats, où figurent à la fois les lignes asymptotiques, les congruences de Dupin et les surfaces anallagmatiques prêtent un véritable intérêt à la correspondance par orthogonalité, qui leur donne naissance.

§ 20.

Génération des normales aux surfaces anallagmatiques du quatrième ordre.

Une application fort élégante de ce qui précède se rapporte à la génération des surfaces anallagmatiques du quatrième ordre indiquée par M. Laguerre, dans les termes suivants :

Si par toutes les droites d'un plan on mène, à deux quadriques homofocales, deux plans tangents et que l'on joigne, par une droite, les points de contact, la congruence formée par les droites de même génération est aussi formée des normales à une surface anallagmatique du quatrième ordre.

Si nous avons indiqué les résultats précédents, c'est pour montrer comment nous avons été naturellement amené à l'étude des congruences isotropes.

§ 21.

Congruences rencontrant deux surfaces suivant une infinité de courbes correspondantes, le long desquelles les plans tangents aux surfaces élémentaires sont rectangulaires.

Nous avons dit qu'en général, sur deux surfaces (A) et (B) une congruence (D) découpe seulement deux paires de courbes (a) et (b) telles qu'aux abouts

du segment AB, les plans tangents aux surfaces élémentaires de la congruence soient rectangulaires. *Mais il peut arriver, en particulier, qu'il y ait plus de deux paires de courbes. S'il en est ainsi, il y en a une infinité.* C'est ce que nous allons démontrer.

Soient (A) et (B) deux surfaces (arbitraires jusqu'à nouvel ordre), soit D la droite d'une congruence (D) joignant les points correspondants A, B. Si, par les milieux des segments AB, on élève des plans perpendiculaires aux cordes AB, ils toucheront une certaine surface (O) que nous prendrons pour surface de référence. Même, pour simplifier les calculs, nous supposerons que les lignes coordonnées (u), (v) sont les lignes de courbure de (O).

ξ, η, ζ étant les coordonnées instantanées du point A,

$\xi, \eta, -\zeta$ seront les coordonnées instantanées du point B.

Si l'on suit, sur (O), une ligne satisfaisante (c'est-à-dire telle que les plans tangents à la surface élémentaire engendrée par D soient rectangulaires en A et B), on aura

$$1 + \frac{\Delta Y_A - \Delta Y_B}{\Delta X_A - \Delta X_B} = 0.$$

En effet, si θ désigne l'angle du plan tangent en A, à la surface élémentaire, avec le plan ZOX, on a manifestement

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\Delta Y_A}{\Delta X_A},$$

ΔX_A et ΔY_A ayant les valeurs déduites des formules (1), lorsque l'on particularise les axes en supposant que (u) et (v) soient lignes de courbure, c'est-à-dire en annulant D. Par conséquent, on suivra sur (O) une ligne satisfaisante si

$$\left.\begin{aligned} &\left[du\left(f + \frac{d\xi}{du} + \frac{df}{gdv}\eta\right) + dv\left(\frac{d\xi}{dv} - \frac{dg}{fdu}\eta\right)\right]^2 - P^2\zeta^2du^2 \\ +&\left[dv\left(g + \frac{d\eta}{dv} + \frac{dg}{fdu}\xi\right) + du\left(\frac{d\eta}{du} - \frac{df}{gdv}\xi\right)\right]^2 - Q^2\zeta^2dv^2 \end{aligned}\right\} = 0.$$

Équation du second degré en $\frac{dv}{du}$, comme nous l'avions annoncé. Dans la question qui nous occupe, cette équation doit être identique et alors, suivant toutes les directions, les plans tangents aux surfaces élémentaires, aux abouts des segments AB, sont rectangulaires. Pour que ces circonstances se réalisent, il faut écrire

$$\pm\frac{P}{Q}=\frac{f+\frac{d\xi}{du}+\frac{df}{gdv}\eta}{g+\frac{d\eta}{dv}+\frac{dg}{fdu}\xi}=-\frac{\frac{d\eta}{du}-\frac{df}{gdv}\xi}{\frac{d\xi}{dv}-\frac{dg}{fdu}\eta}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

en même temps que :

$$\zeta^2=\frac{\left(f+\frac{d\xi}{du}+\frac{df}{gdv}\eta\right)^2+\left(\frac{d\eta}{du}-\frac{df}{gdv}\xi\right)^2}{P^2}=\frac{\left(g+\frac{d\eta}{dv}+\frac{dg}{fdu}\xi\right)^2+\left(\frac{d\xi}{dv}-\frac{dg}{fdu}\eta\right)^2}{Q^2}, \quad (5)$$

système qui se réduit à trois équations.

§ 22.

Équation des foyers et plans principaux d'une congruence formée de droites parallèles aux normales de la surface de référence.

Pour interpréter les relations précédentes, il faut établir les équations des foyers et des plans principaux de la congruence (D).

Conformément à ce qui a été dit ci-dessus, le plan tangent à la surface élémentaire, en un point de D dont l'ordonnée ζ peut être différente du ζ du point A, est défini par la relation

$$\operatorname{tg}\theta=\frac{dv\left(g+\frac{d\eta}{dv}+\frac{dg}{fdu}\xi+Q\zeta\right)+du\left(\frac{d\eta}{du}-\frac{df}{gdv}\xi\right)}{du\left(f+\frac{d\xi}{du}+\frac{df}{gdv}\eta+P\zeta\right)+dv\left(\frac{d\xi}{dv}-\frac{dg}{fdu}\eta\right)},$$

où θ est l'angle de ce plan et du plan ZOX.

On sait que les plans principaux sont tangents à toutes les surfaces élémentaires, aux foyers; on obtiendra donc les valeurs de $\operatorname{tg}\theta$, afférentes aux plans principaux, et les valeurs de ζ, afférentes aux foyers, en écrivant que l'équation précédente est indépendante de du, dv.

Le procédé est général : nous l'appliquerons à chaque instant dans ce qui suivra, mais sans revenir sur sa justification.

On trouve ainsi, pour l'*équation des points principaux*

$$\left.\begin{aligned} & \mathrm{P}\operatorname{tg}^2\theta\left(\frac{d\xi}{dv}-\frac{dg}{fdu}\eta\right)-\operatorname{tg}\theta\left[\mathrm{P}\left(g+\frac{d\eta}{dv}+\frac{dg}{fdu}\xi\right)-\mathrm{Q}\left(f+\frac{d\xi}{du}+\frac{df}{gdv}\eta\right)\right] \\ & \qquad -\mathrm{Q}\left[\frac{d\eta}{du}-\frac{df}{gdv}\xi\right] \end{aligned}\right\}=0 \qquad (6)$$

et pour l'équation donnant *les* Z *des foyers*

$$\left.\begin{aligned} & \mathrm{PQZ}^2+\mathrm{Z}\left[\mathrm{P}\left(g+\frac{d\eta}{dv}+\frac{dg}{fdu}\xi\right)+\mathrm{Q}\left(f+\frac{d\xi}{du}+\frac{df}{gdv}\eta\right)\right] \\ & +\left(f+\frac{d\xi}{du}+\frac{df}{gdv}\eta\right)\left(g+\frac{d\eta}{dv}+\frac{dg}{fdu}\xi\right)-\left(\frac{d\xi}{dv}-\frac{dg}{fdu}\eta\right)\left(\frac{d\eta}{du}-\frac{df}{gdv}\xi\right) \end{aligned}\right\}=0. \;.\;.$$

Dès lors, si Z et Z_2 sont *les* Z *des deux foyers*, on a toujours

$$\mathrm{PQ}.\mathrm{Z}_1.\mathrm{Z}_2=\left(f+\frac{d\xi}{du}+\frac{df}{gdv}\eta\right)\left(g+\frac{d\eta}{dv}+\frac{dg}{fdu}\xi\right)-\left(\frac{d\xi}{dv}-\frac{dg}{fdu}\eta\right)\left(\frac{d\eta}{du}-\frac{df}{gdv}\xi\right).$$

Si l'on revient au problème, on trouve, en tenant compte des équations (4) et (5)

$$\mathrm{Z}_1\mathrm{Z}_2=\pm\zeta^2,$$

première relation qui a lieu dans tous les cas. Faisons maintenant les deux hypothèses sur le signe.

§ 23.

La congruence peut être formée de normales à une surface ; les surfaces d'about sont les surfaces focales.

Première hypothèse : mettons le signe — devant $\frac{P}{Q}$; il vient alors :

$$P\left(\frac{d\xi}{dv} - \frac{dg}{fdu}\eta\right) - Q\left(\frac{d\eta}{du} - \frac{df}{gdv}\xi\right) = 0;$$

mais, si θ_1 et θ_2 caractérisent les deux plans tangents principaux, l'équation (6) rapprochée de la précédente, montre que celle-ci équivaut à la relation

$$1 + \operatorname{tg}\theta_1 . \operatorname{tg}\theta_2 = 0.$$

En conséquence, dans ce cas, *la congruence est formée des normales à une famille de surfaces.*

On a d'ailleurs en même temps

$$P\left(g + \frac{d\eta}{dv} + \frac{dg}{fdu}\xi\right) + Q\left(f + \frac{d\xi}{du} + \frac{df}{gdv}\eta\right) = 0.$$

Cette relation, rapprochée de l'équation (7), conduit à écrire

$$Z_1 + Z_2 = 0.$$

Comme on a en même temps

$$Z_1 Z_2 = -\zeta^2 :$$

Les deux surfaces d'about (A) et (B) sont les deux surfaces focales de la congruence.

En effet, quelles que soient les surfaces élémentaires isolées dans une congruence de normales, les plans tangents aux foyers sont rectangulaires.

§ 24.

La congruence est isotrope.

Deuxième hypothèse : mettons le signe $+$ devant $\frac{P}{Q}$, nous avons alors les deux équations

$$P\left(\frac{d\xi}{dv} - \frac{dg}{fdu}\eta\right) + Q\left(\frac{d\eta}{du} - \frac{df}{gdv}\xi\right) = 0,$$

$$Q\left(f + \frac{d\xi}{du} + \frac{df}{gdv}\eta\right) - P\left(g + \frac{d\eta}{dv} + \frac{dg}{fdu}\xi\right) = 0,$$

en vertu desquelles l'équation des plans principaux se réduit à

$$\operatorname{tg}^2\theta + 1 = 0,$$

à moins que l'on n'ait

$$P\left(\frac{d\xi}{dv} - \frac{dg}{fdu}\eta\right) = Q\left(\frac{d\eta}{du} - \frac{df}{gdv}\xi\right) = 0;$$

si cette particularité se réalisait, l'équation (6) serait entièrement indéterminée; par conséquent la congruence serait formée de droites parallèles ou concourantes.

Écartant cette dernière hypothèse, on voit que *les plans principaux de la congruence sont isotropes.* Par conséquent *la congruence est isotrope, c'est-à-dire qu'elle a pour focales deux développables isotropes.*

On trouve, immédiatement, que les foyers de la congruence sont donnés par l'équation

$$Z = -\frac{g + \frac{d\eta}{dv} + \frac{dg}{fdu}\xi}{Q} \pm \sqrt{-1}\,\frac{\frac{d\xi}{dv} - \frac{dg}{fdu}\eta}{Q};$$

ils sont naturellement imaginaires.

Si l'on désigne par l la distance du pied M de la droite D au milieu du

segment focal, et par $m\sqrt{-1}$ la valeur du demi-segment focal, on trouve

$$-l = \frac{g + \frac{d\eta}{dv} + \frac{dg}{fdu}\xi}{Q} = \frac{f + \frac{d\xi}{du} + \frac{df}{gdv}\eta}{P},$$

$$m = \frac{\frac{d\xi}{dv} - \frac{dg}{fdu}\eta}{Q} = -\frac{\frac{d\eta}{du} - \frac{df}{gdv}\xi}{P};$$

on en conclut

$$\zeta^2 = l^2 + m^2.$$

§ 25.

Sur une congruence isotrope les points des surfaces d'about sont conjugués par rapport aux foyers.

Il importe de définir complétement les surfaces d'about (A) et (B) par rapport à la congruence isotrope.

L'équation précédente (si l'on désigne par F le milieu du segment focal) équivaut à la relation

$$FA . FB = - m^2.$$

On peut dès lors énoncer cette propriété, qui nous paraît importante :

Sur les droites d'une congruence isotrope, les points correspondants de deux surfaces d'about sont conjugués harmoniques par rapport aux foyers de la congruence.

Nous désignons par surfaces d'about, pour abréger, les surfaces (A) et (B) jouissant de la propriété de se correspondre par orthogonalité des plans tangents des surfaces élémentaires de la congruence, aux abouts des segments tels que AB.

On voit aussi que les surfaces d'about sont transformées l'une de l'autre par une loi analogue à celle des figures inverses (transformation par rayons

vecteurs réciproques) et que, quelle que soit la congruence isotrope choisie, l'une des surfaces est arbitraire.

Pour donner dès l'abord un exemple des calculs habituels de la périmorphie et pour mettre en évidence un résultat très-général, nous allons montrer comment, lorsqu'on se donne arbitrairement la surface de référence (O) définie comme l'enveloppée des plans moyens perpendiculaires aux segments AB joignant les points de surfaces d'about inconnues, celles-ci peuvent être déterminées.

§ 26.

L'enveloppée moyenne d'une congruence isotrope est un élassoïde.

Ce problème serait identique à la recherche de toutes les congruences isotropes dont on ferait correspondre les droites par parallélisme aux normales de la surface de référence prise arbitrairement.

A l'aide des valeurs de l et m, on peut écrire

$$-\frac{d\eta}{dv} = Ql + g + \frac{dg}{fdu}\xi, \qquad -\frac{d\eta}{du} = Pm - \frac{df}{gdv}\xi,$$

$$-\frac{d\xi}{du} = Pl + f + \frac{df}{gdv}\eta, \qquad -\frac{d\xi}{dv} = -Qm - \frac{dg}{fdu}\eta,$$

et rien n'empêche de prendre pour variables principales l et m. Exprimant que les deux valeurs de $\frac{d^2\eta}{dudv}$ et de $\frac{d^2\xi}{dudv}$ sont égales individuellement et, tenant compte des équations de Codazzi (3), il vient simplement :

$$\xi = \frac{dl}{Pdu} - \frac{dm}{Qdv},$$

$$\eta = \frac{dl}{Qdv} + \frac{dm}{Pdu}.$$

mais il importe de particulariser, afin de mettre en lumière, sans effort, la propriété capitale des congruences isotropes.

Puisque la surface de référence est arbitraire par rapport à la congruence isotrope (D), elle peut coïncider avec l'*enveloppée moyenne* de la congruence (voir § 2), on réalisera cette hypothèse en annulant l. Il vient alors :

$$\xi = -\frac{dm}{Qdv},$$

$$\eta = \frac{dm}{Pdu},$$

avec :

$$-\frac{d\eta}{dv} = g + \frac{dg}{fdu}\xi, \quad -\frac{d\eta}{du} = -\frac{df}{gdv}\zeta,$$

$$-\frac{d\xi}{du} = f + \frac{df}{gdv}\eta, \quad -\frac{d\xi}{dv} = -Qm - \frac{dg}{fdu}\eta.$$

Substituant les valeurs de ξ et η dans les quatre équations différentielles, on trouve

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2m}{dudv} - \frac{1}{P}\frac{dP}{dv}\frac{dZ}{du} - \frac{1}{Q}\frac{dQ}{du}\frac{dZ}{dv} = fQ = -gP, \\ &\frac{d}{du}\left(\frac{dZ}{Pdu}\right) + \frac{dP}{Q^2dv}\frac{dZ}{dv} + PZ = 0, \\ &\frac{d}{dv}\left(\frac{dZ}{Qdv}\right) + \frac{dQ}{P^2du}\cdot\frac{dZ}{dv} + QZ = 0. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (8)$$

Les deux premières équations entraînant la relation

$$fQ + gP = 0,$$

on voit, d'après la signification de P et Q (§ 4), que la surface de référence est à courbure moyenne nulle.

Ainsi se trouve établie cette proposition, capitale dans notre étude : *L'enveloppée moyenne, d'une congruence isotrope, est un élassoïde.*

Avant d'aborder la résolution du groupe d'équations (8), établissons deux nouvelles propriétés essentielles des congruences isotropes.

§ 27.

La recherche des congruences isotropes est ramenée à celle des réseaux isométriques orthogonaux de la sphère.

Particularisons différemment la surface de référence, en admettant qu'elle coïncide avec une sphère. Dans ce cas le réseau (u, v) sera formé d'un réseau orthogonal arbitraire, et rien ne s'oppose à ce que nous le choisissions tel que les droites D soient, à chaque instant, situées dans le plan ZOX ; ces hypothèses seront réalisées, si l'on fait (*)

$$f = a \, . \, \mathrm{P}, \quad g = a\mathrm{Q}.$$
$$\eta = 0.$$

L'équation donnant la variation du plan tangent le long d'une droite D appartenant à une surface élémentaire devient, en appelant ρ la longueur $\zeta + a$ comptée à partir du centre de la sphère

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{du\left(f\rho + \frac{d\xi}{du}\right) + dv \cdot \frac{d\xi}{dv}}{-du \frac{df}{gdv} \cdot \xi + dv\left(g\rho + \frac{dg}{fdu}\,\xi\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

L'équation des plans principaux devient

$$\operatorname{tg}^2\theta \, . \, \xi \frac{df}{fgdv} + \operatorname{tg}\theta \left(\frac{d\xi}{fdu} - \frac{dg}{fgdu}\,\xi\right) + \frac{d\xi}{gdv} = 0.$$

Si la congruence (D) est isotrope, cette équation devra se réduire à

$$\operatorname{tg}^2\theta + 1 = 0.$$

Il faut donc que

$$\frac{d\xi}{\xi du} = \frac{dg}{gdu},$$
$$\frac{d\xi}{\xi dv} = \frac{df}{fdv}.$$

(*) a étant le rayon de la sphère.

on doit, en conséquence, avoir

$$\xi = f = g = \lambda$$

et le carré de l'élément linéaire de la sphère peut s'écrire

$$ds^2 = \lambda^2(du^2 + dv^2).$$

Ainsi la recherche des congruences isotropes est ramenée à celle des réseaux isométriques sphériques.

Soit tracé, sur une sphère, un réseau isométrique arbitraire, que sur les tangentes aux courbes de l'une des familles on porte, à partir des points de contact, des segments égaux aux valeurs de λ *en ces points; que, par les extrémités des segments, on mène des droites parallèles aux normales de la sphère, ces droites engendreront une congruence isotrope.*

Le problème de l'intégration des réseaux isométriques sphériques a été résolu par M. Liouville; on devra donc, de toute façon, trouver l'intégrale générale explicite des congruences isotropes ou des élassoïdes.

§ 28.

Pour une congruence isotrope le paramètre de distribution est fonction de droite, et toutes les lignes de striction sont situées sur une surface unique.

Mais revenons à l'équation de la surface élémentaire. Sur chacune des droites D, d'une surface élémentaire, existe un *point central* dont le lieu est appelé la *ligne de striction* de la surface élémentaire; le plan tangent à la surface au *point central*, dit le plan central, est perpendiculaire au *plan tangent à l'infini*. Enfin, il y a lieu de considérer ce que M. Chasles a défini *paramètre de distribution*; par abréviation nous le nommerons *paramètre*. On sait qu'en un point de la droite, distant de x du point central, le plan tangent fait, avec le plan central, un angle ω défini par l'équation

$$x = p \,.\, \mathrm{tg}\, \omega,$$

où p représente la valeur du paramètre.

L'équation de la surface élémentaire doit s'écrire

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{du\left(\lambda\rho + \frac{d\lambda}{du}\right) + \frac{d\lambda}{dv}\cdot dv}{-du\cdot\frac{d\lambda}{dv} + dv\left(\lambda\rho + \frac{d\lambda}{du}\right)}.$$

Le plan tangent à l'infini s'obtient en faisant ρ infini, on a donc :

$$\operatorname{tg}\theta_\infty = \frac{du}{dv}$$

et le plan central lui étant perpendiculaire, on doit avoir pour le déterminer

$$\operatorname{tg}\theta_c = \frac{du\left(\lambda\rho_c + \frac{d\lambda}{du}\right) + \frac{d\lambda}{dv}dv}{-du\frac{d\lambda}{dv} + dv\left(\lambda\rho_c + \frac{d\lambda}{du}\right)} = -\frac{dv}{du}.$$

Par conséquent, on déduit :

$$\rho_c = -\frac{d\lambda}{\lambda du}$$

et si l'on introduit $\operatorname{tg}\theta_c$ ainsi que ρ_c dans l'équation de la surface élémentaire, on trouve

$$\rho - \rho_c = -\frac{d\lambda}{\lambda dv}\,\frac{\operatorname{tg}\theta - \operatorname{tg}\theta_c}{1 + \operatorname{tg}\theta\,.\,\operatorname{tg}\theta_c}.$$

On voit donc que le paramètre a pour valeur

$$p = -\frac{d\lambda}{\lambda dv};$$

mais un fait capital résulte de cette analyse :

1° *Pour toutes les surfaces élémentaires possibles, contenant une droite* D, *le paramètre est le même.*

2° *Le lieu des lignes de striction de toutes les surfaces élémentaires est une surface.*

Il est clair que la position du point central et la valeur du paramètre étant *invariantes* sur chaque droite D, sont liées aux éléments focaux.

Cherchons l'équation des foyers, elle se réduit ici à

$$\rho = -\frac{d\lambda}{\lambda du} \pm i\frac{d\lambda}{\lambda dv}.$$

On voit donc qu'il y a lieu d'énoncer les propriétés suivantes :
Étant donnée une congruence isotrope,

1° *Toutes les lignes de striction des surfaces élémentaires sont situées sur la surface moyenne de la congruence* (voir § 2).

2° *Sur chaque droite de la congruence le demi-segment focal est égal au produit, par* $\sqrt{-1}$, *du paramètre de toutes les surfaces élémentaires contenant la droite.*

§ 29.

Valeur du paramètre d'une congruence isotrope en fonction du segment focal.

Il importe de mettre hors de doute que si, inversement, on trouve une congruence où les lignes de striction de toutes les surfaces élémentaires possibles soient situées sur une surface, cette congruence est isotrope.

L'équation (ρ), se rapportant à une congruence arbitraire, montre que la condition précitée sera réalisée si l'équation en ρ afférente au point central, est indépendante de dv et du.

Cette équation s'obtient, comme tout à l'heure, en écrivant

$$-\frac{g dv}{f du} = \frac{du\left(f\rho_c + \frac{d\xi}{du}\right) + dv\frac{d\xi}{dv}}{-du\frac{df}{g dv}\xi + dv\left(g\rho_c + \frac{dg}{f du}\xi\right)}.$$

Pour qu'elle soit identique en du et dv :

$$\frac{df}{f dv} = \frac{d\xi}{\xi dv},$$

$$\frac{dg}{g du} = \frac{d\xi}{\xi du},$$

$$\rho_c = -\frac{d\xi}{f du}.$$

Les deux premières équations caractérisent la congruence isotrope, comme nous l'avons montré au § 27.

L'invariabilité du *paramètre* nécessite aussi que la congruence soit isotrope.

§ 30.

Diagramme d'une congruence isotrope imaginé par M. Mannheim.

Il n'est pas inutile de rapprocher ce qui précède d'un élégant diagramme imaginé par M. Mannheim, pour représenter le déplacement du point central et la variation du paramètre de distribution sur une droite D d'une congruence, lorsqu'on envisage toutes les surfaces élémentaires contenant la droite (voir *Journal de Liouville*, 2e série, t. XVII, 1872, page 123).

M. Mannheim énonce ainsi la propriété :

« *Si dans un plan passant par un rayon d'un pinceau on porte, sur des perpendiculaires à ce rayon élevées des points centraux des surfaces élémentaires et à partir de ces points, des longueurs égales aux paramètres de distribution de ces surfaces, les extrémités des longueurs ainsi portées sont sur une circonférence* C *passant par les foyers du rayon.* »

Chaque droite d'une congruence comporte ainsi un diagramme particulier. Dans l'espèce qui nous occupe, la projection du cercle-diagramme sur la droite D doit être nulle; par conséquent le cercle se réduit à un point, et l'on voit immédiatement que la distance de ce point à la droite D est la valeur invariante du *paramètre.*

Nous abandonnerons pour un moment la voie qui s'ouvre pour l'étude des élassoïdes dans la considération des réseaux sphériques isométriques. Il importe avant tout de préciser la connexité des problèmes de recherche d'un élassoïde et d'une congruence isotrope.

CHAPITRE V.

CONGRUENCES ISOTROPES DONNANT LIEU AU MÊME ÉLASSOÏDE.

---

§ 31.

Mise en équation du problème de la recherche de toutes les congruences isotropes donnant lieu au même élassoïde moyen.

Nous avons montré que l'enveloppée moyenne d'une congruence isotrope est un élassoïde. Inversement, étant donné un élassoïde, comment trouver les congruences isotropes génératrices? Tel sera le problème dont ce chapitre donnera la solution.

Prenons pour surface de référence l'élassoïde donné, et choisissons pour réseau (u, v) celui des lignes asymptotiques, qui est rectangulaire. Les équations de Codazzi (3) simplifiées par la disparition de P et de Q, qui sont nuls, deviennent :

$$g\frac{dD}{du} + 2\frac{dg}{du}D = 0,$$

$$f\frac{dD}{dv} + 2\frac{df}{dv}D = 0.$$

$$fgD^2 = \frac{d}{du}\left(\frac{dg}{fdu}\right) + \frac{d}{dv}\left(\frac{df}{gdv}\right).$$

Les deux premières entraînent

$$Dg^2 = V,$$
$$Df^2 = U,$$

où U et V sont des fonctions arbitraires de u et v, mais le carré de l'élément linéaire étant de la forme

$$dS^2 = \frac{Udu^2}{D} + \frac{Vdv^2}{D},$$

on peut toujours particulariser les variables u et v de telle façon que U et V soient égales à l'unité. Alors

$$f = g = D^{-\frac{1}{2}}$$

et la troisième équation de Codazzi devient

$$2D + \frac{d^2 \log D}{du^2} + \frac{d^2 \log D}{dv^2} = 0.$$

Ceci posé si ξ et η sont les coordonnées instantanées d'une droite D de la congruence, l'équation de la surface élémentaire sera, comme d'habitude :

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{dv\left[g + \frac{d\eta}{dv} + \frac{dg}{fdu}\xi\right] + du\left[\frac{d\eta}{du} - \frac{df}{gdv}\xi - fD\zeta\right]}{du\left[f + \frac{d\xi}{du} + \frac{df}{gdv}\eta\right] + dv\left[\frac{d\xi}{dv} - \frac{dg}{fdu}\eta - gD\zeta\right]}.$$

Posant :

$$M = g + \frac{d\eta}{dv} + \frac{dg}{fdu}\xi, \quad M' = f + \frac{d\xi}{du} + \frac{df}{gdv}\eta,$$

$$N = \frac{d\eta}{du} - \frac{df}{gdv}\xi, \quad N' = \frac{d\xi}{dv} - \frac{dg}{fdu}\eta,$$

on trouve, pour l'équation des plans principaux :

$$-\operatorname{tg}^2\theta . gDM' + \operatorname{tg}\theta(gDN - fDN') + fD.M = 0;$$

pour l'équation des ordonnées des foyers :

$$-\zeta^2 fgD^2 + \zeta(fDN' + gDN) + MM' - NN' = 0.$$

Écrivant que la congruence est isotrope, on obtient :

$$gN - fN' = 0,$$

$$fM + gM' = 0.$$

Si la surface de référence est l'enveloppée moyenne, dans l'équation en ζ, le terme du premier degré disparaît; par conséquent

$$fN' + gN = 0.$$

En outre, les foyers seront déterminés par l'équation

$$\pm\sqrt{-1}.\zeta fgD = fM = -gM';$$

et cette double relation, jointe à la suivante,

$$N = N' = 0$$

régit tout le problème.

Mais, d'après ce qui a été établi au § 28, si p désigne le *paramètre* de la droite D, on a en valeur absolue,

$$\zeta = \sqrt{-1}\,p,$$

par conséquent les équations du problème se réduisent au système

$$N = N' = 0,$$

$$pD = \frac{M}{g} = -\frac{M'}{f},$$

qui, développé, après substitution, devient :

$$\left\{\begin{array}{ll} f + \dfrac{d\xi}{du} + \dfrac{df}{gdv}\eta + fDp = 0, & \dfrac{d\xi}{dv} - \dfrac{dg}{fdu}\eta = 0, \\ g + \dfrac{d\eta}{dv} + \dfrac{dg}{fdu}\xi - gDp = 0, & \dfrac{d\eta}{du} - \dfrac{df}{gdv}\xi = 0. \end{array}\right.$$

§ 32.

Réduction des équations à un système canonique.

Égalant les deux valeurs de $\frac{d^2\xi}{dudv}$, puis de $\frac{d^2\eta}{dudv}$, en tenant compte des valeurs de f et g en D, on trouve

$$\xi = D^{-\frac{1}{2}}\frac{dp}{du},$$

$$\eta = -D^{-\frac{1}{2}}\frac{dp}{dv};$$

puis, substituant ces valeurs dans les équations du problème, on obtient le nouveau système.

$$\left.\begin{aligned} 1 + \frac{d^2p}{du^2} - \frac{dD}{2Ddu}\cdot\frac{dp}{du} + \frac{dD}{2Ddv}\cdot\frac{dp}{dv} + Dp = 0, \\ 1 - \frac{d^2p}{dv^2} + \frac{dD}{2Ddv}\cdot\frac{dp}{dv} - \frac{dD}{2Ddu}\cdot\frac{dp}{du} - Dp = 0, \\ \frac{d^2p}{dudv} - \frac{dD}{2Ddu}\cdot\frac{dp}{dv} - \frac{dD}{2Ddv}\cdot\frac{dp}{du} = 0. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

Nous dirons que le problème est rendu canonique, en ce sens que les inconnues ξ et η sont données explicitement en fonction des paramètres p et D et de leurs dérivées.

Pour résoudre cet ensemble d'équations (10) complété par l'équation de Codazzi en D, non identique, nous poserons

$$u + \sqrt{-1}\,.v = x,$$
$$u - \sqrt{-1}\,.v = y,$$

x et y étant les coordonnées symétriques imaginaires habituelles. Le groupe se transforme ainsi :

$$\left.\begin{aligned} \frac{D}{2} + \frac{d^2\log D}{dxdy} = 0, \\ \frac{D}{2}\cdot p + \frac{d^2p}{dxdy} = 0, \\ \frac{1}{2} + \frac{d^2p}{dx^2} - \frac{dp}{dx}\cdot\frac{dD}{Ddx} = 0, \\ \frac{1}{2} + \frac{d^2p}{dy^2} - \frac{dp}{dy}\cdot\frac{dD}{Ddy} = 0. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

§ 33.

Intégration des équations.

La première équation a été intégrée par M. Liouville (Notes. — *Application de l'analyse à la géométrie*); elle donne :

$$-\frac{D}{2} = \frac{2X'Y'}{(X+Y)^2},$$

X et Y désignant deux fonctions arbitraires, l'une de x l'autre de y, X' et Y' désignant les dérivées de ces quantités par rapport à x et y.

La seconde équation a été intégrée par M. Moutard, dans un très-beau mémoire publié dans le XLVe cahier du *Journal de l'École polytechnique* (page 5).

X_1, Y_1 désignant deux nouvelles fonctions arbitraires, la valeur la plus générale de p est :

$$p = \frac{X_1'}{X'} + \frac{Y_1'}{Y'} - 2\frac{X_1 + Y_1}{X + Y}.$$

Il s'agit maintenant de déterminer X et Y de telle façon, que les deux dernières équations du groupe (10) soient vérifiées. Effectuant la substitution, on obtient les deux équations définitives

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{X_1'}{X'}\right)'' - \frac{X''}{X'}\left(\frac{X_1'}{X'}\right)' = 0,$$

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{Y_1'}{Y'}\right)'' - \frac{Y''}{Y'}\left(\frac{Y_1'}{Y'}\right)' = 0,$$

qui, dans tous les cas, sont ramenées aux quadratures.

En somme, le carré de l'élément linéaire d'un élassoïde étant mis sous la forme

$$dS^2 = D^{-1}(du^2 + dv^2) = D^{-1}.dx.dy,$$

les coordonnées instantanées d'une droite de congruence isotrope satisfaisante auront pour valeurs

$$\left.\begin{array}{l}
\xi = D^{-\frac{1}{2}}\dfrac{dp}{du}, \quad \eta = -D^{-\frac{1}{2}}\dfrac{dp}{dv}, \\
\text{où} \\
D = -\dfrac{4X'Y'}{(X+Y)^2}, \\
p = \dfrac{X_1'}{X'} + \dfrac{Y_1'}{Y'} - \dfrac{2(X_1 + Y_1)}{X + Y}, \\
\text{avec} \\
X_1 = -\displaystyle\int dx X' \int dx X' \int \frac{dx}{2X'} + aX^2 + bX + c, \\
Y_1 = -\displaystyle\int dy Y' \int dy Y' \int \frac{dy}{2Y'} + a'Y^2 + b'Y + c',
\end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

où a, b, c, a', b', c', sont six constantes arbitraires introduites par les intégrations successives.

Il résulte de cette analyse *qu'un élassoïde donné est l'enveloppée moyenne d'une infinité de congruences isotropes.*

§ 34.

Construction géométrique de toutes les congruences isotropes satisfaisantes à l'aide de l'une d'entre elles.

Nous terminerons ce chapitre en montrant comment on peut déduire, d'une congruence isotrope donnée, par une construction géométrique, toutes les congruences isotropes satisfaisantes. La liaison de cette infinité de congruences est définie analytiquement par les équations (12); mais la loi géométrique fort remarquable qui la régit, ne saurait s'en déduire aisément. On y parvient, au contraire, sans difficulté en remontant aux équations (10).

Supposons que p_1 et p_2 soient deux valeurs de p satisfaisantes, c'est-à-dire donnant lieu à deux congruences isotropes admettant pour enveloppée moyenne la surface de référence. ξ_1, η_1, ξ_2, η_2 étant les coordonnées instantanées des droites D_1, D_2 correspondantes, nous aurons

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \xi_2 - \xi_1 = D^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{dp_2}{du} - \frac{dp_1}{du}\right) = D^{-\frac{1}{2}}\frac{d\pi}{du}, \\ \eta &= \eta_2 - \eta_1 = -D^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{dp_2}{dv} - \frac{dp_1}{dv}\right) = -D^{-\frac{1}{2}}\frac{d\pi}{dv}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ (13)$$

en désignant par π la différence $p_2 - p_1$; chacune de ces quantités p_2 et p_1 vérifiant les équations (10), π vérifiera le groupe que voici :

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2\pi}{du^2} - \frac{dD}{2Ddu}\cdot\frac{d\pi}{du} + \frac{dD}{2Ddv}\cdot\frac{d\pi}{dv} + D\pi = 0, \\ &\frac{d^2\pi}{dv^2} - \frac{dD}{2Ddv}\cdot\frac{d\pi}{dv} + \frac{dD}{2Ddu}\cdot\frac{d\pi}{du} + D\pi = 0, \\ &\frac{d^2\pi}{dudv} - \frac{dD}{2Ddu}\cdot\frac{d\pi}{dv} - \frac{dD}{2Ddv}\cdot\frac{d\pi}{du} = 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ (14)$$

Ceci posé, soient ξ, η, ζ les coordonnées instantanées d'un point O′ d'un élassoïde identique à l'élassoïde de référence, et transporté parallèlement à lui-même dans l'espace. Il est clair que le segment OO′ est constant en grandeur et en direction; par conséquent, on doit avoir, quels que soient *du* et *dv* :

$$\Delta XO' = f du,$$

$$\Delta YO' = g dv,$$

$$\Delta ZO' = 0.$$

Il faut, par conséquent, que les équations (1) donnent :

$$\frac{d\xi}{du} + \frac{df}{g dv}\eta = \frac{d\eta}{dv} + \frac{dg}{f du}\xi = 0,$$

$$\frac{d\xi}{dv} - \frac{dg}{f du}\eta - g D\zeta = 0,$$

$$\frac{d\eta}{du} - \frac{df}{g dv}.\xi - f D\zeta = 0,$$

$$\frac{d\zeta}{du} + f D\eta = \frac{d\zeta}{dv} + g D\xi = 0.$$

Tenant compte des valeurs de f et de g en fonction de D, le groupe précédent se ramène au groupe canonique que voici :

$$\xi = -D^{-\frac{1}{2}}\frac{d\zeta}{dv},$$

$$\eta = -D^{-\frac{1}{2}}\frac{d\zeta}{du},$$

complété par trois équations ne différant, de celles du groupe (14), que par le changement de π en ζ.

Les deux problèmes analytiques seront donc identifiés en posant

$$\xi = \eta_2 - \eta_1,$$

$$\eta = -(\xi_2 - \xi_1),$$

$$\zeta = \pi$$

De là résulte cette transformation géométrique des congruences isotropes satisfaisantes :

Soit D *une droite d'une congruence isotrope* (D) : *transportons-la dans l'espace, parallèlement à elle-même, suivant une direction toujours la même, et d'une quantité constante, nous obtiendrons ainsi une nouvelle congruence* (D′) *superposable à* (D). *Que l'on fasse tourner chaque droite* D′ *de* $\frac{\pi}{2}$ *autour de la droite* D *correspondante, on engendrera une nouvelle congruence* (D″). *Cette nouvelle congruence* (D″) *sera isotrope, elle sera satisfaisante comme* (D).

La transformation précédente donne, de la façon la plus générale, avec *trois constantes arbitraires* distinctes, toutes les congruences isotropes satisfaisantes dérivées de l'une d'entre elles. Les six constantes du groupe (12) ne sont donc pas distinctes.

En définitive, adoptant une notation très-expressive qui est admise aujourd'hui, nous dirons :

Il existe ∞^3 *congruences isotropes distinctes admettant le même élassoïde pour enveloppée moyenne. Elles se déduisent de l'une d'entre elles par un procédé cinématique ; à un moment déterminé, tous les paramètres de ces congruences diffèrent entre eux des mêmes quantités que les distances de tous les points fixes de l'espace au plan moyen commun.*

CHAPITRE VI.

GÉNÉRATION D'UNE CONGRUENCE ISOTROPE ET DE SON ENVELOPPÉE MOYENNE ÉLASSOÏDE.

Nous avons ramené la recherche des élassoïdes à celle des congruences isotropes; il est vrai que cette seconde recherche conduit à considérer comme différentes des congruences donnant lieu au même élassoïde, mais, à l'inverse, une congruence considérée donne également naissance à une infinité d'élassoïdes. Pour le moment, il importe d'observer que la recherche des *élassoïdes algébriques* est ramenée à celle d'autant *de surfaces réglées algébriques.*

§ 35.

Une congruence isotrope est définie par une surface élémentaire.

Il est facile de voir qu'une surface gauche, réglée, considérée comme surface élémentaire d'une congruence isotrope, détermine entièrement cette congruence.

Que l'on considère en effet tous les plans isotropes menés par les génératrices de la surface réglée, ces plans auront pour enveloppes deux développables isotropes; car, par chaque génératrice on pourra, en général, mener deux plans isotropes. Ces deux développables peuvent être considérées comme les focales d'une congruence isotrope dont la surface réglée originelle sera surface élémentaire.

Les opérations que nous venons de relater sont toutes algébriques; on est

donc en droit de conclure que l'enveloppée moyenne de la congruence sera algébrique si la surface gauche originelle est algébrique.

Mais avant de poursuivre, dans la voie qui s'ouvre ainsi, la solution du problème mis au concours par l'Académie, nous devons préciser les relations de l'enveloppée moyenne élassoïde (que pour abréger nous appellerons dorénavant l'élassoïde moyen) avec la congruence isotrope génératrice.

En outre, les congruences isotropes conduisant à une construction tangentielle des élassoïdes, il conviendra d'en déduire une génération ponctuelle. Telles seront les questions dont nous traiterons dans ce chapitre.

§ 36.

Calcul des éléments de l'élassoïde moyen quand on se donne une seule surface élémentaire.

Étant donnée une surface réglée élémentaire (d), si par chacun des points centraux on élève des plans perpendiculaires aux génératrices, ces plans envelopperont une surface développable circonscrite à l'élassoïde moyen; il faut tout d'abord déterminer quelle sera la courbe de contact de la développable et de l'élassoïde.

Considérons un point M pris arbitrairement sur chacune des droites D de la congruence et voyons ce que deviennent les formules (1) lorsqu'on prend pour surface de référence l'élassoïde moyen, dans les conditions spécifiées au chapitre précédent. On a pour les coordonnées instantanées ξ et η

$$\xi = D^{-\frac{1}{2}} \frac{dp}{du}, \quad \eta = -D^{-\frac{1}{2}} \frac{dp}{dv};$$

ζ est arbitraire.

Si l'on tient compte des relations

$$f = g = D^{-\frac{1}{2}},$$

$$P = Q = 0,$$

les formules (1) deviennent

$$\Delta X = du D^{-\frac{1}{2}}\left(1 + \frac{d^2p}{du^2} - \frac{dD}{2Ddu}\frac{dp}{du} + \frac{dD}{2Ddv}\frac{dp}{dv}\right) + dv D^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{d^2p}{dudv} - \frac{dD}{2Ddv}\frac{dp}{du} - \frac{dD}{2Ddu}\frac{dp}{dv} - D\zeta\right),$$

$$\Delta Y = du D^{-\frac{1}{2}}\left(-\frac{d^2p}{dudv} + \frac{dD}{2Ddu}\frac{dp}{dv} + \frac{dD}{2Ddv}\frac{dp}{du} - D\zeta\right) + dv D^{-\frac{1}{2}}\left(1 - \frac{d^2p}{dv^2} + \frac{dD}{2Ddv}\frac{dp}{dv} + \frac{dD}{2Ddu}\frac{dp}{du}\right),$$

$$\Delta Z = du\left(\frac{d\zeta}{du} - \frac{dp}{dv}\right) + dv\left(\frac{d\zeta}{dv} + \frac{dp}{du}\right).$$

Mais, si l'on tient compte des équations (10), il vient

$$\left.\begin{aligned} \Delta X &= - D^{\frac{1}{2}}(pdu + \zeta dv), \\ \Delta Y &= D^{\frac{1}{2}}(pdv - \zeta du), \\ \Delta Z &= du\left(\frac{d\zeta}{du} - \frac{dp}{dv}\right) + dv\left(\frac{d\zeta}{dv} + \frac{dp}{du}\right). \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

En particulier s'il s'agit du point central M on a :

$$\left.\begin{aligned} \Delta X_M &= - D^{\frac{1}{2}} p du, \\ \Delta Y_M &= D^{\frac{1}{2}} p dv, \\ \Delta Z_M &= - du\frac{dp}{dv} + dv\frac{dp}{du}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

Lorsqu'on isolera, dans la congruence, une surface élémentaire, on suivra sur l'élassoïde un certain chemin caractérisé par les accroissements *du, dv* des paramètres, et ce chemin sera précisément la courbe de contact cherchée.

Pour déterminer le point de contact O, alors qu'on ne dispose que de la surface élémentaire (*d*), il faudra connaître, dans le plan central, deux droites s'y rencontrant.

Deux plans centraux consécutifs se couperont suivant une droite passant en O, direction conjuguée sur l'élassoïde, de la tangente à la courbe de contact cherchée. On peut considérer cette caractéristique du plan central comme connue, car elle résulte directement des éléments de la surface élémentaire; ce sera *une* droite satisfaisante.

Cherchons à déterminer la droite OM. Le plan passant par la droite D et par OM sera tangent à la surface élémentaire en un point défini par la hauteur ζ' ; mais, dans l'espèce, l'équation donnant la variation des plans tangents le long de D devient [en désignant par θ l'angle du plan tangent au point $(\xi\eta\zeta)$ avec le plan ZOX]

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = -\frac{pdv - \zeta du}{pdu + \zeta dv},$$

nous exprimerons que ce plan passe par O en écrivant

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\eta}{\xi} = -\frac{\frac{dp}{dv}}{\frac{dp}{du}} = -\frac{pdv - \zeta' du}{pdu + \zeta' dv}.$$

Conséquemment

$$\zeta'\left(\frac{dp}{du}du + \frac{dp}{dv}dv\right) = p\left(\frac{dp}{du}dv - \frac{dp}{dv}du\right);$$

mais le groupe (16) montre que cette équation peut s'écrire

$$\zeta'\Delta p = p.\Delta Z_{M}.$$

D'un autre côté, puisque M est le point central, si ω désigne l'angle du plan NMO avec le plan central, tangent en M à la surface élémentaire :

$$\zeta' = p \operatorname{tg}\omega,$$

on a donc, en somme

$$\operatorname{tg}\omega = \frac{\Delta Z_{M}}{\Delta p}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (17)$$

Δp est l'accroissement du paramètre de distribution quand on passe de la génératrice D à la génératrice infiniment voisine; ΔZ_{M} n'est autre chose que la projection de l'arc infiniment petit de la ligne de striction sur la génératrice D. On voit donc que le plan OMN est entièrement défini à l'aide des éléments de la surface élémentaire.

§ 37.

Construction des éléments de l'élassoïde moyen à l'aide de ceux d'une surface élémentaire.

Si le calcul qui précède est utile (surtout lorsque l'on particularise la surface élémentaire), il ne conduit pas à une construction purement géométrique du point de contact. Pour l'obtenir, portons, de part et d'autre du point central, sur la génératrice D, un segment égal à p; les extrémités de ces segments seront situées sur deux courbes (p) et (p') que l'on peut supposer tracées sur la surface élémentaire (d). Cherchons à déterminer les équations des plans normaux à ces courbes, aux points P et P′, situés sur D. On a pour le point P, par exemple, situé au-dessus du plan XOY

$$\Delta X_p = -D^{\frac{1}{2}}p(du + dv),$$
$$\Delta Y_p = D^{\frac{1}{2}}p(dv - du),$$
$$\Delta Z_p = du\left(\frac{dp}{du} - \frac{dp}{dv}\right) + dv\left(\frac{dp}{dv} + \frac{dp}{du}\right).$$

Mais l'équation du plan normal étant

$$(X - \xi)\Delta X_p + (Y - \eta)\Delta Y_p + (Z - \zeta)\Delta Z_p = 0,$$

devient, après substitution,

$$-XD^{\frac{1}{2}}(du + dv) + YD^{\frac{1}{2}}(dv - du) + Z\left[\frac{dp}{pdu}(du + dv) + \frac{dp}{pdv}(dv - du)\right] = 0.$$

Pour obtenir l'équation du plan normal en P′, il faudrait opérer semblablement sur les valeurs de $\Delta XP'$, etc., on trouve

$$XD^{\frac{1}{2}}(dv - du) + YD^{\frac{1}{2}}(du + dv) + Z\left[\frac{dp}{pdu}(dv - du) - \frac{dp}{pdv}(du + dv)\right] = 0.$$

On voit 1° *que les deux plans normaux, aux courbes* (P) *et* (P′), *passent par le point de contact* O.

2° *Que ces plans normaux coupent le plan moyen suivant deux droites rectangulaires inclinées à* 45° *sur la caractéristique.*

§ 38.

L'élassoïde moyen est le lieu des milieux des cordes rencontrant les arêtes de rebroussement des développables focales de la congruence isotrope.

On pourra, de la sorte, connaissant une surface élémentaire de la congruence, déterminer le contour suivant lequel les plans moyens touchent l'élassoïde; mais il est nécessaire de trouver une construction ponctuelle, dépendant des développables isotropes, focales de la congruence, afin d'obtenir une détermination indépendante des surfaces élémentaires prises isolément. A cet effet, il convient de rechercher les génératrices des développables isotropes qui rencontrent la droite D, et, sur ces génératrices, les points appartenant aux arêtes de rebroussement.

Les développables isotropes sont, en somme, les enveloppes des plans isotropes passant par D, plans dont les équations peuvent s'écrire

$$(Y-\eta)\pm(X-\xi)\sqrt{-1}=0,$$

ou, si l'on veut :

$$Y+D^{-\frac{1}{2}}\frac{dp}{dv}\pm\left(X-D^{-\frac{1}{2}}\frac{dp}{du}\right)\sqrt{-1}=0; \quad \ldots\ldots \quad (18)$$

si l'on suit la surface élémentaire (u et v croissant de du, dv) les équations des plans isotropes nouveaux, considérés dans la seconde position du trièdre $OX'Y'Z'$, seront

$$Y'-\eta-\Delta\eta\pm(X'-\xi-\Delta\xi)\sqrt{-1}=0.$$

Les équations (2) donnent (et nous entrons dans le détail de ces calculs, courants en périmorphie, parce que c'est la première fois que nous y avons recours dans ce mémoire)

$$\left.\begin{aligned}
X' &= -D^{-\frac{1}{2}}du+X+Y\left(+\frac{dD}{2Ddv}du-\frac{dD}{2Ddu}dv\right)+ZD^{\frac{1}{2}}dv,\\
Y' &= -D^{-\frac{1}{2}}dv+X\left(+\frac{dD}{2Ddu}dv-\frac{dD}{2Ddv}du\right)+Y+ZD^{\frac{1}{2}}du,\\
Z' &= -XD^{\frac{1}{2}}dv-YD^{\frac{1}{2}}du+Z.
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (19)$$

On en déduit sans difficulté [en tenant compte de (18)] pour les équations des caractéristiques des plans isotropes

$$Z \pm p\sqrt{-1} = 0.$$

C'est là une simple vérification, car on savait que ces caractéristiques passent par les foyers situés sur D, lesquels sont précisément déterminés par l'équation précédente en Z; quant à l'orthogonalité des génératrices des développables isotropes et de la droite D qui les rencontre, elle résultait du lemme suivant, établi par Poncelet.

Dans un plan, si deux droites OA, OB *sont rectangulaires, elles rencontrent la droite de l'infini en deux points* A *et* B *harmoniques conjugués par rapport aux ombilics* I *et* J.

Lorsque le plan considéré est isotrope, toute droite OB qu'il contient est orthogonale aux droites isotropes; en effet, dans ce cas, les points I et J coïncident avec le point A. C'est pourquoi nous pouvons dire que, *dans un plan isotrope, toute droite du plan est orthogonale à la direction isotrope unique de ce plan.*

Ceci posé, cherchons, sur les génératrices des développables isotropes, les points appartenant aux arêtes de rebroussement. Rappelons tout d'abord que, *si des plans passent par les diverses génératrices d'une surface gauche, la caractéristique d'un plan rencontre la génératrice contenue dans le plan, au point où celui-ci touche la surface réglée.* Dans le cas où la surface est développable, le point de rencontre appartient à l'arête de rebroussement.

Dans le cas qui nous occupe, les plans

$$Z = \pm p\sqrt{-1}$$

ont des caractéristiques contenues dans les plans

$$Z' = \pm (p + \Delta p)\sqrt{-1},$$

ou d'après (19)

$$X dv + Y du \pm \sqrt{-1}\left(\frac{dp}{du}du + \frac{dp}{dv}dv\right) D^{-\frac{1}{2}} = 0,$$

soit en éliminant le symbole $\pm\sqrt{-1}$

$$Xdv + Ydu + Z\frac{D^{-\frac{1}{2}}}{p}\left(\frac{dp}{du}du + \frac{dp}{dv}dv\right) = 0.$$

Comme les points cherchés sont les mêmes, quels que soient du et dv, on voit qu'ils sont déterminés par les équations

$$X + ZD^{-\frac{1}{2}}\frac{dp}{pdv} = Y + ZD^{-\frac{1}{2}}\frac{dp}{pdu} = 0.$$

Ainsi les points de contact, avec les arêtes de rebroussement des génératrices des développables rencontrant D, sont situés sur une droite passant par le point de contact O. D'un autre côté, comme les deux génératrices sont situées dans des plans parallèles au plan moyen, on voit que :

L'élassoïde moyen est le lieu des milieux des cordes rencontrant les arêtes de rebroussement des deux développables isotropes focales de la congruence.

Nous retrouvons ainsi la construction ponctuelle des élassoïdes, établie synthétiquement au § 14.

En fait, constatant que les plans représentés par

$$Z = \pm p\sqrt{-1}$$

enveloppent des *courbes* de *longueur nulle*, et non des surfaces, nous avions trouvé la génération ponctuelle des élassoïdes que M. Sophus Lie a publiée avant nous.

Nous aurons l'occasion, plus loin, de vérifier que les arêtes de rebroussement des développables isotropes sont bien des lignes de longueur nulle.

Pour le moment, voyons à déduire des conséquences des résultats établis dans ce chapitre.

CHAPITRE VII.

CONSÉQUENCES RELATIVES A UN ÉLASSOÏDE CONSIDÉRÉ ISOLÉMENT.

---

§ 39.

Construction de tous les couples de lignes isotropes donnant lieu au même élassoïde moyen. (*Elles sont toutes identiques.*)

Puisqu'il y a une ∞^3 de congruences isotropes admettant le même élassoïde moyen (§ 34), il y a ∞^3 manières de considérer l'élassoïde comme lieu des milieux des cordes joignant les points de deux lignes isotropes. Comme celles-ci sont toujours semblables aux lignes de longueur nulle tracées sur l'élassoïde, les arêtes de rebroussement des focales de congruences isotropes satisfaisantes forment des couples ou semblables ou identiques. Il est facile de trancher la question :

Soient (A) et (B) deux *lignes isotropes* satisfaisantes ; transportons (A) de droite à gauche, dans l'espace, d'une quantité Aa, suivant une direction arbitraire; de même transportons (B) de gauche à droite parallèlement à Aa et d'une quantité $Bb = Aa$, manifestement les lieux des milieux des cordes telles que AB ou ab sont les mêmes.

Si donc on fait subir cette transformation (comportant *trois* constantes arbitraires) à un couple satisfaisant de lignes isotropes, on obtiendra le couple satisfaisant le plus général.

Vérifions cette conséquence par les procédés de périmorphie : des calculs

du § 38, il résulte que les coordonnées instantanées des points A et B sont

$$\xi_A = -D^{-\frac{1}{2}}\frac{dp}{dv}\sqrt{-1}, \quad \xi_B = D^{-\frac{1}{2}}\frac{dp}{dv}\sqrt{-1},$$

$$\eta_A = -D^{-\frac{1}{2}}\frac{dp}{du}\sqrt{-1}, \quad \eta_B = D^{-\frac{1}{2}}\frac{dp}{du}\sqrt{-1},$$

$$\zeta_A = p\sqrt{-1}, \quad \zeta_B = -p\sqrt{-1}.$$

Mais d'après les calculs du § 34, π désignant la projection du segment Aa sur OZ, les coordonnées du point a sont :

$$\xi_a = -D^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{dp}{dv}\sqrt{-1} + \frac{d\pi}{dv}\right),$$

$$\eta_a = -D^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{dp}{du}\sqrt{-1} + \frac{d\pi}{du}\right),$$

$$\zeta_a = p\sqrt{-1} + \pi.$$

D'ailleurs π satisfait aux équations (14). Posons

$$\pi = \sqrt{-1}\,(p_1 - p).$$

Les coordonnées du point a deviennent

$$\xi_a = -D^{-\frac{1}{2}}\frac{dp_1}{dv}\sqrt{-1},$$

$$\eta_a = -D^{-\frac{1}{2}}\frac{dp_1}{du}\sqrt{-1},$$

$$\zeta_a = p_1\sqrt{-1}$$

et par la façon même dont le groupe (14) a été obtenu, on voit que p_1 doit vérifier le groupe (10). Or ce dernier régit précisément le *paramètre* le plus général des congruences isotropes satisfaisantes; les coordonnées du point a, exprimées en fonction de p_1, sont de même forme que les coordonnées du

point A exprimées en fonction de p. On peut donc conclure que la transformation indiquée ci-dessus est la plus générale.

La vérification précédente permet de remarquer que si les droites d'une congruence isotrope (D) sont réelles, pour obtenir une nouvelle congruence isotrope (D′) réelle (dont par conséquent le paramètre soit réel), le segment constant Aa doit être imaginaire, le segment Bb est alors imaginaire conjugué.

Ces considérations accroissent l'intérêt de la transformation *réelle* trouvée au § 34 et qui permet de passer d'une congruence isotrope réelle à toutes les congruences isotropes réelles satisfaisantes.

Il convient, maintenant, de particulariser les surfaces élémentaires des congruences isotropes, afin d'établir diverses propriétés des élassoïdes.

§ 40.

L'élassoïde moyen est inscrit dans la polaire de la ligne double d'une congruence isotrope génératrice le long du lieu des centres de courbure de cette ligne double.

Un élassoïde réel est engendré ponctuellement par le point milieu de cordes réelles dont les extrémités décrivent deux lignes de longueur nulle, imaginaires conjuguées; les deux développables isotropes, lieux des tangentes à ces courbes, sont imaginaires conjuguées, elles se coupent mutuellement suivant des *lignes doubles réelles*. La congruence isotrope qui admet ces développables conjuguées pour focales, est réelle. Les droites de la congruence qui rencontrent la ligne double, devant toucher à la fois chacune des développables, sont les tangentes de la ligne double. Dès lors *la ligne double réelle est l'arête de rebroussement d'une surface élémentaire développable*. Si l'on se reporte à la formule (17), ΔZ étant l'arc élémentaire de la ligne double, p étant nul (parce que la plus courte distance de deux génératrices consécutives de la surface élémentaire est infiniment petite du troisième ordre et que p est le quotient de cette distance par l'angle de deux génératrices consécutives, angle infiniment petit du premier ordre) Δp est nul et $\cot g\, \omega$ est nulle.

Ainsi, le plan NMO est perpendiculaire au plan tangent à la développable, le long de la génératrice. La droite MO est donc la normale à la ligne double située dans le plan osculateur. Mais ici la caractéristique du plan moyen est la droite *polaire*, intersection des plans normaux consécutifs. En conséquence on peut dire que :

Tout élassoïde est inscrit à la développable polaire de la ligne double réelle, intersection des deux développables isotropes qui servent à l'engendrer ; la courbe de contact est le lieu des centres de courbure de la ligne double.

§ 41.

Sur un élassoïde donné on peut tracer une ∞^3 de lignes lieux des centres de courbure de courbes doubles.

Conséquemment, *sur un élassoïde quelconque, on peut tracer une ∞^3 de lignes, le long desquelles la surface est tangente aux développables polaires de courbes gauches.*

Si l'élassoïde est algébrique, toutes les congruences isotropes qui l'engendrent sont algébriques; donc les courbes gauches, précitées, sont également algébriques. Elles sont du reste, en général, de même degré; car ce sont les intersections de deux développables isotropes, déplacées, parallèlement à elles-mêmes, dans l'espace.

Inversement, si l'on prend, pour surface élémentaire d'une congruence isotrope, une surface développable, son arête de rebroussement sera ligne double (souvent partielle) du couple de développables isotropes satisfaisantes. Il suffira que la développable soit algébrique pour que l'élassoïde moyen soit algébrique.

C'est le cas de particulariser encore et de considérer une développable réduite à un plan : l'arête de rebroussement sera une courbe (C) arbitraire de ce plan, la surface polaire devient un cylindre, admettant pour section droite la développée (D) de la courbe (C). Cette développée est une géodésique de l'élassoïde.

§ 42.

Élassoïde admettant pour géodésique une courbe plane. Vérification de la transformation des congruences isotropes satisfaisantes.

On est donc en droit de dire avec Henneberg : *tout élassoïde, qui admet pour géodésique une courbe plane,* (D), *sera algébrique si* (D) *est la développée d'une courbe algébrique.*

A cette occasion, nous vérifierons la transformation réelle des congruences isotropes satisfaisantes, donnée au § 34.

Dans le cas particulier considéré, la surface élémentaire de la congruence est formée par les tangentes à une courbe (C) développante de la géodésique plane (D); on doit pouvoir adopter telle développante que l'on voudra et par conséquent la transformation précitée doit transformer les tangentes de la courbe (C) en tangentes d'une courbe parallèle. C'est ce qui a lieu en effet en considérant un déplacement des tangentes de (C) perpendiculaire au plan de cette courbe; la rotation de 90° autour des tangentes primitives ramène les secondes tangentes dans le plan de (C) et à une distance constante des premières; les droites transformées enveloppent donc une courbe parallèle à (C).

§ 43.

L'élassoïde moyen et la surface moyenne sont focales d'une même congruence.

Si dans la formule (17) on annule Δp, $\cot \omega$ est aussi nulle; par conséquent les droites telles que OM sont normales aux surfaces élémentaires caractérisées par la constance du paramètre. Remarquons, à l'inverse, que si ΔZ est nul, les droites telles que OM sont tangentes aux surfaces élémentaires; mais la condition

$$\Delta Z = 0$$

emporte que OM soit tangente à la ligne de striction. De ceci résulte une conséquence importante :

1° *Les droites joignant le point central* M *d'une droite* D *de la congruence isotrope, au point de contact* O *de l'élassoïde et du plan moyen, forment une congruence dont les focales sont l'élassoïde moyen et la surface moyenne.*

2° *Sur la surface moyenne, les trajectoires orthogonales des courbes enveloppes des droites* OM (arêtes de rebroussement d'une famille de développables principales) *sont les lignes de striction des surfaces élémentaires, de la congruence isotrope, dont le paramètre est constant.*

Nous sommes ainsi amenés à étudier les surfaces moyennes; le prochain chapitre fera connaître les singulières propriétés de ces surfaces dont la théorie, si intimement liée à celle des élassoïdes, mettra définitivement en lumière toute l'importance des congruences isotropes.

CHAPITRE VIII.

PROPRIÉTÉS DES SURFACES MOYENNES.

---

§ 44.

La surface moyenne d'une congruence isotrope est le lieu des milieux de cordes égales entre elles dont les extrémités décrivent des surfaces applicables l'une sur l'autre.

A un élassoïde donné correspondent autant de surfaces moyennes que de congruences isotropes satisfaisantes, la transformation géométrique du § (34) permet de construire toutes ces surfaces quand on connaît l'une d'entre elles et la congruence isotrope lui donnant naissance.

Démontrons tout d'abord que les surfaces moyennes ont une définition propre indépendante des élassoïdes. Dans ce but, reprenons les formules (15) qui se rapportent aux Δx, Δy, Δz d'un point arbitraire N de la droite D et, par conséquent, à une surface arbitraire (N) coupant la congruence isotrope (D).

Supposons que sur D on porte, à chaque instant, une longueur constante c; l'extrémité du segment décrira une surface (C) caractérisée par le groupe

$$\Delta X = - D^{\frac{1}{2}}(pdu + cdv),$$

$$\Delta Y = D^{\frac{1}{2}}(pdv - cdu),$$

$$\Delta Z = -\frac{dp}{dv}du + \frac{dp}{du}dv;$$

et le carré de l'élément linéaire de cette surface a pour valeur

$$dS^2 = (p^2 + c^2)(du^2 + dv^2) + \left(\frac{dp}{du}dv - \frac{dp}{dv}du\right)^2.$$

Si sur les droites D, à partir de M, nous portons de haut en bas, le segment c, nous obtiendrons une nouvelle surface (c) dont le carré de l'élément linéaire sera identique à celui de (C) puisque cette expression ne contient que c^2. Conséquemment, *les deux surfaces* (C) *et* (C′) *sont applicables l'une sur l'autre.*

On obtiendra ainsi autant de couples de surfaces applicables qu'on donnera de valeur au paramètre c.

§ 45.

Réciproque de la proposition qui précède énoncée sous forme de théorème de géométrie cinématique.

Réciproquement, *si les deux extrémités d'un segment constant de droite décrivent deux surfaces* (C) *et* (C′) *applicables l'une sur l'autre, la droite engendre une congruence isotrope.*

Prenons pour surface de référence la surface que touchent tous les plans élevés par les milieux des segments perpendiculairement aux segments mêmes, et pour simplifier les calculs, supposons que la droite D joignant les points CC′ est constamment située dans le plan des ZOX, ce qui ne particularise que les axes (u, v).

Les coordonnées du point C seront

$$\xi, \quad 0, \quad c,$$

celles du point C′ seront

$$\xi, \quad 0, \quad -c.$$

Le groupe (1) devient, pour le point C :

$$\Delta X_c = (P du - g D dv)\, c + du\left(f + \frac{d\xi}{du}\right) + dv\,\frac{d\xi}{dv},$$

$$\Delta Y_c = (-fD du + Q dv)\, c - du\,\frac{df}{g dv}\,\xi + dv\left(g + \frac{dg}{f da}\,\xi\right),$$

$$\Delta Z_c = du\,(-P\xi + fD\eta) + dv\,(-Q\eta + gD\xi).$$

Pour le point C' il faudrait changer le signe de c. Si les surfaces (C) et (C') sont applicables l'une sur l'autre, l'expression du dS^2 ne contient pas c au premier degré.

Il faut donc que l'équation

$$(-f\mathrm{D}du + \mathrm{Q}dv)\left[-du\frac{df}{gdv}\xi + dv\left(g + \frac{dg}{fdu}\xi\right)\right] + (\mathrm{P}du - g\mathrm{D}dv)\left[du\left(f + \frac{d\xi}{du}\right) + dv\frac{d\xi}{dv}\right] = 0$$

soit identique, quels que soient du et dv.

Cela entraîne le groupe de conditions

$$-g\mathrm{D}\left(f + \frac{d\xi}{du}\right) - f\mathrm{D}\left(g + \frac{dg}{fdu}\xi\right) - \mathrm{Q}\frac{df}{gdv}\xi + \mathrm{P}\frac{d\xi}{dv} = 0,$$

$$f\mathrm{D}\frac{df}{gdv}\xi + \mathrm{P}\left(f + \frac{d\xi}{du}\right) = 0,$$

$$\mathrm{Q}\left(g + \frac{dg}{fdu}\xi\right) - g\mathrm{D}\frac{d\xi}{dv} = 0;$$

mais en tenant compte des deux dernières la première peut s'écrire

$$(\mathrm{PQ} - fg\mathrm{D}^2)\left[\frac{d\xi}{\mathrm{Q}dv} - \frac{df}{\mathrm{P}gdv}\xi\right] = 0;$$

et l'on peut mettre les trois équations de condition sous la forme simple [en supposant que (O) n'est pas développable]

$$\frac{\dfrac{d\xi}{\xi dv}}{\mathrm{Q}} = \frac{\dfrac{df}{gdv}}{\mathrm{P}} = \frac{\dfrac{1}{\xi} + \dfrac{dg}{fgdu}}{\mathrm{D}} = \frac{-\left(\dfrac{1}{\xi} + \dfrac{d\xi}{f\xi du}\right)}{\mathrm{D}} \text{ (*)} \quad \ldots\ldots \quad (20)$$

D'un autre côté, si nous établissons comme d'habitude l'équation de la

(*) Chacun des rapports (20) est encore égal au quotient du paramètre p par ξ. On sait qu'une conséquence de ces équations doit être l'égalité des quantités $\frac{\mathrm{P}}{f}$ et $\frac{\mathrm{Q}}{g}$.

surface élémentaire de la congruence (D), puis celle des plans principaux, nous trouvons

$$\left.\begin{array}{c} \operatorname{tg}^2\theta \left[P\dfrac{d\xi}{dv} + gD\left(f + \dfrac{d\xi}{du}\right) \right] \\ + \operatorname{tg}\theta \left\{ -P\left(g + \dfrac{dg}{fdu}\xi\right) + Q\left(f + \dfrac{d\xi}{du}\right) + fD\dfrac{d\xi}{dv} + D\dfrac{df}{dv}\xi \right\} \\ + Q\dfrac{df}{gdv}\xi - fD\left(g + \dfrac{dg}{fdu}\xi\right) \end{array}\right\} = 0. \quad . \quad . \quad (21)$$

Enfin, cherchant les équations des foyers, nous trouvons que leurs ordonnées satisfont à la condition

$$\left.\begin{array}{c} Z^2(fgD^2 - PQ) \\ -Z\left\{fD\left(\dfrac{d\xi}{dv}\right) - gD\dfrac{df}{gdv}\xi + Pg + Qf + Q\dfrac{d\xi}{du} + P\dfrac{dg}{fdu}\xi\right\} \\ -\dfrac{df}{gdv}\xi\dfrac{d\xi}{dv} - \left(f + \dfrac{d\xi}{du}\right)\left(g + \dfrac{dg}{fdu}\xi\right) \end{array}\right\} = 0. \quad . \quad (22)$$

Si l'équation (21) se réduit à

$$\operatorname{tg}^2\theta + 1 = 0,$$

et si (22) est privée du terme en Z, la congruence (D) est isotrope et la surface de référence est son enveloppée moyenne. Cela donne trois conditions identiques à celles du groupe (20). La proposition est donc vérifiée.

Conséquemment nous énoncerons cette proposition de *Géométrie cinématique* (en adoptant une locution de M. Mannheim).

Si deux points d'une droite de longueur constante décrivent deux surfaces applicables l'une sur l'autre : 1° cette droite engendre une congruence isotrope ; 2° le plan mené à égale distance des deux points et perpendiculaire à la droite enveloppe un élassoïde.

§ 46.

La surface moyenne d'une congruence isotrope correspond par orthogonalité des éléments à la sphère.

Ceci posé, rien n'est plus simple que de définir directement la surface moyenne. Soient x, y, z les coordonnées cartésiennes, rectangulaires, prises par rapport à des axes fixes, d'un point M de la surface moyenne; soient, d'autre part, x, y, z, les coordonnées d'un point P d'une sphère de rayon c, point obtenu en menant par le centre de la sphère un rayon parallèle à la droite D de la congruence isotrope passant par M. Il est manifeste que les coordonnées des points C et C′ appartenant aux surfaces applicables l'une sur l'autre sont :

pour C

$$(x + x_1),\quad (y + y_1),\quad (z + z_1),$$

pour C′

$$(x - x_1),\quad (y - y_1),\quad (z - z_1).$$

Puisque par hypothèse les surfaces (c) et (c') sont applicables l'une sur l'autre, on a identiquement

$$d\overline{(x + x_1)}^2 + d\overline{(y + y_1)}^2 + d\overline{(z + z_1)}^2 = d\overline{(x - x_1)}^2 + d\overline{(y - y_1)}^2 + d\overline{(z - z_1)}^2,$$

d'où résulte

$$dx.dx_1 + dy.dy_1 + dz.dz_1 = 0.$$

Et par conséquent on peut dire que *la surface moyenne d'une congruence isotrope correspond par orthogonalité des éléments à la sphère.*

Les points correspondants sont : 1° sur une droite de la congruence, le point central; 2° sur la sphère, le point image de la droite.

§ 47.

De la correspondance par orthogonalité des éléments entre deux surfaces dont l'une est une quadrique.

Ainsi s'introduit dans la théorie des élassoïdes la considération importante de la correspondance par orthogonalité des éléments. Ce mode de correspondance qui va jouer un rôle capital dans nos recherches, a été imaginé par M. Moutard. Ce géomètre en a fait une très-belle application en donnant l'intégrale avec deux fonctions arbitraires et même la construction géométrique des surfaces correspondant aux quadriques par orthogonalité des éléments. La théorie qui nous occupe en dérive immédiatement puisqu'ici la quadrique se réduit à la sphère. Nous aurions pu déduire de l'intégrale de M. Moutard la nature des surfaces moyennes des congruences isotropes, mais il importait de tout établir directement, et les équations (20) nous serviront tout à l'heure. D'ailleurs les procédés de la périmorphie s'appliquent très-simplement au mode de correspondance de M. Moutard, ils conduisent à un théorème général, d'une grande simplicité, d'où découle avec évidence l'intégrale relative aux quadriques, intégrale qui a été le point de départ d'importantes recherches géométriques ou analytiques.

Les surfaces moyennes sont rattachées aux élassoïdes moyens par d'élégantes relations où figurent les courbures des deux surfaces; nous allons les établir par les procédés de périmorphie, en insistant un peu sur leur emploi qui est absolument général.

§ 48.

Tout réseau conjugué de la surface moyenne correspond à un réseau conjugué de l'élassoïde moyen.

Le groupe (15) donnant les projections du déplacement du point M permet d'écrire immédiatement l'équation du plan tangent à la surface moyenne

$$X\frac{dp}{dv} + Y\frac{dp}{du} = D^{\frac{1}{2}}p\,.\,Z\,. \qquad \qquad (25)$$

Cherchons à déterminer la caractéristique du plan tangent à la surface moyenne. Le plan tangent au point M′ a pour équation, dans le second trièdre,

$$X'\left(\frac{dp}{dv}+\Delta\frac{dp}{dv}\right)+Y'\left(\frac{dp}{du}+\Delta\frac{dp}{du}\right)=(D^{\frac{1}{2}}p+\Delta . D^{\frac{1}{2}}p)Z'.$$

Les équations (19) permettent d'écrire pour la caractéristique

$$\left.\begin{array}{l} X\left[\left(\dfrac{d^2p}{dudv}-\dfrac{dD}{2Ddv}\dfrac{dp}{du}\right)du+\left(\dfrac{d^2p}{dv^2}+\dfrac{dD}{2Ddu}\dfrac{dp}{du}+Dp\right)dv\right] \\ +Y\left[\left(\dfrac{d^2p}{du^2}+\dfrac{dD}{2Ddv}\dfrac{dp}{dv}+Dp\right)du+\left(\dfrac{d^2p}{dudv}-\dfrac{dD}{2Ddu}\dfrac{dp}{dv}\right)dv\right] \\ -\dfrac{p}{2}D^{-\frac{1}{2}}\left(\dfrac{dD}{du}du+\dfrac{dD}{dv}dv\right)Z-D^{-\frac{1}{2}}\left(\dfrac{dp}{dv}du+\dfrac{dp}{du}dv\right) \end{array}\right\}=0.$$

Éliminant les dérivées secondes de p au moyen des équations du groupe (10), on trouve :

$$0=\left\{\begin{array}{l} X\left[\dfrac{dD}{2Ddu}\dfrac{dp}{dv}du+dv\left(\dfrac{dD}{2Ddv}\dfrac{dp}{dv}+1\right)\right] \\ +Y\left[\left(\dfrac{dD}{2Ddu}\dfrac{dp}{du}-1\right)du+\dfrac{dD}{2Ddv}\dfrac{dp}{du}dv\right] \\ -Z\dfrac{p}{2}D^{-\frac{1}{2}}\left(\dfrac{dD}{du}du+\dfrac{dD}{du}dv\right)-D^{-\frac{1}{2}}\left(\dfrac{dp}{du}du+\dfrac{dp}{dv}dv\right) \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Soient du', dv' les accroissements qu'il faut donner aux paramètres u et v pour que le point M se déplace précisément suivant la caractéristique du chemin correspondant à du, dv, on obtiendra l'équation qui lie du', dv' à du, dv en remplaçant X, Y, Z dans la relation (24) privée de termes constants par ΔX, ΔY, ΔZ. Ce sera, si l'on veut, l'équation des directions conjuguées de la surface moyenne.

Les ΔX, ΔY, ΔZ sont donnés par le groupe (16) où du et dv sont remplacés par du' et dv'. On trouve après substitution et réduction

$$2D(du'dv+dv'du)=0.$$

Mais il est facile de voir que cette équation n'est autre que celle de directions conjuguées tracées sur l'élassoïde, car la caractéristique du plan moyen est déterminée par

$$Z = Xdv + Ydu = 0,$$

et comme ici

$$\Delta X = D^{-\frac{1}{2}}du', \quad \Delta Y = D^{-\frac{1}{2}}dv',$$

remplaçant x et y par ΔX et ΔY, on trouve en définitive pour l'équation des directions conjuguées

$$du'dv + dv'du = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

Cette analyse établit donc un fait digne de remarque, savoir que, *sur la surface moyenne tout réseau conjugué correspond à un réseau conjugué tracé sur l'élassoïde moyen. En particulier, les lignes asymptotiques d'une surface moyenne correspondent aux lignes asymptotiques de l'élassoïde* puisqu'une famille d'asymptotiques représente un réseau conjugué dont les courbes des deux familles coïncident.

Le fait est d'autant plus remarquable qu'il y a une ∞^3 de surfaces moyennes correspondant à un même élassoïde.

§ 49.

Sur la surface moyenne et l'élassoïde moyen les lignes asymptotiques se correspondent.

Nous verrons tout à l'heure que l'intégration des lignes asymptotiques d'un élassoïde ne dépend jamais que de quadratures ; on peut donc dire que *l'intégration des asymptotiques des surfaces correspondant par orthogonalité des éléments à la sphère, est toujours ramenée aux quadratures.*

On peut encore conclure pour la projection de la direction conjuguée de

l'élément de la surface moyenne correspondant à du, dv (projection effectuée sur le plan moyen)

$$Xdv - Ydu = D^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{dp}{du}du + \frac{dp}{dv}dv\right)$$

Cette équation montre que : si Oo', Oo'' sont deux directions conjuguées de l'élassoïde, si Mm', Mm'' sont les projections sur le plan moyen des directions conjuguées correspondantes de la surface moyenne Oo' et Mm'' sont parallèles, Oo'' et Mm' le sont aussi.

§ 50.

Calcul des rayons de courbure principaux de la surface moyenne.

La simplicité des résultats précédents tient à ce qu'on peut, dans les calculs, éliminer les différentielles secondes de p chaque fois qu'elles se présentent en tenant compte des équations (10). Il en sera de même pour tout ce qui tient au second ordre. En particulier il doit exister deux relations simples pour déterminer les courbures principales des surfaces moyennes; leur recherche nous donnera l'occasion d'appliquer l'une des règles les plus utiles de la périmorphie, et de constater une analogie bien remarquable.

Soit en général (S) une surface, portons sur ces normales une longueur constante l, l'extrémité du segment décrit une surface (Σ) parallèle à (S); soient $d(S)$ et $d(\Sigma)$ les éléments d'aires correspondants des deux surfaces, R_1 et R_2 désignant les rayons de courbure principaux moyens de l'élément $d(S)$; on a, d'après un théorème de Gauss, rappelé au § (7) :

$$d(\Sigma) = \frac{(R_1 + l)(R_2 + l)}{R_1 R_2} d(S);$$

par conséquent

$$\frac{d(\Sigma)}{d(S)} = 1 + \frac{l^2}{R_1 R_2} + l\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Le rapport ne peut s'annuler que si l égale l'un des rayons de courbure principaux; mais ce fait se présentera seulement si $d(\Sigma)$ est nul; et cela nécessite que les projections de l'élément d'aire $d(\Sigma)$ sur les trois plans coordonnés soient nulles. En général, si l'une de ces projections est nulle, les deux autres le sont, et, par conséquent, $d(\Sigma)$ s'annule. Il n'y a d'exception que dans le cas où la normale à (S) serait parallèle à l'un des plans coordonnés.

En périmorphie, on porte, sur les normales à la surface (S), une longueur l constante, on calcule, comme d'habitude, les ΔX, ΔY, ΔZ de l'extrémité; il est visible que la projection de l'élément $d(\Sigma)$, sur le plan instantané XOY, est proportionnelle à

$$\Delta Y_v . \Delta X_u - \Delta Y_u \, \Delta X_v .$$

(En désignant par ΔX_u, ΔY_u les valeurs de ΔX, ΔY lorsque u varie seul.) Écrivant que l'expression ci-dessus est nulle, on obtiendra une équation du second degré en l, qui détermine les rayons de courbure principaux.

Désignant par γ le cosinus de l'angle que fait la normale à la surface moyenne avec OZ, on déduit de (23)

$$-\frac{p}{\gamma} = \sqrt{p^2 + \frac{1}{D}\left[\left(\frac{dp}{du}\right)^2 + \left(\frac{dp}{dv}\right)^2\right]}.$$

Les coordonnées instantanées du point de la surface parallèle à (M) et distante de l de cette surface, sont

$$\zeta = l\gamma,$$

$$\xi = D^{-\frac{1}{2}}\frac{dp}{du} - l\gamma\frac{dp}{pdv}D^{-\frac{1}{2}},$$

$$\eta = - D^{-\frac{1}{2}}\frac{dp}{dv} - l\gamma\frac{dp}{pdu}D^{-\frac{1}{2}}.$$

On trouve à l'aide des formules (1) :

$$\frac{\Delta X u}{D^{-\frac{1}{2}}du} = - Dp + \frac{l\gamma}{p}\left(\frac{1}{p}\frac{dp}{du}\frac{dp}{dv} - \frac{d\gamma}{\gamma du}\frac{dp}{dv}\right)$$

que nous écrirons

$$\frac{\Delta X u}{D^{-\frac{1}{2}}du} = -Dp + l\gamma\frac{dp}{pdv}\frac{d}{du}\log\left(\frac{p}{\gamma}\right);$$

de même

$$\frac{\Delta X v}{D^{-\frac{1}{2}}dv} = \frac{l\gamma}{p}\left[-1 + \frac{dp}{dv}\frac{d}{dv}\log\left(\frac{p}{\gamma}\right)\right],$$

également

$$\frac{\Delta Y u}{D^{-\frac{1}{2}}du} = \frac{l\gamma}{p}\left[1 + \frac{dp}{du}\frac{d}{du}\log\left(\frac{p}{\gamma}\right)\right],$$

et, enfin,

$$\frac{\Delta Y v}{D^{-\frac{1}{2}}dv} = Dp + \frac{l\gamma}{p}\frac{dp}{du}\cdot\frac{d}{dv}\log\left(\frac{p}{\gamma}\right);$$

on en conclut, pour l'équation des rayons de courbure principaux, comme il a été dit :

$$\left.\begin{aligned}&\frac{l^2\gamma^2}{p^2}\left[-1 + \frac{dp}{dv}\frac{d}{dv}\log\left(\frac{p}{\gamma}\right) - \frac{dp}{du}\frac{d}{du}\log\left(\frac{p}{\gamma}\right)\right]\\ &-Dl\gamma\left[\frac{dp}{dv}\frac{d}{du}\log\left(\frac{p}{\gamma}\right) - \frac{dp}{du}\frac{d}{dv}\log\left(\frac{p}{\gamma}\right)\right] + D^2p^2\end{aligned}\right\} = 0.$$

Comme on trouve

$$\frac{d}{du}\log\frac{p}{\gamma} = \frac{-\dfrac{dp}{Ddu}}{p^2 + \dfrac{1}{D}\left[\left(\dfrac{dp}{du}\right)^2 + \left(\dfrac{dp}{dv}\right)^2\right]},$$

et

$$\frac{d}{dv}\log\frac{p}{\gamma} = \frac{\dfrac{dp}{Ddv}}{p^2 + \dfrac{1}{D}\left[\left(\dfrac{dp}{du}\right)^2 + \left(\dfrac{dp}{dv}\right)^2\right]},$$

il vient, en définitive,

$$l^2 - 2\frac{l}{\gamma}D\frac{dp}{du}D^{-\frac{1}{2}}\cdot\frac{dp}{dv}D^{-\frac{1}{2}} - \frac{D^2p^4}{\gamma^4} = 0.$$

Nous en déduirons, en désignant par L_1 et L_2 les deux rayons de courbure principaux de la surface moyenne

$$L_1 + L_2 = -\frac{2}{\gamma} D . \eta_M . \xi_M \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

avec

$$L_1 . L_2 = -\frac{D^2 . p^4}{\gamma^4} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

§ 51.

Relation entre les courbures de la surface moyenne et de l'élassoïde moyen.

Laissons de côté provisoirement l'équation (26) et ne nous occupons que de (27).

Si R_1 et R_2 sont les rayons de courbure principaux de l'élassoïde, égaux d'ailleurs en valeur absolue, on a

$$D = \frac{1}{\sqrt{-R_1R_2}}.$$

Désignons par V l'angle des normales à la surface moyenne (M) et à l'élassoïde moyen (O); on a

$$\overline{OM}^2 = \frac{1}{D}\left[\left(\frac{dp}{du}\right)^2 + \left(\frac{dp}{dv}\right)^2\right],$$

d'un autre côté

$$p^2 . \operatorname{tg}^2 V = \frac{1}{D}\left[\left(\frac{dp}{du}\right)^2 + \left(\frac{dp}{dv}\right)^2\right].$$

Conséquemment, (27) équivaut à la relation géométrique

$$L_1L_2 . R_1R_2 = \frac{\overline{OM}^4}{\sin V^4} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

§ 52.

La relation qui précède se retrouve en étudiant les nappes de la développée d'une surface dont les rayons de courbure principaux sont liés, et en général dans la théorie de la correspondance par orthogonalité des éléments.

C'est ici qu'il convient de faire un rapprochement.

Nous avons montré que les deux nappes de la développée d'une surface dont les rayons de courbure sont liés (surfaces considérées pour la première fois par M. Weingarten), se correspondent de telle manière qu'aux asymptotiques de l'une correspondent les asymptotiques de l'autre. M. Halphen a ensuite établi que si R_1, R_2 sont les rayons de courbure principaux de l'une des nappes, L_1, L_2 ceux de l'autre nappe et OM le segment de normale compris entre les deux nappes de la développée,

$$L_1 L_2 . R_1 R_2 = \overline{OM}^4.$$

Dans l'espèce, la congruence, admettant les deux surfaces considérées comme focales, a ses plans principaux rectangulaires; on peut donc dire que l'équation (28) régit aussi les relations des deux nappes, puisque sin V est égal à l'unité.

Ces propriétés similaires tiennent à des lois beaucoup plus générales se rapportant aux liaisons des nappes de congruences particulières. C'est ce que nous établirions en rattachant toutes ces théories à celles des couples de surfaces applicables l'une sur l'autre.

Mais nous devons nous refuser à nous écarter plus longtemps de la théorie des élassoïdes; nous aurons d'ailleurs encore l'occasion de faire allusion à plusieurs théorèmes généraux qui trouvent de remarquables applications dans la théorie des élassoïdes. (Voir chapitre XXII.)

Revenons aux surfaces moyennes, et cherchons s'il n'est pas possible qu'une surface moyenne soit élassoïde.

§ 53.

La surface moyenne ne peut être un élassoïde réel qu'en coïncidant avec une surface de vis à filet quarré qui est aussi l'élassoïde moyen.

Il faut d'après (26) que

$$\eta_M - \xi_M = 0.$$

La droite OM serait donc toujours tangente à une asymptotique de l'élassoïde (o), mais le résultat s'obtient très-facilement à l'aide des équations (20): puisque l'axe des X est une asymptote de l'indicatrice, on doit avoir

$$P = \frac{df}{gdv} = 0.$$

Donc, *l'élassoïde est réglé,* puisque l'asymptotique (8) est géodésique. D'après un théorème dû à M. Catalan, on sait que l'élassoïde (quand il est réel) n'est autre chose que la surface de vis à filet quarré.

Comme il n'est pas sans intérêt de faire connaître les congruences isotropes assez singulières, dont nous venons de signaler l'existence, nous établirons, par nos procédés, le résultat de M. Catalan, et nous intégrerons le groupe (20).

Pour éviter les imaginaires, il convient de revenir aux premiers calculs du § 29. De ce que les lignes (8) sont à la fois asymptotiques et géodésiques,

$$Dg^2 = V,$$

$$D = U,$$

f étant pris égal à l'unité. La troisième des équations de Codazzi donne, pour déterminer g,

$$\frac{V^2}{g^3} = \frac{d^2g}{du^2}$$

dont l'intégrale générale est ici

$$g^2 = Lu^2 + 2Mu + N,$$

moyennant que

$$V = NL - M^2;$$

mais comme on doit avoir

$$\frac{1}{D} = \frac{Lu^2 + 2Mu + N}{NL - M^2} = \frac{1}{u},$$

L, M et N doivent être des constantes.

Dans le cas où L ne sera pas nul, on changera de variable en prenant une nouvelle v définie par

$$dv_1 = \sqrt{L}\, dv,$$

et si l'on prend pour nouvelle variable u, un terme convenable, on voit que le carré de l'élément linéaire de la surface peut s'écrire

$$ds^2 = du^2 + (u^2 + A^2) dv^2. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (29)$$

Au contraire, dans le cas où L serait nul, on pourrait écrire cette expression sous l'une des formes

$$ds^2 = du^2 + u dv^2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (30)$$

$$ds^2 = du^2 + dv^2.$$

Cette dernière caractérise le plan.

Dans l'hypothèse correspondant à l'équation (29), on a

$$D = \frac{1}{\sqrt{-R_1 R_2}} = \frac{A}{u^2 + A^2},$$

les rayons de courbure principaux sont réels puisqu'ils sont égaux et qu'ils doivent être de signes opposés, pour que la surface soit réelle.

Dans l'hypothèse caractérisée par l'équation (30)

$$-D^2 = \frac{1}{4u^2} = \frac{1}{R_1R_2};$$

donc, pour toute valeur réelle de u, les rayons de courbure principaux seront de même signe; la surface est imaginaire. (Les congruences isotropes ne peuvent apparaître dans les présents calculs basés sur l'hypothèse de l'orthogonalité de lignes asymptotiques distinctes).

Revenons à l'équation (29), on a

$$\frac{dg}{gdu} = \frac{u}{u^2 + A^2}.$$

Or, cette expression exprime la courbure géodésique des lignes (u); et comme les plans osculateurs sont tangents à l'élassoïde, on voit que les premières courbures de ces courbes sont constantes tout le long de l'une d'entre elles.

Le rayon de seconde courbure D est dans le même cas.

Les lignes (u) sont donc des *hélices* orthogonales aux génératrices (v); l'une de ces hélices se réduit à une droite, au cas où u s'annule. La surface est une *surface de vis à filet quarré,* comme l'avait indiqué, depuis longtemps, M. Catalan.

§ 54.

Recherche des congruences isotropes dont la surface moyenne est élassoïde.

Passons à la détermination des congruences isotropes admettant cette surface de vis pour surface moyenne.

Il est clair qu'il doit entrer dans leur définition une constante arbitraire, car si l'on opère sur une congruence satisfaisante la transformation du § 34 en prenant pour direction fixe celle de l'hélice réduite à une droite, on obtient encore une congruence isotrope satisfaisante.

Ici le groupe (20) se réduit à

$$\frac{d\xi}{dv} = 0,$$

$$\frac{d(g\xi)}{du} = -2g.$$

Si u désigne la distance d'un point M' de la génératrice de l'hélicoïde à l'axe OZ, θ désignant l'angle de la normale en M' avec cet axe, on a

$$u = A \cot\theta,$$

$$g = \frac{A}{\sin\theta},$$

et, par conséquent,

$$d\left(\frac{A\xi}{\sin\theta}\right) = 2\frac{A^2}{\sin^3\theta}\,d\theta,$$

on en conclut

$$\frac{\xi + A\cot\theta}{\sin\theta} = A\log.\mathrm{tg}\frac{\theta}{2} + C.$$

Si D est la droite de la congruence isotrope,

$$CP = \xi + A\cot\theta.$$

Nous voulons seulement faire observer que si l'on considère les surfaces élémentaires de la congruence admettant pour lignes de striction les génératrices de l'hélicoïde, on aura une *famille de surfaces identiques, déplacées hélicoïdalement* (*).

La transformation du § 34, effectuée avec généralité, donnera, avec deux

(*) L'équation

$$u = \sin\theta A\left(\log\mathrm{tg}\frac{\theta}{2} + C\right)$$

est l'équation de la surface réglée élémentaire.

constantes arbitraires, des surfaces moyennes dont les asymptotiques correspondront aux génératrices et aux hélices orthogonales de la surface de vis.

Enfin, l'équation (28) doit être vérifiée identiquement si l'on prend deux points arbitraires, situés sur une même génératrice de l'héliçoïde, sans quoi la relation précitée donnerait l'intégrale des congruences isotropes satisfaisantes, chose impossible, puisque la constante fait défaut. La vérification se fait immédiatement.

Nous ne poursuivrons pas plus loin l'étude des surfaces moyennes qui se prêterait pourtant à d'intéressants développements. Nous avons désiré faire voir, par ce qui précède, combien la considération des congruences isotropes est motivée. Nous allons montrer maintenant comment en cherchant à obtenir, par les procédés les plus simples, les congruences isotropes, on arrive naturellement à étendre encore la théorie des élassoïdes.

CHAPITRE IX.

CONGRUENCES ISOTROPES DÉRIVÉES DE LA SPHÈRE.

---

§ 55.

Formules donnant le ds² *d'une surface, ses lignes de courbure et asymptotiques, les rayons de courbure principaux, en fonction des éléments sphériques de l'image.*

Avant de poursuivre les conséquences des résultats obtenus au § 28 qui rattachent à la théorie des réseaux isométriques sphériques celle des congruences isotropes, il est nécessaire d'établir rapidement quelques calculs ayant trait à la représentation sphérique des surfaces, et qui, d'ailleurs, s'obtiennent aisément par les procédés de périmorphie.

Prenons pour surface de référence une sphère de rayon un, pour réseau (u, v) un réseau isométrique; soit p la distance au plan tangent d'une surface arbitraire (A), du centre de la sphère. L'équation instantanée du plan tangent est

$$Z - p + 1 = 0.$$

On obtiendra le point de contact en cherchant l'enveloppe des caractéristiques.

Dans l'espèce, comme

$$ds^2 = \lambda^2(du^2 + dv^2),$$

$$P = Q = \lambda, \quad D = 0,$$

l'équation du plan tangent dans sa seconde position est

$$Z + \left(\lambda X - \frac{dp}{du}\right) du + \left(\lambda Y - \frac{dp}{dv}\right) dv + 1 = 0.$$

On voit que les coordonnées instantanées du point de contact ont pour valeurs

$$\xi = \frac{dp}{\lambda du}, \quad \eta = \frac{dp}{\lambda dv}.$$

Si l'on suit un chemin caractérisé par les accroissements *du, dv* sur la sphère, le point A de contact décrit une courbe et les normales le long de celle-ci, à la surface (A) normales parallèles à celles de la sphère, engendrent une surface élémentaire ou *normalie* (d'après une locution introduite par M. Mannheim). On a, comme d'habitude, pour l'équation de la variation du plan tangent le long d'une normale appartenant à la surface élémentaire

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{du\left(\frac{d\eta}{du} - \frac{d\lambda}{\lambda dv}\xi\right) + dv\left(\frac{d\eta}{dv} + \lambda l + \frac{d\lambda}{\lambda du}\xi\right)}{du\left(\frac{d\xi}{du} + \lambda l + \frac{d\lambda}{\lambda dv}\eta\right) + dv\left(\frac{d\xi}{dv} - \frac{d\lambda}{\lambda du}\eta\right)} \quad \ldots \ldots \quad (51)$$

Tenant compte des valeurs de ξ et de η, passant aux coordonnées symétriques imaginaires, et posant

$$a = \frac{dp}{\lambda^2 dx},$$

$$b = \frac{dp}{\lambda^2 dy},$$

$$c = \frac{1}{\lambda^2}\frac{d^2p}{dxdy},$$

il vient

$$e^{-2i\theta} = \frac{dx\frac{da}{dx} + dy\left(c + \frac{l}{2}\right)}{dx\left(c + \frac{l}{2}\right) + dy\frac{db}{dy}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (52)$$

équation dans laquelle θ est l'angle du plan tangent à la normalie et du plan

ZOX, $t-1$ est la hauteur au-dessus du plan XOY du point de contact du plan tangent précité.

Puisqu'on a les valeurs instantanées des coordonnées du point de contact A, rien n'est plus simple que de former les ΔX, ΔY, ΔZ de ce point. Élevant au carré ces expressions et ajoutant, on trouve pour le carré de l'élément linéaire de la surface (A)

$$\frac{dS^2}{\lambda^2} = (p+2c)\left[2\frac{da}{dx}dx^2 + (p+2c)dx.dy + 2\frac{db}{dy}dy^2\right] + 4\frac{da}{dx}\cdot\frac{db}{dy}dxdy. \quad . \quad (33)$$

L'équation (32) permet de trouver l'expression des rayons de courbure principaux de la surface (A) ainsi que les équations des images sphériques de ses lignes de courbure. Opérant comme nous l'avons déjà fait bien souvent dans ce mémoire, on trouve : 1° pour l'équation des images sphériques

$$\frac{dy}{dx} + \pm\sqrt{\frac{\frac{da}{dx}}{\frac{db}{dy}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

2° pour l'équation des rayons de courbure principaux

$$R^2 - 2R(2c+p) + (2c+p)^2 - 4\frac{da}{dx}\cdot\frac{db}{dy} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

Enfin, nous exprimerons que deux directions de (A) caractérisées par les accroissements dx, dy d'une part, dx', dy' d'autre part, sont conjuguées, en écrivant que le plan tangent en A à la normalie correspondant aux accroissements dx', dy' est le plan central de la normalie correspondant aux accroissements dx, dy (théorème de Joachimstal). Nous n'insistons plus sur ces calculs. On trouve ainsi pour l'équation des lignes conjuguées de (A)

$$\frac{da}{dx}\cdot dx.dx' + \left(c+\frac{p}{2}\right)(dxdy' + dydx') + \frac{db}{dy}\cdot dydy' = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

Il en résulte pour l'équation des lignes asymptotiques

$$\frac{da}{dx}\cdot dx^2 + 2\left(c+\frac{p}{2}\right)dx.dy + \frac{db}{dy}dy^2 = 0.$$

L'importance des calculs qui précèdent tient à ce que la surface (A) est arbitraire et à ce que le réseau sphérique (u, v) l'est égalément (pourvu qu'il soit isométrique).

§ 56.

Équation la plus générale d'un élassoïde en coordonnées sphériques.

Dans le cas actuel, puisqu'il s'agit d'élassoïdes, nous obtiendrons l'équation différentielle de ces surfaces en écrivant, par exemple, que dans l'équation (35) le terme du premier degré en R disparaît, c'est-à-dire que la courbure moyenne de la surface est nulle. Il vient

$$p + \frac{2}{\lambda^2}\frac{d^2p}{dxdy} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (37)$$

l'équation des lignes de courbure ne change pas, mais celle des asymptotiques devient

$$dx\sqrt{\frac{da}{dx}} \pm \sqrt{-1}\sqrt{\frac{db}{dy}} \cdot dy = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (38)$$

enfin le carré de l'élément linéaire de l'élassoïde prend la forme remarquable

$$\frac{dS^2}{\lambda^2} = 4\frac{da}{dx}\cdot\frac{db}{dy}\cdot dx.dy \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (39)$$

Rappelons, en dernière analyse, que λ satisfait à la troisième équation de Codazzi

$$\lambda^2 + 2\frac{\lambda^2 \log \lambda^2}{dxdy} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (40)$$

Si l'on remplace λ^2 par D on voit que les équations (37) et (40) coïncident avec les deux premières du groupe (11).

Leur intégrale générale est donc

$$-\frac{\lambda^2}{2}=\frac{2X'Y'}{(X+Y)^2},$$

$$p=\frac{X_1'}{X'}+\frac{Y_1'}{Y'}-2\frac{X_1+Y_1}{X+Y},$$

et ici, les fonctions X_1 et Y_1 sont assujetties seulement à être, comme X et Y, des fonctions arbitraires des variables x et y.

§ 57.

Un élassoïde et la sphère image ont toujours leurs lignes isotropes correspondantes.

Déduisons maintenant des conséquences.

L'équation (39) montre que les *lignes isotropes d'un élassoïde ont pour image sphérique les lignes isotropes de la sphère.* D'après une théorie bien connue, il en résulte que, si l'on fait correspondre un élassoïde et une sphère par parallélisme des plans tangents, on a un mode de correspondance dans lequel les angles se conservent.

Ceci démontre que l'élassoïde est la seule surface correspondant de la sorte à la sphère. (Théorème dû à M. Ossian Bonnet.)

§ 58.

Remarque au sujet de la forme explicite des fonctions arbitraires qui entrent dans l'équation intégrale d'un élassoïde.

On vérifie, sur l'équation (38), que les asymptotiques d'un élassoïde sont rectangulaires.

La valeur la plus générale de p, convenant aux élassoïdes, peut s'écrire

sous la forme simple et très-utile

$$p = X' + 2X\frac{d\lambda}{\lambda dx} + Y' + 2Y\frac{d\lambda}{\lambda dy} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (41)$$

où ne figurent plus que les deux fonctions arbitraires nécessaires et suffisantes, celles qui caractérisent le réseau isométrique sphérique étant masquées.

Inversement, on peut dans la formule qui précède particulariser autant que l'on voudra les fonctions arbitraires X et Y, pourvu qu'on laisse à λ toute la généralité que comportent les deux fonctions arbitraires de son expression en x et y; on obtiendra encore l'intégrale générale des élassoïdes, seulement *ils se sépareront en autant de groupes qu'il y a de réseaux isométriques sphériques distincts.*

Cette conséquence résultait également des calculs du § 27 relatifs aux congruences isotropes.

§ 59.

Remarque sur les réseaux sphériques isométriques et trajectoires les uns des autres.

Avant de déduire, de ce qui précède, les remarquables propriétés des *élassoïdes groupés*, il convient de démontrer un résultat simple et connu, mais qui nous importe particulièrement.

Les trajectoires des courbes (u) *sous un angle constant* ω *et les trajectoires sous le même angle des courbes* (v) *forment un réseau isométrique si le réseau sphérique* (u, v) *est isométrique; la valeur du* λ, *pour les deux réseaux, est la même.*

Soit, en effet, sur une surface qui peut être arbitraire

$$dS^2 = \lambda^2(du^2 + dv^2),$$

posons

$$du = du'\cos\omega - dv'\sin\omega,$$

$$dv = du'\sin\omega + dv'\cos\omega,$$

il est clair que

$$du^2 + dv^2 = du'^2 + dv'^2.$$

En conséquence, le carré de l'élément linéaire de la surface peut s'écrire indifféremment

$$dS^2 = \lambda^2(du^2 + dv^2) = \lambda^2(du'^2 + dv'^2),$$

d'où résulte la proposition annoncée.

§ 60.

D'un réseau sphérique isométrique on peut déduire une infinité de congruences isotropes donnant lieu à une famille d'élassoïdes groupés.

Ceci posé, si nous nous reportons aux calculs du § 27, nous voyons qu'étant donné un réseau isométrique sphérique, on en déduira une infinité de congruences isotropes, de la façon suivante : le pied M de chacune des droites D sera à la distance λ de O, et la droite OM fera un angle constant ω avec la tangente OX de la courbe (v).

Il est clair, d'ailleurs, que le segment OM peut être multiplié par une constante ; car on obtiendra ainsi des congruences isotropes, homothétiques par rapport au centre de la sphère de référence.

Chaque congruence isotrope, déduite du réseau isométrique sphérique, donnera lieu à un élassoïde moyen ; tous ces élassoïdes formeront un groupe dont nous allons établir les propriétés.

Nous avons trouvé, au § 28, que si l'on porte le segment λ sur OX :

1° Le *plan moyen* de la congruence isotrope est à la distance p du centre de la sphère, marquée par

$$p = -\frac{d\lambda}{\lambda du}.$$

2° Le *paramètre* de la congruence a pour valeur

$$p = -\frac{d\lambda}{\lambda dv}.$$

§ 61.

Calcul des éléments des élassoïdes groupés.

Il en résulte que, si nous désignons par ρ_ω et p_ω les valeurs analogues, relatives à la congruence isotrope définie par des positions de OM faisant avec OX l'angle ω, nous aurons

$$\rho_\omega = -\frac{d\lambda}{\lambda du'} = -\cos\omega \frac{d\lambda}{\lambda du} - \sin\omega \frac{d\lambda}{\lambda dv} \quad \ldots\ldots\ldots (42)$$

$$p_\omega = -\frac{d\lambda}{\lambda dv'} = \sin\omega \frac{d\lambda}{\lambda du} - \cos\omega \frac{d\lambda}{\lambda dv} \quad \ldots\ldots\ldots (43)$$

L'équation (42) donnant, en définitive, les distances du centre de la sphère de référence aux plans tangents parallèles des élassoïdes groupés doit coïncider avec (41) particularisée; passant aux coordonnées symétriques imaginaires, (42) devient

$$\rho_\omega = -\left[\frac{d\lambda}{\lambda dx}(\cos\omega + i\sin\omega) + \frac{d\lambda}{\lambda dy}(\cos\omega - i\sin\omega)\right]$$

Et cette équation coïncide avec (41) si l'on fait dans celle-ci

$$2X = -(\cos\omega + i\sin\omega),$$

$$2Y = -(\cos\omega - i\sin\omega).$$

Dans l'espèce, adoptant les notations du § 55, et tenant compte de l'équation (40), on trouve :

$$-a = \frac{1}{\lambda^2}\frac{d^2\log\lambda}{dx^2}(\cos\omega + i\sin\omega) - \frac{1}{4}(\cos\omega - i\sin\omega),$$

$$-b = \frac{1}{\lambda^2}\frac{d^2\log\lambda}{dy^2}(\cos\omega - i\sin\omega) - \frac{1}{4}(\cos\omega + i\sin\omega);$$

par conséquent,

$$-\frac{da}{dx}=\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{d^2\log\lambda}{dx^2}\right)(\cos\omega+i\sin\omega),$$

$$-\frac{db}{dy}=\frac{d}{dy}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{d^2\log\lambda}{dy^2}\right)(\cos\omega-i\sin\omega).$$

§ 62.

Tous les élassoïdes groupés sont applicables sur l'un d'entre eux; ils ne sont pas identiques.

La formule (33) qui a trait au carré de l'élément linéaire devient en conséquence

$$\frac{dS^2}{\lambda^2}=4\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{d^2\log\lambda}{dx^2}\right)\frac{d}{dy}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{d^2\log\lambda}{dy^2}\right)dxdy,$$

résultat qui ne contient plus trace de l'angle ω. On peut donc énoncer cet important résultat :

Tous les élassoïdes groupés, dérivés d'un même réseau isométrique sphérique, sont applicables sur l'un d'entre eux.

Mais il pourrait y avoir doute sur leur non-identité quoique l'identité dût entraîner des conséquences (en ce qui concerne les valeurs de ρ_ω) à priori non réalisées.

Pour donner une preuve décisive, nous chercherons l'équation de l'image sphérique des lignes de courbure de l'élassoïde du groupe, le plus général, et nous ferons voir qu'elle varie avec ω.

On a, d'après (34), pour l'équation de l'image

$$\frac{dy}{dx}=\pm\sqrt{\frac{\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{d^2\log\lambda}{dx^2}\right)(\cos\omega+i\sin\omega)}{\frac{d}{dy}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{d^2\log\lambda}{dy^2}\right)(\cos\omega-i\sin\omega)}},$$

ce qui établit la proposition annoncée.

On peut même déduire de cette relation une conséquence géométrique importante.

§ 63.

Les élassoïdes groupés ont pour images sphériques de leurs lignes de courbure des réseaux isométriques trajectoires les uns des autres sous des angles constants.

D'après (32), si l'on suit une ligne de courbure de la surface (A), on a

$$e^{-2i\theta} = \frac{dy}{dx}.$$

Dès lors, si nous désignons par θ_ω l'angle que l'image d'une ligne de courbure de l'élassoïde général fait avec OX, nous aurons

$$e^{-4i\theta_\omega} = e^{-4i\theta_0} \frac{\cos\omega + i\sin\omega}{\cos\omega - i\sin\omega} = e^{-4i\theta_0}.e^{2\omega i},$$

d'où résulte simplement

$$\theta_\omega - \theta_0 = \frac{\omega}{2}.$$

Ainsi *les images sphériques des lignes de courbure des élassoïdes groupés sont trajectoires, sous des angles constants, les unes des autres.*

Prenons, par exemple, deux élassoïdes du groupe caractérisés par des valeurs du paramètre ω différant d'une constante α, leurs images sphériques se couperont mutuellement sous l'angle $\frac{\alpha}{2}$.

Il est bien clair que les résultats qui précèdent s'appliquent également aux images sphériques des asymptotiques des divers élassoïdes du groupe.

Sans chercher à particulariser davantage pour le moment, faisons cette observation que les images sphériques des élassoïdes d'un même groupe forment sur la sphère un groupe de réseaux isométriques trajectoires, sous des angles constants, les uns des autres. [Les équations de Codazzi montrent immédiatement que l'image sphérique des lignes de courbure d'un élassoïde est isométrique.]

Si donc on suppose obtenue l'image sphérique des lignes de courbure des élassoïdes groupés, on pourra la prendre pour point de départ d'un nouveau groupe d'élassoïdes et ainsi de suite.

§ 64.

Recherche des élassoïdes admettant pour image sphérique de leurs lignes de courbure un réseau isométrique déterminé. Intégration des congruences isotropes satisfaisantes.

Inversement, on est conduit à résoudre le problème suivant : *étant donné un réseau isométrique sphérique, trouver l'élassoïde qui l'admet pour image de ses lignes de courbure; intégrer ses congruences isotropes génératrices.*

Nous pourrions déduire la solution, de ce qui précède, mais il est tout aussi simple de l'établir directement.

Prenons pour réseau (u, v) le réseau isométrique choisi. Soient ξ et η les coordonnées instantanées du pied de la droite D de la congruence isotrope, p le paramètre de la congruence, ρ la distance du plan moyen au centre de la sphère de référence. Sans recommencer des calculs identiques à ceux qui ont été faits si souvent, nous écrirons immédiatement

$$\rho - 1 = -\frac{dv\left[dv\left(\lambda + \frac{d\eta}{dv} + \frac{d\lambda}{\lambda du}\xi\right) + du\left(\frac{d\eta}{du} - \frac{d\lambda}{\lambda dv}\xi\right)\right] + du\left[du\left(\lambda + \frac{d\xi}{du} + \frac{d\lambda}{\lambda dv}\eta\right) + dv\left(\frac{d\xi}{dv} - \frac{d\lambda}{\lambda du}\eta\right)\right]}{\lambda(du^2 + dv^2)},$$

$$p = \frac{dv\left[du\left(\lambda + \frac{d\xi}{du} + \frac{d\lambda}{\lambda dv}\eta\right) + dv\left(\frac{d\xi}{dv} - \frac{d\lambda}{\lambda du}\eta\right)\right] - du\left[dv\left(\lambda + \frac{d\eta}{dv} + \frac{d\lambda}{\lambda du}\xi\right) + du\left(\frac{d\eta}{du} - \frac{d\lambda}{\lambda dv}\xi\right)\right]}{\lambda(du^2 + dv^2)}.$$

La congruence étant isotrope, ces expressions doivent être indépendantes de du et dv, ce qui entraîne

$$\frac{d\eta}{du} - \frac{d\lambda}{\lambda dv}\xi + \frac{d\xi}{dv} - \frac{d\lambda}{\lambda du}\eta = 0,$$

$$\frac{d\eta}{dv} + \frac{d\lambda}{\lambda du}\xi = \frac{d\xi}{du} + \frac{d\lambda}{\lambda dv}\eta.$$

Et alors on a, en effet

$$p = \frac{\dfrac{d\xi}{dv} - \dfrac{d\lambda}{\lambda du}\eta}{\lambda} = -\frac{\dfrac{d\eta}{du} - \dfrac{d\lambda}{\lambda dv}\xi}{\lambda}.$$

$$-\rho = \frac{d\eta}{\lambda dv} - \frac{d\lambda}{\lambda^2 du}\xi = \frac{d\xi}{\lambda du} + \frac{d\lambda}{\lambda^2 dv}\eta.$$

Prenons pour variables canoniques p et ρ, nous aurons le groupe

$$\left.\begin{array}{ll} \dfrac{d\xi}{du} + \dfrac{d\lambda}{\lambda dv}\eta = -\lambda\rho, & \dfrac{d\xi}{dv} - \dfrac{d\lambda}{\lambda du}\eta = \lambda p \\ \dfrac{d\eta}{du} - \dfrac{d\lambda}{\lambda dv}\xi = -\lambda p, & \dfrac{d\eta}{dv} + \dfrac{d\lambda}{\lambda du}\xi = -\lambda\rho \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (44)$$

Opérant comme au § 31 en tenant compte de l'équation

$$\frac{d^2 \log\lambda}{du^2} + \frac{d^2 \log\lambda}{dv^2} + \lambda^2 = 0,$$

il vient

$$\xi = \lambda^{-1}\left(\frac{d\rho}{du} - \frac{dp}{dv}\right),$$

$$\eta = \lambda^{-1}\left(\frac{d\rho}{dv} + \frac{dp}{du}\right).$$

Exprimant que ces valeurs de ξ et η satisfont au groupe (44), on obtient le groupe définitif

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{d^2\rho}{du^2} - \dfrac{d^2 p}{dudv} + \dfrac{d\lambda}{\lambda dv}\left(\dfrac{d\rho}{dv} + \dfrac{dp}{du}\right) - \dfrac{d\lambda}{\lambda du}\left(\dfrac{d\rho}{du} - \dfrac{dp}{dv}\right) + \lambda^2\rho = 0 \\ \dfrac{d^2\rho}{dv^2} + \dfrac{d^2 p}{dudv} + \dfrac{d\lambda}{\lambda du}\left(\dfrac{d\rho}{du} - \dfrac{dp}{dv}\right) - \dfrac{d\lambda}{\lambda dv}\left(\dfrac{d\rho}{dv} + \dfrac{dp}{du}\right) + \lambda^2\rho = 0 \\ \dfrac{d^2 p}{du^2} + \dfrac{d^2\rho}{dudv} + \dfrac{d\lambda}{\lambda dv}\left(\dfrac{dp}{dv} - \dfrac{d\rho}{du}\right) - \dfrac{d\lambda}{\lambda du}\left(\dfrac{dp}{du} + \dfrac{d\rho}{dv}\right) + \lambda^2 p = 0 \\ \dfrac{d^2 p}{dv^2} - \dfrac{d^2\rho}{dudv} + \dfrac{d\lambda}{\lambda du}\left(\dfrac{dp}{du} + \dfrac{d\rho}{dv}\right) - \dfrac{d\lambda}{\lambda dv}\left(\dfrac{dp}{dv} - \dfrac{d\rho}{du}\right) + \lambda^2 p = 0 \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

Les valeurs des ξ, η, et le groupe (45), définissent, par rapport à la sphère

de référence, la congruence isotrope la plus générale. Il s'agit d'exprimer maintenant que l'élassoïde central a pour image sphérique le réseau isométrique (u, v).

On a

$$l = e^{-2i\theta} = \frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{\frac{da}{dx}}{\frac{db}{dy}}}.$$

En outre, on sait d'avance que

$$\rho + \frac{2}{\lambda^2}\frac{d^2p}{dxdy} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (46)$$

Si l'on voulait simplement obtenir l'élassoïde satisfaisant, il faudrait intégrer (46) et vérifier la condition

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{d\rho}{\lambda^2 dx}\right) = \frac{d}{dy}\left(\frac{dp}{\lambda^2 dy}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (47)$$

mais pour obtenir les congruences isotropes correspondantes, il faut vérifier le groupe (45); celui-ci se transforme, en passant aux coordonnées symétriques imaginaires, en un groupe qu'il s'agit de former : (45) peut s'écrire

$$\frac{d^2\rho}{du^2} + \frac{d^2\rho}{dv^2} + 2\lambda^2\rho = \frac{d^2p}{du^2} + \frac{d^2p}{dv^2} + 2\lambda^2 p = 0,$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{d^2\rho}{dv^2} - \frac{d^2\rho}{du^2}\right) - \frac{d\lambda}{\lambda dv}\cdot\frac{d\rho}{dv} + \frac{d\lambda}{\lambda du}\cdot\frac{d\rho}{du} + \left[\frac{d^2p}{dudv} - \frac{d\lambda}{\lambda du}\cdot\frac{dp}{dv} - \frac{d\lambda}{\lambda dv}\cdot\frac{dp}{du}\right] = 0,$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{d^2p}{du^2} - \frac{d^2p}{dv^2}\right) - \frac{d\lambda}{\lambda du}\cdot\frac{dp}{du} + \frac{d\lambda}{\lambda dv}\cdot\frac{dp}{dv} + \left[\frac{d^2\rho}{dudv} - \frac{d\lambda}{\lambda du}\cdot\frac{d\rho}{dv} - \frac{d\lambda}{\lambda dv}\cdot\frac{d\rho}{du}\right] = 0.$$

Il vient, en passant aux coordonnées imaginaires

$$\frac{2}{\lambda^2}\frac{d^2\rho}{dxdy} + \rho = \frac{2}{\lambda^2}\frac{d^2p}{dxdy} + p = 0,$$

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{d^2\rho}{dx^2} + \frac{d^2\rho}{dy^2}\right) + \frac{d\lambda}{\lambda dx}\cdot\frac{d\rho}{dx} + \frac{d\lambda}{\lambda dy}\cdot\frac{d\rho}{dy} + i\left[\frac{1}{2}\left(\frac{d^2p}{dx^2} - \frac{d^2p}{dy^2}\right) - \frac{d\lambda}{\lambda dx}\cdot\frac{dp}{dx} + \frac{d\lambda}{\lambda dy}\cdot\frac{dp}{dy}\right] = 0,$$

$$+\frac{1}{2}\left(\frac{d^2p}{dx^2} + \frac{d^2p}{dy^2}\right) - \frac{d\lambda}{\lambda dx}\cdot\frac{dp}{dx} - \frac{d\lambda}{\lambda dy}\cdot\frac{dp}{dy} + i\left[\frac{1}{2}\left(\frac{d^2p}{dx^2} - \frac{d^2\rho}{dy^2}\right) - \frac{d\lambda}{\lambda dx}\cdot\frac{d\rho}{dx} + \frac{d\lambda}{\lambda dy}\cdot\frac{d\rho}{dy}\right] = 0,$$

on en déduit

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{d^2p}{dx^2}+i\dfrac{d^2\rho}{dx^2}-2\dfrac{d\lambda}{\lambda dx}\left(\dfrac{dp}{dx}+i\dfrac{d\rho}{dx}\right)=0\\[2ex]\dfrac{d^2p}{dy^2}-i\dfrac{d^2\rho}{dy^2}-2\dfrac{d\lambda}{\lambda dy}\left(\dfrac{dp}{dy}-i\dfrac{d\rho}{dy}\right)=0\\[2ex]\rho+\dfrac{2}{\lambda^2}\dfrac{d^2\rho}{dxdy}=p+\dfrac{2}{\lambda^2}\dfrac{d^2p}{dxdy}=0\end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (48)$$

Ces quatre équations à elles seules régissent le problème des congruences isotropes.

Comme cela devait être, (46) est vérifiée, ce qui démontre une fois de plus le théorème fondamental.

L'équation (47), exprimant la coïncidence de l'image sphérique des lignes de courbure de l'élassoïde moyen et du réseau isométrique pris pour origine, devient, développée,

$$\frac{1}{2}\left(\frac{d^2\rho}{dx^2}-\frac{d^2\rho}{dy^2}\right)-\frac{d\lambda}{\lambda dx}\cdot\frac{d\rho}{dx}+\frac{d\lambda}{\lambda dy}\cdot\frac{d\rho}{dy}=0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (49)$$

on voit qu'elle entraîne

$$\frac{1}{2}\left(\frac{d^2p}{dx^2}+\frac{d^2p}{dy^2}\right)-\frac{d\lambda}{\lambda dx}\cdot\frac{dp}{dx}-\frac{d\lambda}{\lambda dy}\cdot\frac{dp}{dy}=0 \quad \ldots\ldots \quad (50)$$

Ainsi se trouve préparé le problème que nous avons en vue. Quant à l'intégration, elle ne présente pas de nouvelles difficultés :

Remplaçons λ^2 par D, nous aurons :

1° Pour ce qui concerne ρ

$$\frac{D\rho}{2}+\frac{d^2\rho}{dxdy}=0,$$

$$\frac{d^2\rho}{dx^2}-\frac{d^2\rho}{dy^2}-\frac{dD}{Ddx}\cdot\frac{d\rho}{dx}+\frac{dD}{Ddy}\cdot\frac{d\rho}{dy}=0.$$

Comme

$$D=-\frac{4\,X'Y'}{(X+Y)^2},$$

on doit avoir

$$\rho=\frac{X_1'}{X'}+\frac{Y_1'}{Y'}-2\frac{X_1+Y_1}{X+Y}.$$

Mais alors

$$\frac{d^2\rho}{dx^2} - \frac{dD}{Ddx}\cdot\frac{d\rho}{dx} = \left(\frac{X_1'}{X'}\right)'' - \left(\frac{X_1'}{X'}\right)'\left(\frac{X''}{X'}\right),$$

$$\frac{d^2\rho}{dy^2} - \frac{dD}{Ddy}\cdot\frac{d\rho}{dy} = \left(\frac{Y_1'}{Y'}\right)'' - \left(\frac{Y_1'}{Y'}\right)'\left(\frac{Y''}{Y'}\right).$$

Par conséquent, l'équation (49) ne peut être vérifiée que si

$$\left(\frac{X_1'}{X'}\right)'' - \left(\frac{X_1'}{X'}\right)'\left(\frac{X''}{X'}\right) = K = \left(\frac{Y_1'}{Y'}\right)'' - \left(\frac{Y_1'}{Y'}\right)'\left(\frac{Y''}{Y'}\right),$$

où K désigne une constante arbitraire.

On conclut facilement de ce qui précède

$$X_1 = \int X'dx \int X'dx \int \frac{Kdx}{X'} + aX^2 + bX + c,$$

$$Y_1 = \int Y'dy \int Y'dy \int \frac{Kdy}{Y'} + a'Y^2 + b'Y + c'.$$

2° En ce qui concerne p, on trouverait semblablement

$$p = \frac{X_2'}{X'} + \frac{Y_2'}{Y'} - \frac{2(X_2 + X_2)}{X + Y},$$

avec

$$X_2 = -i\int X'dx \int X'dx \int \frac{Kdx}{X'} + a_1X^2 + b_1X + c_1,$$

$$Y_2 = +i\int Y'dy \int Y'dy \int \frac{Kdy}{Y'} + a_1'Y^2 + b_1'Y + c_1'.$$

On voit ainsi que

$$X_2 = -iX_1 + \alpha X^2 + \beta X + \gamma,$$

$$Y_2 = +iY_1 + \alpha' Y^2 + \beta' Y + \gamma'.$$

Les élassoïdes ainsi trouvés sont en nombre infini, mais il est facile de voir que la variation de la constante k donne des élassoïdes homothétiques par rapport au centre de la sphère de référence, et que les variations des constantes a, b, c, a', b', c' donnent lieu à des élassoïdes déplacés dans l'espace, parallèlement à eux-mêmes.

Considérons, en effet, l'expression du carré de l'élément linéaire de l'élassoïde, il a pour valeur, d'après (59)

$$\frac{dS^2}{\lambda^2} = 4dx.dy \frac{1}{\lambda^2}\left[\frac{d^2\rho}{dx^2} - \frac{dD}{Ddx}\cdot\frac{d\rho}{dx}\right]\frac{1}{\lambda^2}\left[\frac{d^2\rho}{dy^2} - \frac{dD}{Ddy}\cdot\frac{d\rho}{dy}\right];$$

soit, à raison de ce qui a été dit ci-dessus,

$$dS^2 = \frac{4K^2.dx.dy}{\lambda^2}.$$

Les constantes a, b, c, a', b', c' ne jouent aucun rôle et k n'a d'autre effet que de rendre proportionnels tous les éléments correspondants des élassoïdes satisfaisants.

Or, les éléments des lignes de courbure parallèles à ceux des courbes (u) et (v) conservent des directions invariables, quelles que soient les variations des constantes ; conséquemment tous les élassoïdes satisfaisants sont identiques ou homothétiques.

§ 65.

Remarque au sujet de l'expression des paramètres des congruences isotropes déduites de réseaux sphériques isométriques.

On n'est pas sans avoir constaté la symétrie remarquable qui lie dans tous les calculs de ce chapitre les *paramètres* d'une congruence isotrope et les *distances du centre de la sphère de référence aux plans moyens ;* nous avons à dessein réservé, pour les grouper, les remarques se présentant à chaque pas et qui mettaient naturellement sur la voie d'une très-importante propriété des élassoïdes, de celle qui va nous permettre bientôt de résoudre le problème de Björling ; nous voulons parler de la coexistence des *élassoïdes conjugués,* signalée pour la première fois par M. Ossian Bonnet.

CHAPITRE X.

ÉLASSOÏDES CONJUGUÉS ; ÉLASSOÏDES STRATIFIÉS.

---

§ 66.

Construction des élassoïdes conjugués à l'aide de la représentation sphérique. Les lignes de courbure de l'un correspondent aux lignes asymptotiques de l'autre.

Du § 63 il résulte que, si l'on porte sur les tangentes OX, OY des courbes (v) et (u) d'un réseau isométrique se coupant en O (point de la sphère) des longueurs OA et OB égales au λ du réseau, les droites menées par les extrémités parallèlement au rayon de la sphère engendrent des congruences isotropes; les *élassoïdes moyens* de ces congruences sont applicables l'un sur l'autre; de plus, les images sphériques des lignes de courbure de ces élassoïdes se coupent sous un angle égal à $\frac{\pi}{4}$.

L'image sphérique des lignes de courbure de l'un des élassoïdes est l'image sphérique des lignes asymptotiques de l'autre (puisque 1° les asymptotiques d'un élassoïde coupent sous un angle égal à $\frac{\pi}{4}$ les lignes de courbure et que 2° les angles sont conservés dans la correspondance de l'élassoïde et de la sphère).

Nous dirons que *les deux élassoïdes correspondant ainsi à deux directions rectangulaires isométriques sont conjugués. Tous les élassoïdes groupés s'accouplent en élassoïdes conjugués.*

Mais les calculs du § 28 ayant montré que, si l'on prend une congruence isotrope arbitraire (D), on peut toujours tracer sur une sphère donnée un réseau isométrique tel que les normales à la sphère soient parallèles aux droites de la congruence et que les tangentes aux courbes de l'une des familles du réseau rencontrent toujours les droites D, on est en droit d'énoncer cette nouvelle proposition :

§ 67.

Étant donnée une congruence isotrope définissant un élassoïde moyen, construire une congruence isotrope donnant lieu à l'élassoïde conjugué.

Si l'on fait tourner, de $\frac{\pi}{2}$, autour d'un point fixe O *les droites* D *d'une congruence isotrope, de telle façon que les nouvelles droites soient parallèles aux premières, on engendre une seconde congruence isotrope; les deux élassoïdes moyens de ces congruences sont conjugués.*

Désignons uniformément par ρ_D la distance du centre de la sphère de référence au plan tangent de l'élassoïde moyen de la congruence (D) et par p_D le paramètre de cette congruence, on a d'après les calculs du § 28 :

$$p_D = \rho_{D'} = \frac{d\lambda}{\lambda dv},$$

$$\rho_D = p_{D'} = \frac{d\lambda}{\lambda du}.$$

§ 68.

Aux courbes lieux des centres de courbure d'une courbe double de congruence isotrope correspondent sur l'élassoïde conjugué les courbes de contact de cônes.

On peut, de ces relations, déduire un fait assez important. Nous avons montré (§ 41) que *l'on peut tracer sur un élassoïde une* ∞^3 *de lignes, lieux*

des centres de courbure des lignes doubles des développables isotropes focales des congruences isotropes satisfaisantes; le long de ces courbes le paramètre est nul. Ce qui précède montre que *ces courbes ont pour transformées, sur l'élassoïde conjugué, les courbes de contact des cônes ayant pour sommets tous les points de l'espace.* En effet p_D ne peut s'annuler sans $\rho_{D'}$, par conséquent, les plans tangents à l'élassoïde conjugué le long de l'une des courbes transformées passent par le centre de la sphère de référence (*).

Ce résultat peut encore se généraliser en considérant les courbes le long desquelles p_D ou $\rho_{D'}$ sont constants; elles sont sur le premier élassoïde les trajectoires des droites, telles que OM; sur l'élassoïde conjugué ce sont les courbes de contact de développables circonscrites à l'élassoïde et à des sphères.

Si l'on fait tourner les droites D d'une congruence isotrope autour de tous les points de l'espace, de la manière indiquée ci-dessus, on obtiendra toutes les congruences isotropes satisfaisantes relatives à l'élassoïde conjugué. La question a pourtant besoin d'être approfondie, car on peut se demander quelles positions occupent dans l'espace les divers élassoïdes moyens des congruences isotropes dérivées des congruences relatives à un même élassoïde moyen choisi à priori. Le calcul nous amènera d'ailleurs à rencontrer la propriété capitale, qui domine la théorie des élassoïdes conjugués.

Reprenons pour surface de référence l'élassoïde moyen d'une congruence isotrope et pour réseau (u, v) celui des asymptotiques. Soit D la droite instantanée d'une congruence isotrope (D) et P un point fixe de l'espace. Je dis que, si à partir de ce point fixe, on porte sur des parallèles aux normales de l'élassoïde des longueurs égales aux paramètres des diverses congruences isotropes satisfaisantes, les plans perpendiculaires aux normales et passant par les extrémités de ces segments touchent des surfaces identiques. Cette propriété résulte déjà de la transformation indiquée au § 34, mais établissons-la différemment.

(*) Ce centre peut effectivement coïncider avec un point quelconque de l'espace.

§ 69.

Toutes les congruences isotropes conjuguées des congruences engendrant le même élassoïde moyen donnent lieu au même élassoide moyen conjugué du précédent.

Les coordonnées instantanées de la droite D sont

$$\xi = \mathrm{D}^{-\frac{1}{2}}\frac{dp}{du}, \quad \eta = -\mathrm{D}^{-\frac{1}{2}}\frac{dp}{dv},$$

p satisfaisant aux équations du groupe (10).

Soient d'un autre côté ξ, η, ζ, les coordonnées instantanées du point fixe P, écrivant que les ΔX, ΔY, ΔZ du point P sont nuls, quels que soient du et dv, on obtient le groupe canonique

$$\left.\begin{aligned} &\xi_1 = -\mathrm{D}^{-\frac{1}{2}}\frac{d\zeta_1}{dv}, \quad \eta_1 = -\mathrm{D}^{-\frac{1}{2}}\frac{d\zeta_1}{du} \\ &\frac{d^2\zeta_1}{dudv} - \frac{1}{2\mathrm{D}}\frac{d\mathrm{D}}{du}\frac{d\zeta_1}{dv} - \frac{1}{2\mathrm{D}}\frac{d\mathrm{D}}{dv}\frac{d\zeta_1}{du} - 1 = 0 \\ &\frac{d^2\zeta_1}{du^2} + \mathrm{D}\zeta_1 = \frac{1}{2\mathrm{D}}\frac{d\mathrm{D}}{du}\frac{d\zeta_1}{du} - \frac{1}{2\mathrm{D}}\frac{d\mathrm{D}}{dv}\frac{d\zeta_1}{dv} = -\frac{d^2\zeta_1}{dv^2} - \mathrm{D}\zeta_1 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (51)$$

Portons sur ζ_1, à partir de P, une longueur égale au paramètre p et par le point obtenu menons un plan parallèle à XOY, nous savons qu'il touchera l'élassoïde conjugué de (O); soit Z la distance de ce plan à XOY, on aura

$$Z = \zeta_1 - p.$$

Combinant les groupes (10) et (51), on trouve que Z satisfait au nouveau groupe :

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2Z}{dudv} - \frac{d\mathrm{D}}{2\mathrm{D}dv}\frac{dZ}{du} - \frac{d\mathrm{D}}{2\mathrm{D}du}\frac{dZ}{dv} - 1 = 0, \\ &\frac{d^2Z}{du^2} + \mathrm{D}Z - 1 = \frac{d\mathrm{D}}{2\mathrm{D}du}\cdot\frac{dZ}{du} - \frac{d\mathrm{D}}{2\mathrm{D}dv}\frac{dZ}{dv} = -\frac{d^2Z}{dv^2} - \mathrm{D}Z - 1. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (52)$$

Quant aux coordonnées instantanées du point de contact, écrivant que le ΔZ est constamment nul, on trouve

$$\xi' = -D^{-\frac{1}{2}} \frac{dZ}{dv}, \quad \eta' = -D^{-\frac{1}{2}} \frac{dZ}{du}, \quad \zeta' = Z.$$

Calculons les valeurs de ΔX, ΔY, ΔZ du point de contact, correspondant sur l'élassoïde conjugué de (O) au point O.

En opérant comme d'habitude, et tenant compte du groupe (52), on voit que

$$\left.\begin{aligned} \Delta X &= D^{-\frac{1}{2}} dv \\ \Delta Y &= -D^{-\frac{1}{2}} du \\ \Delta Z &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (53)$$

La première conséquence à tirer est que ces éléments seront les mêmes, quelle que soit la valeur de p employée; on est donc en droit de dire que toutes les surfaces obtenues comme enveloppées des plans situés aux distances d'un point fixe, marquées par les différentes valeurs du *paramètre*, sont *identiques* et même simplement déplacées parallèlement à elles-mêmes dans l'espace.

Désignons dorénavant par (O′) l'élassoïde conjugué de (O). Élevant au carré les valeurs des ΔX, ΔY, et ajoutant, on vérifie de nouveau que les élassoïdes conjugués sont applicables l'un sur l'autre.

§ 70.

Deux élassoïdes conjugués se correspondent par orthogonalité des éléments.

Mais le groupe (53) met en relief un résultat beaucoup plus important, à savoir que *les élassoïdes conjugués* (O) *et* (O′) *se correspondent par orthogonalité des éléments.*

Il suffit pour le démontrer de mettre en regard les ΔX, ΔY, ΔZ des points O et O'.

$$\text{sur } (O) \qquad\qquad\qquad \text{sur } (O')$$

$$\left.\begin{array}{l}\Delta X = D^{-\frac{1}{2}}du \\ \Delta Y = D^{-\frac{1}{2}}dv\end{array}\right\} \Delta Z = 0, \qquad \left.\begin{array}{l}\Delta X' = D^{-\frac{1}{2}}dv \\ \Delta Y' = -D^{-\frac{1}{2}}du\end{array}\right\} \Delta Z' = 0.$$

On a donc bien, identiquement, quels que soient du et dv :

$$\Delta X . \Delta X' + \Delta Y . \Delta Y' + \Delta Z . \Delta Z' = 0.$$

Ainsi peut-on énoncer ce théorème :

A tout élassoïde en correspond un autre, 1° *par le parallélisme des plans tangents;* 2° *par égalité des éléments; et,* 3° *par orthogonalité de ces mêmes éléments.*

Nous montrerons tout à l'heure dans quelles conditions de généralité a lieu la réciproque.

§ 71.

Deux segments relatifs aux élassoïdes conjugués sont, en tous points correspondants, égaux et rectangulaires.

On peut encore déduire des calculs qui précèdent un résultat intéressant :

Joignons dans le plan tangent à l'élassoïde (O) le point O au point M de la droite D, appartenant à la congruence isotrope.

Semblablement, dans le plan tangent à l'élassoïde (O'), joignons le point O' au point N, pied de la perpendiculaire abaissée du point fixe P sur le plan tangent considéré.

Je dis que *les segments* OM *et* O'N *sont égaux et rectangulaires.*

Formons en effet le tableau des coordonnées instantanées des différents

points de la figure :

POINT O	POINT M	POINT N	POINT O′
$\xi_0 = 0,$	$\xi_M = D^{-\frac{1}{2}} \dfrac{dp}{du},$	$\xi_N = - D^{-\frac{1}{2}} \dfrac{d\zeta_1}{dv},$	$\xi_{0'} = - D^{-\frac{1}{2}} \left(\dfrac{d\zeta_1}{dv} - \dfrac{dp}{dv}\right),$
$\eta_0 = 0,$	$\eta_M = - D^{-\frac{1}{2}} \dfrac{dp}{dv},$	$\eta_N = - D^{-\frac{1}{2}} \dfrac{d\zeta_1}{du},$	$\eta_{0'} = - D^{-\frac{1}{2}} \left(\dfrac{d\zeta_1}{du} - \dfrac{dp}{du}\right);$

il en résulte

$$\xi_{0'} = \xi_N - \eta_M,$$

$$\eta_{0'} = \eta_N + \xi_M,$$

ce qui démontre la proposition annoncée.

§ 72.

Construction ponctuelle simultanée des élassoïdes conjugués et des élassoïdes stratifiés.

Nous allons déduire de nos calculs *la construction ponctuelle simultanée des élassoïdes conjugués.*

Dans l'ordre d'idées énoncées au § 46, on peut manifestement déduire des surfaces (O) et (O′) deux familles de surfaces applicables par couples les unes sur les autres.

Considérons en effet les surfaces (O) et (O′) simplement comme deux surfaces applicables l'une sur l'autre; joignons à chaque instant les points O et O′, prenons les points m milieux des segments; puis, portons de part et d'autre sur OO′ deux segments mO_1 et mO'_1 égaux à mO multiplié par une constante k, il est visible que les surfaces, lieux des points O_1 et O_2, sont encore applicables l'une sur l'autre.

Comme les surfaces (O) et (O′) ont leurs plans tangents parallèles, ces plans seront aussi parallèles aux plans tangents des surfaces (m), (O_1), (O'_1).

§ 73.

Seconde famille d'élassoïdes stratifiés.

Les considérations du chapitre III montrent même que toutes ces surfaces sont des élassoïdes.

Considérons maintenant les surfaces (O) et (O′) comme correspondantes par orthogonalité de leurs éléments. Prenons en outre un point fixe arbitraire P dans l'espace. D'après la remarque du § 46, si l'on joint à chaque instant le point P au point O′, puis, que de part et d'autre du point O on porte parallèlement à PO′ des segments OC et OC′ égaux au produit de PO′ par une constante k, on obtiendra deux surfaces (C) et (C′) applicables l'une sur l'autre.

En donnant à k toutes les valeurs, on obtiendra une famille de surfaces applicables par couples, surfaces qui sont visiblement des élassoïdes.

Les deux familles ainsi obtenues ne sont pas identiques. C'est ce qui résultera de l'étude que nous allons en faire.

Commençons par la famille dont les élassoïdes conjugués (O) et (O′) font partie.

§ 74.

Les élassoïdes de la première famille sont tous applicables sur des élassoïdes homothétiques à l'un d'entre eux.

D'après le tableau de coordonnées du § 71, on obtient immédiatement les coordonnées instantanées des points O_1 et O'_1; calculons les valeurs des ΔX, ΔY, ΔZ de ces points : on a manifestement, pour les ΔX, par exemple,

$$\Delta X_{0'_1} = \Delta X_{0'} \frac{(1+K)}{2} + \Delta X_0 \frac{(1-K)}{2},$$

$$\Delta X_{0_1} = \Delta X_{0'} \frac{(1-K)}{2} + \Delta X_0 \frac{(1+K)}{2},$$

d'où l'on conclut :

$$\Delta X_{o'_1} = \frac{D^{-\frac{1}{2}}}{2}\left[dv(1+K) + du(1-K)\right], \quad \Delta Y_{o'_1} = \frac{D^{-\frac{1}{2}}}{2}\left[-du(1+K) + dv(1-K)\right].$$

$$\Delta X_{o_1} = \frac{D^{-\frac{1}{2}}}{2}\left[dv(1-K) + du(1+K)\right], \quad \Delta Y_{o_1} = \frac{D^{-\frac{1}{2}}}{2}\left[-du(1-K) + dv(1+K)\right].$$

On en déduit, pour les carrés des éléments linéaires des surfaces (O_1) et (O'_1) :

$$\overline{dS}_{o_1}^2 = \overline{dS}_{o'_1}^2 = \frac{D^{-1}}{2}(1+K^2)(du^2+dv^2).$$

Ainsi les deux surfaces (O_1) et (O'_1) sont applicables l'une sur l'autre, et, *toutes les surfaces analogues de la famille, convenablement réduites par homothétie, sont applicables les unes sur les autres.*

§ 75.

Une famille d'élassoïdes stratifiés comprend toujours deux développables isotropes.

Mais le fait important à déduire vient de ce que, si

$$K = \pm\sqrt{-1},$$

le carré de l'élément linéaire s'annule.

Dans cette hypothèse, les ΔX, ΔY ne s'annulent pas, bien que le $\overline{dS}^2$ se réduise à zéro. Dès lors les surfaces (O_1) et (O'_1) se réduisent à deux courbes de longueur nulle. D'où cette proposition décisive :

Soient (O) et (O') deux élassoïdes conjugués ; joignez, à chaque instant, les points correspondants O *et* O'; *portez de part et d'autre des milieux* m *de ces segments, et sur leurs directions, des longueurs égales entre elles et au produit par $\sqrt{-1}$ du demi-segment* OO' ; *les lieux des extrémités des segments imaginaires, ainsi construits, sont des lignes de longueur nulle.*

§ 76.

Les élassoïdes de la seconde famille sont également stratifiés.

Occupons-nous maintenant de la seconde famille : comme les plans tangents sont parallèles, aux points correspondants des surfaces de la famille, il résulte de la construction même que leurs distances aux plans tangents de l'élassoïde (O) sont marquées par la valeur du produit de p (paramètre de la congruence isotrope originelle) par la constante K.

On est donc en droit d'énoncer cette proposition :

Les plans parallèles au plan moyen d'une congruence isotrope et distants de ce plan de quantités proportionnelles au paramètre de la congruence, ont pour enveloppées des surfaces applicables par couples les unes sur les autres.

Mais nous avons montré au § 38 que les plans distants du plan moyen de quantités égales à $p\sqrt{-1}$ ont pour enveloppées les lignes isotropes, arêtes de rebroussement des développables focales de la congruence.

On voit par conséquent que les deux familles de surfaces auxquelles nous avons été conduit, sans être identiques [puisque la seconde ne contient pas l'élassoïde (O')], répondent à une même définition : *ce sont toujours des familles d'élassoïdes obtenus en divisant par segments proportionnels les cordes s'appuyant à leurs extrémités sur deux lignes de longueur nulle.*

Mais il faut se souvenir que nous avons déjà déduit des réseaux isométriques trajectoires les uns des autres une famille d'élassoïdes groupés, tous applicables sur l'un d'entre eux.

§ 77.

Les familles d'élassoïdes groupés et stratifiés sont composées de surfaces semblables.

Nous montrerons que les diverses familles se composent d'élassoïdes identiques ou semblables, de famille à famille, non identiques ni semblables, dans

chaque famille, en établissant que les images sphériques des lignes de courbure de ces diverses surfaces sont, dans tous les cas, trajectoires (sous des angles constants) les unes des autres.

Nous vérifierons en même temps (ce qui a été prouvé jusqu'à présent, seulement, par les considérations directes du chapitre second) que toutes les surfaces des familles sont élassoïdes.

Portons, sur la droite instantanée D d'une congruence isotrope, dont (O) est l'élassoïde moyen, un segment MA égal au produit du paramètre p par une constante k. Sur chaque surface élémentaire de la congruence les plans tangents en M et A feront entre eux un angle ω dont la tangente sera égale à K; il est donc naturel de remplacer k par $\operatorname{tg}\omega$.

Une surface de la famille que nous voulons étudier est touchée par le plan contenant A et parallèle au plan XOY; cette surface est donc enveloppée par le plan dont l'équation instantanée est

$$Z - p\operatorname{tg}\omega = 0.$$

On cherchera comme d'habitude la caractéristique de ce plan et l'on trouvera pour les coordonnées instantanées du point de contact :

$$\xi = -\mathrm{K}\mathrm{D}^{-\frac{1}{2}}\frac{dp}{dv}, \quad \eta = -\mathrm{K}\mathrm{D}^{-\frac{1}{2}}\frac{dp}{du}.$$

$$\zeta = \mathrm{K}p.$$

On trouve ensuite pour les ΔX, ΔY, ΔZ du point de contact :

$$\Delta X = \mathrm{D}^{-\frac{1}{2}}(du - kdv),$$

$$\Delta Y = \mathrm{D}^{-\frac{1}{2}}(dv + kdu),$$

$$\Delta Z = 0,$$

par conséquent,

$$dS^2 = \mathrm{D}^{-1}(du^2 + dv^2)(1 + k^2) = \frac{dS_0^2}{\cos^2\omega}.$$

Ainsi l'enveloppée du plan considéré a ses éléments proportionnels à ceux de (O).

Nous suivrons sur (O) l'image d'une ligne de courbure de la surface considérée, si le déplacement du point de contact est perpendiculaire à la caractéristique du plan P. Ayant les équations de la caractéristique :

$$Z - Kp = 0,$$

$$D^{-\frac{1}{2}}(Xdv + Ydu) + K\left(\frac{dp}{du}du + \frac{dp}{dv}dv\right) = 0,$$

et les ΔX, ΔY, ΔZ, rien de plus facile que de trouver la condition :

$$\frac{dv}{du} = -K \pm \sqrt{1 + K^2} = \begin{cases} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\omega}{2}\right), \\ \text{ou} \\ \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\omega}{2}\right). \end{cases}$$

Mais si φ désigne l'angle que l'image de la ligne de courbure de (P) sur (O) fait avec une ligne de courbure de (O), on a :

$$\frac{dv}{du} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \varphi\right),$$

puisque les lignes de courbure de (O) sont bissectrices des angles des axes. En conséquence, on trouve, en valeur absolue :

$$\varphi = \frac{\omega}{2}.$$

Exprimons, au contraire, que le déplacement du point de contact a lieu suivant la caractéristique, nous obtiendrons ainsi l'équation différentielle des images sur (O) des lignes asymptotiques de la surface (P). On vérifie que les directions obtenues sont rectangulaires.

§ 78.

Construction d'une famille d'élassoïdes stratifiés dérivés d'une congruence isotrope déterminée.

Combinant ces résultats avec les remarques suivantes :

1° Que les images sur un élassoïde et sur la sphère donnent des angles correspondants égaux ;

2° Qu'en général les lignes asymptotiques d'une surface correspondent par orthogonalité des éléments à leur image sphérique, nous serons en droit de dire :

Les enveloppées des plans tels que P, *distants, du plan moyen de la congruence isotrope, de quantités proportionnelles au paramètre, sont des élassoïdes applicables après réduction par homothétie. Sur l'élassoïde moyen ou sur la sphère, les images de leurs lignes de courbure sont trajectoires, sous des angles constants, des lignes de courbure de l'élassoïde moyen, ou de leurs images sphériques.*

On vérifie à l'aide des ΔX, ΔY, ΔZ du point de contact :

1° *Que deux des plans* P, *également distants du plan moyen, touchent deux élassoïdes applicables l'un sur l'autre sans réduction par homothétie;*

2° *Que parmi les surfaces analogues à* (P), *il en existe seulement deux se correspondant par orthogonalité des éléments; elles sont obtenues en égalant à l'unité la constante* k.

§ 79.

Caractères distinctifs des familles d'élassoïdes groupés et stratifiés.

En résumé, il n'y a, en réalité, que deux familles d'élassoïdes distinctes parmi les trois, primitivement envisagées.

La première famille, déduite d'un réseau isométrique sphérique, comprend

des élassoïdes tous applicables les uns sur les autres, ce sont les *élassoïdes groupés*. A un point d'un élassoïde correspondent sur les autres élassoïdes des points distribués sur une ellipse.

La seconde famille, déduite d'une congruence isotrope arbitraire, peut être identifiée à la précédente en ce sens qu'elle peut être composée avec des élassoïdes semblables à ceux de la première famille; mais *il faudra toujours en laisser un de côté*. Nous dirons (pour la distinguer) qu'elle est composée d'*élassoïdes stratifiés*.

Une famille d'*élassoïdes groupés* se décompose d'une infinité de manières en couples d'*élassoïdes conjugués*.

Une famille d'*élassoïdes stratifiés* ne comprend qu'*un couple d'élassoïdes conjugués*. Les points correspondants sont en ligne droite.

Enfin la seconde famille comprend toujours comme élassoïdes limites deux développables isotropes; la première famille n'en contient jamais.

§ 80.

Quand deux surfaces se correspondent avec réalisation de deux des trois conditions : 1° parallélisme des plans tangents; 2° égalité des éléments; 3° orthogonalité des éléments, ce sont deux élassoïdes conjugués.

Nous terminerons ce chapitre en recherchant s'il est d'autres surfaces que les élassoïdes conjugués qui se correspondent par égalité et orthogonalité des éléments, avec parallélisme des plans tangents.

Si l'on exige que les conditions soient réunies toutes les trois, il ne paraît pas possible d'obtenir autre chose.

Si l'on n'exige que la réalisation de deux des conditions à la fois, on a trois problèmes à résoudre :

1° Trouver les couples de surfaces se correspondant à la fois par le parallélisme de leurs plans tangents et l'égalité de leurs éléments.

2° Obtenir deux surfaces dont les plans tangents sont parallèles deux à deux et dont les éléments correspondants sont rectangulaires.

3° Former les couples de surfaces se correspondant à la fois par égalité et orthogonalité des éléments.

Le premier problème peut être ramené au second, car étant données deux surfaces (O) et (O′) satisfaisantes, la surface (M), lieu des milieux des cordes OO′, a ses plans tangents parallèles à ceux de (O) et de (O′); de ce que ces dernières sont applicables l'une sur l'autre il résulte que, si, par un point fixe de l'espace, on mène des rayons égaux et parallèles aux demi-segments OO′, la surface, lieu des extrémités des rayons (R), correspondra par orthogonalité de ses éléments à (M). Il est en outre visible que les plans tangents de (R) sont parallèles à ceux de (O), (O′) et de (M); donc les surfaces (M) et (R) donnent la solution du second problème.

Soient maintenant (M) et (R) ces deux surfaces satisfaisantes. Considérons une asymptotique de (M), son image sur (R), ainsi que sur la sphère (S). Nous savons que l'asymptotique de (M) correspond par orthogonalité de ses éléments à son image sphérique; il faut donc que celle-ci corresponde par parallélisme d'éléments à l'image de l'asymptotique, sur (R); cette image est donc une ligne de courbure. Ainsi les asymptotiques de (M) correspondent aux lignes de courbure de (R) et réciproquement. Il faut en outre que les images sphériques de ces lignes soient rectangulaires (en tant qu'images de lignes de courbure). Il en résulte immédiatement que (M) et (R) sont des élassoïdes conjugués.

Reste donc à traiter le troisième problème : les éléments des deux surfaces sont deux à deux égaux et rectangulaires. Considérons sur ces surfaces les lignes de longueur nulle; elles se correspondent manifestement, comme étant égales éléments à éléments, mais deux éléments correspondants ne peuvent être rectangulaires sans que leurs tangentes isotropes rencontrent l'ombilicale au même point; dès lors, si les lignes de longueur nulle sont distinctes sur les deux surfaces, les plans tangents sont parallèles comme contenant deux couples de droites isotropes parallèles.

Ainsi, dans tous les cas, on n'obtient que les élassoïdes conjugués.

§ 81.

Sur deux élassoïdes conjugués, de deux familles de courbes correspondantes dérivent comme lignes conjuguées des lignes qui seraient orthogonales, rapportées sur l'une des surfaces.

Une conséquence intéressante de la propriété fondamentale des élassoïdes conjugués doit être signalée.

Traçons sur (O) une famille de courbes (u) et sur (O′) les transformées des courbes (v) trajectoires orthogonales des courbes (u), *les courbes conjuguées de lignes* (u) *sur* (O) *et des transformées des* (v) *sur* (O′) *se correspondent.*

Nous allons maintenant appliquer les résultats qui précèdent à la solution géométrique du problème de Björling.

CHAPITRE XI.

SOLUTION GÉOMÉTRIQUE DU PROBLÈME DE BJÖRLING.

---

§ 82.

Si on planifie deux développables circonscrites à deux élassoïdes conjugués suivant deux contours correspondants, on peut superposer les transformées de ces contours, et les transformées des génératrices seront des droites deux à deux rectangulaires.

Soient (O) et (O′) deux élassoïdes conjugués, considérons, sur ces surfaces, deux contours correspondants (C) et (C′); aux points correspondants les plans tangents sont parallèles et les développables circonscrites le long de (C) et de (C′) aux élassoïdes, ont leurs génératrices parallèles.

D'un autre côté, puisque (O) et (O′) sont deux surfaces applicables l'une sur l'autre, les *courbures géodésiques* des courbes correspondantes (C) et (C′) sont égales, aux points correspondants.

Si donc l'on étend les deux développables sur deux plans, les courbes (C) *et* (C′) *se transformeront en deux courbes* (v) *et* (v′) *dont les éléments et les rayons de courbure seront égaux; conséquemment, les courbes* (v) *et* (v′), *transformées, seront superposables.* Effectuant la superposition, tous les points correspondants des deux contours coïncideront; *quant aux transformées rectilignes des génératrices des développables, elles seront deux à deux rectangulaires.*

Ceci posé, proposons-nous de construire l'élassoïde inscrit à une développable donnée (Δ) le long d'un contour déterminé (C) (c'est-à-dire de résoudre le problème Björling).

§ 83.

Construire un élassoïde inscrit dans une développable donnée le long d'un contour déterminé (PROBLÈME DE BJÖRLING).

Les opérations à effectuer comportent trois degrés.

En premier lieu on déroulera (Δ) sur un plan et on tracera dans ce plan les perpendiculaires aux transformées des génératrices de la développable menées par les différents points du contour (C) transformé. Les droites ainsi obtenues peuvent être considérées comme les transformées de génératrices d'une certaine développable (Δ′) planifiée.

En second lieu on formera cette seconde développable (Δ′) en lui donnant même cône directeur qu'à (Δ); et on lui assignera une telle position dans l'espace, que les génératrices correspondantes des développables (Δ), (Δ′) soient parallèles.

En troisième lieu on joindra les points correspondants des contours (C) et (C′) transformés; enfin, de part et d'autre des milieux des cordes, et sur celle-ci, on parlera des longueurs égales aux produits des demi-cordes par $\sqrt{-1}$.

Les courbes imaginaires, lieux des extrémités des segments ainsi construits, sont les lignes isotropes génératrices des deux élassoïdes.

Les deux premières séries d'opérations peuvent conduire à des résultats non algébriques, la troisième série ne donne lieu qu'à des opérations algébriques.

Les deux premières séries n'entraînent que des opérations essentiellement réelles, mais la troisième série introduit nécessairement des constructions imaginaires.

§ 84.

Des contours conjugués.

En résumé, *si l'on veut construire un élassoïde passant par un contour donné* (C), *il faut tout d'abord construire un contour conjugué* (C′) *correspondant au premier, par égalité et par orthogonalité des éléments.*

Ce résultat obtenu, des opérations, simplement algébriques, détermineront les deux élassoïdes conjugués passant par les deux contours.

Nous avons montré par quelles opérations il faut passer pour obtenir le contour (C′) conjugué de (C) lorsqu'on se donne la développable circonscrite à l'élassoïde le long de (C), mais rien n'oblige à passer par l'intermédiaire du problème de Björling, dans tous les cas. Il est bien clair que, si, par un procédé quelconque, on a obtenu deux contours conjugués (C) et (C′), les tangentes de ces contours en deux points correspondants, étant situées dans deux plans tangents parallèles, déterminent ces plans eux-mêmes.

§ 85.

Étant donnée une surface gauche, construire les contours conjugués qu'elle détermine.

Si l'on veut simplement obtenir des élassoïdes, sans s'assujettir à les faire passer par un contour déterminé, le procédé le plus simple est encore celui que nous avons déduit de la notion des congruences isotropes, à savoir : *partir d'une surface gauche arbitraire.* Nous avons montré au chapitre VII comment on doit construire le contour (C) suivant lequel les plans moyens touchent l'élassoïde. Il peut paraître intéressant d'indiquer comment s'obtiendrait le contour conjugué (C′).

Par un point fixe P de l'espace on mènerait des parallèles aux génératrices de la surface gauche, et, sur ces droites, on porterait des segments PN égaux aux valeurs des *paramètres;* par les extrémités on élèverait des plans per

pendiculaires aux droites; on obtiendrait ainsi les plans tangents à l'élassoïde conjugué le long du contour cherché (C'); celui-ci s'obtiendrait point par point en tirant parti de la proportion démontrée au § (71), en vertu de laquelle le segment NC' est égal et perpendiculaire au segment joignant le point central d'une génératrice de la surface gauche au point de contact correspondant de l'élassoïde sur (C).

Examinons quelques cas particuliers dans lesquels on peut obtenir immédiatement le contour (C') conjugué d'un contour déterminé.

Si (C) est le lieu des centres de courbure d'une courbe gauche (C_1), (C') est le lieu des extrémités de segments issus d'un point fixe de l'espace égaux et perpendiculaires aux rayons de courbure de (C).

Dans ce cas la surface gauche élémentaire est la développable lieu des tangentes de (C_1).

Si (C_1) est algébrique les deux élassoïdes conjugués sont algébriques. Tout cela a déjà été démontré au chapitre VI.

Dans le cas où (C_1) est une courbe plane, le problème prend, naturellement, une simplicité toute particulière.

§ 86.

Contours conjugués d'un contour plan.

Soit (C') le contour conjugué de (C); projetons (C') en (γ) sur le plan de la courbe (C); appelons Z la hauteur variable du point C' au-dessus du plan : pour que les contours soient conjugués il faut que les tangentes à (C) et (γ) aux points correspondants soient rectangulaires; en outre

$$dZ = \sqrt{\overline{d(c)}^2 - \overline{d(\gamma)}^2},$$

en désignant par $d(c)$ et $d(\gamma)$ les éléments d'arc des courbes (C) et (γ).

Si les éléments $d(\gamma)$ et $d(c)$ faisaient entre eux un angle constant, même nul, la courbe (C') obtenue deviendrait satisfaisante par une simple rotation autour d'un axe perpendiculaire au plan de (C).

Le problème est, dans tous les cas, ramené aux quadratures.

Supposons, tout d'abord, que l'on prenne pour (γ) un point; (C') se réduit à une droite. Le Z de celle-ci est égal à l'arc de (C). Le premier élassoïde admet pour géodésique la courbe (C). Si celle-ci est la développée d'une courbe algébrique, on pourra algébriquement obtenir la correspondance sur la droite (C') et, par conséquent, les deux élassoïdes conjugués seront algébriques.

§ 87.

Un élassoïde admettant pour ligne de courbure une courbe plane sera algébrique en même temps que la développante de cette courbe.

Supposons maintenant que (γ) soit une courbe semblable à (C); le rapport de similitude étant k, on aura

$$dZ = d(c)\sqrt{1-k^2}.$$

Ainsi Z sera proportionnel à l'arc de (C); et, si cet arc peut s'obtenir algébriquement, c'est-à-dire si (C) est la développée d'une courbe algébrique, la courbe (C') et les deux élassoïdes conjugués seront algébriques.

Il est facile de pousser plus loin l'étude de ce cas intéressant : en effet, de ce que dZ est proportionnel à $d(\gamma)$ résulte que les tangentes à la courbe (C') font des angles constants avec la normale au plan de (C).

Mais les plans tangents le long de (C) ont leur lignes de plus grande pente parallèles aux tangentes de (C'); conséquemment, l'élassoïde passant par (C) coupe le plan de cette courbe sous un angle constant.

D'après un théorème bien connu, (C) est alors ligne de courbure de l'élassoïde. Ainsi, on est en droit d'énoncer cette généralisation du théorème d'Henneberg :

Tout élassoïde, admettant pour ligne de courbure une courbe plane, sera algébrique si cette courbe est la développée d'une courbe algébrique.

Il n'est pas besoin d'insister pour établir qu'un élassoïde ne pourrait être algébrique sans que son conjugué le fût. Tous les élassoïdes *groupés* ou *stratifiés* sont algébriques si l'un d'entre eux l'est.

§ 88.

Surfaces dont les lignes asymptotiques et leurs images sphériques sont des contours conjugués.

Citons un exemple fort curieux de contours conjugués. Soit une surface (S) telle qu'en chacun de ses points le produit des rayons de courbure principaux soit constant, négatif et égal, en valeur absolue, à a^2. Considérons, d'autre part, une sphère de rayon a et faisons sur la sphère l'image du réseau des asymptotiques de (S).

Soit $d\sigma a^2$ l'aire sphérique d'un élément de la surface (S). R_1 et R_2 désignant les rayons de courbure principaux de (S), on sait d'après Gauss, que

$$d(S) = d\sigma . R_1 R_2 .$$

Il en résulte que, dans ce cas, *l'aire d'une portion de la surface* (S) *est égale à l'aire sphérique correspondante, prise sur la sphère de rayon* a.

Manifestement, *toutes les fois que deux surfaces se correspondent avec conservation des aires, on peut tracer sur elles un double réseau de courbes égales par correspondance, et réelles.* Il est manifeste également qu'en deux points correspondants les courbes de longueur conservée se coupent sous des angles supplémentaires (car leurs sinus doivent être égaux, pour que la correspondance homalographique ait lieu).

Dans le cas actuel, on voit facilement que les images sphériques des asymptotiques de (S) (faisant entre elles un angle supplémentaire de celui des asymptotiques), sont, sur la sphère, les lignes de longueur conservée. Mais nous avons déjà eu l'occasion de faire observer qu'une ligne asymptotique et son image sphérique se correspondent toujours par orthogonalité des éléments.

On voit, par conséquent, *qu'une ligne asymptotique de la surface* (S) *et son image, sur la sphère de rayon* a, *sont deux contours conjugués.*

Les élassoïdes conjugués correspondants sont circonscrits à la surface (S), le long de l'asymptotique, et, à la sphère, suivant l'image (*).

(*) Nous avons démontré que sur (S) quatre asymptotiques quelconques, par deux, de familles différentes, forment toujours un parallélogramme courbe, en ce sens que les segments opposés sont égaux. Il en est de même des images sphériques.

§ 89.

Élassoïdes conjugués inscrits dans une même développable.

Peut-il se faire que deux élassoïdes conjugués soient inscrits à une même surface développable?

Si l'on planifie cette développable, les deux courbes de contact doivent être superposables, après la transformation, et leurs tangentes aux points correspondants doivent être rectangulaires. Rien de plus simple que de les obtenir : choisissons arbitrairement, dans le plan, un point P; de ce point, abaissons sur chacune des génératrices limites de la développable, des droites faisant avec elles des angles de 45°, les lieux des points de rencontre seront des courbes identiques, semblables à la podaire par rapport au point P de l'arête de rebroussement planifiée.

Que l'on forme à nouveau la développable, le point P décrira une courbe gauche (P) dont les plans normaux seront tangents à la développable considérée; la podaire du point P devient le lieu des centres de courbure de la courbe trajectoire de P.

Les élassoïdes conjugués font partie d'une famille d'élassoïdes stratifiés dont l'élassoïde moyen est inscrit, le long de la podaire de P, dans la développable donnée.

Ainsi, *deux élassoïdes conjugués, inscrits à une même développable, seront algébriques si cette développable est l'enveloppe des plans normaux d'une courbe algébrique.*

Dans ce cas, la développable contient les deux lignes de longueur nulle génératrices des deux élassoïdes, ce sont les transformées des deux droites isotropes passant par le point P et tracées dans le plan de la développable aplatie.

§ 90.

Construire deux élassoïdes conjugués inscrits dans deux développables ayant même cône directeur.

On peut, dans la même voie, obtenir un théorème beaucoup plus général : soient données deux développables (Δ) et (Δ') satisfaisant à la seule condition d'avoir même cône directeur ; supposons que l'on demande de leur inscrire deux élassoïdes conjugués de telle façon qu'elles leur soient tangentes le long de contours conjugués. Il s'agit de construire ces contours.

(Δ) et (Δ') peuvent être considérées comme les enveloppes des plans normaux de deux courbes (P) et (P') dont les tangentes correspondantes sont parallèles.

Amenons le point P' en P, en y faisant coïncider les tangentes de (P) et de (P') transportée : les génératrices correspondantes G, G' de (Δ) et de (Δ') seront alors dans un même plan normal à (P). Faisons tourner autour de la tangente à (P) la génératrice G' de (Δ') correspondant au point P', jusqu'à ce qu'elle ait pris une position G_1, à angle droit sur sa position première, les deux droites G_1 et G se rencontreront en un point M qui appartient au contour de contact de (Δ) et de l'élassoïde satisfaisant.

On construira, de la sorte, les deux contours conjugués par des opérations purement algébriques, pourvu que (P) et (P') soient obtenues d'avance.

Nous dirons, en conséquence, que deux élassoïdes conjugués assujettis à toucher deux développables données ayant même cône directeur seront algébriques si les deux développables sont les *polaires* de deux courbes gauches algébriques.

Comme on peut remplacer les points P et P' par deux points arbitraires des plans des deux développables infiniment aplaties, on voit que le problème en question est susceptible d'une ∞^8 de solutions (*).

(*) Comme on peut effectuer la rotation autour de P de deux côtés différents, les mêmes courbes (P) et (P') donnent lieu à deux systèmes de contours conjugués ; c'est ce qui conduit à l'∞^8 de solutions.

Un cas très-simple se présente lorsque le point P décrit une courbe sphérique, la surface polaire est un cône et les courbes de contact de ce cône avec deux élassoïdes conjugués sont deux cercles géodésiques passant par le sommet du cône.

§ 91.

Construction des deux contours conjugués résultant de la connaissance d'une surface gauche.

Le problème de la recherche des contours conjugués peut être abordé de bien des façons; comme il présente en lui-même un réel intérêt, il ne sera pas inutile de montrer, avec plus de précision que nous ne l'avons encore fait, comment la connaissance d'une surface gauche permet de construire deux couples de contours conjugués.

Nous avons indiqué, au § (37), comment se construisent les points du contour le long desquels les plans moyens de la surface gauche touchent l'élassoïde moyen, et au § (85), comment s'obtiennent les points du contour conjugué; nous n'y reviendrons pas; mais, rappelons que parmi les élassoïdes stratifiés que détermine directement la surface gauche, il en est deux qui sont conjugués. Soient (C) et (C′) les courbes tracées sur ces élassoïdes et correspondant à la surface gauche choisie (comme surface élémentaire de la congruence isotrope). Soient C et C′ les points correspondant à la génératrice D de la congruence.

On sait que C et C′ sont dans des plans distants du plan moyen de quantités égales au paramètre de la droite D.

Si O est le point de contact du plan moyen, C et C′ sont sur une droite COC′ parallèle à la normale à la surface moyenne en M, droite située dans un plan perpendiculaire à OM et dans le plan normal à la ligne de striction. Les droites CP, C′P′ font des angles de 45° avec le plan mené par D et par OM (*).

(*) P et P′ sont situés dans les plans tangents aux élassoïdes conjugués et sur la droite D.

Nous terminerons cette étude des contours conjugués en montrant comment on en peut déduire une infinité de la connaissance d'une surface moyenne de congruence isotrope.

§ 92.

La connaissance d'une surface moyenne conduit à celle d'une infinité de couples de contours conjugués.

On sait qu'une surface de cette nature correspond par orthogonalité de ses éléments à la sphère. Prenant donc une sphère de rayon déterminé, il y aura toujours sur la surface une famille double de courbes égales en arc à leurs correspondantes sur la sphère, ayant par conséquent ces courbes pour conjuguées. Une équation différentielle régit le problème.

A ce propos, il est intéressant de connaître les surfaces les plus simples correspondant à la sphère par orthogonalité des éléments.

L'élassoïde moyen peut se réduire à un point. Dans ce cas, il faut, d'après (28), que la surface moyenne ait sa courbure nulle. La considération de (26) montre immédiatement que la surface est *plane*.

La correspondance par orthogonalité de la sphère et d'un plan diamétral, par exemple, s'obtient en projetant un point de la sphère sur le plan, puis en faisant tourner cette projection autour du centre, de 90°.

Dans ce cas, les contours conjugués sont imaginaires.

Il convient de signaler que si l'on recherche les élassoïdes groupés, dérivés du réseau isométrique formé de cercles orthogonaux passant par un même point de la sphère, on trouve seulement des points.

On pourrait développer bien davantage, mais il convient de poursuivre l'exposé des considérations générales, afin d'aborder, sans retard, les monographies d'élassoïdes.

Il est naturel, après avoir cherché à déduire les congruences isotropes de la sphère, de voir comment on peut les déduire du plan; c'est ce qui fera l'objet du prochain chapitre.

CHAPITRE XII.

CONGRUENCES ISOTROPES DÉDUITES DU PLAN.

---

§ 93.

Calcul d'un réseau orthogonal plan duquel on peut déduire une congruence isotrope.

Établissons tout d'abord les conditions exprimant qu'une congruence de droites émanant des points d'une surface de référence est isotrope. Ce calcul nous sera nécessaire dans sa généralité, un peu plus loin, et, pour notre objet actuel, particularisé, il conduira immédiatement au but.

Nous supposerons toujours que les droites D de la congruence sont situées dans les plans ZOX. Désignons par i l'angle de D avec la normale OZ.

L'équation de la surface élémentaire, établie comme d'habitude, donne pour l'angle θ du plan tangent en un point M de D avec le plan ZOX

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{g dv + L\left[dv\left(\dfrac{dg}{f du}\sin i + Q\cos i\right) - du\left(\dfrac{df}{g dv}\sin i + f D\cos i\right)\right]}{f\cos i du + L\left[dv\left(\dfrac{di}{dv} + gD\right) + du\left(\dfrac{di}{du} + P\right)\right]}.$$

L'équation des plans focaux, établie comme précédemment, est

$$\operatorname{tg}^2\theta\left(-D + \frac{di}{g dv}\right) + \frac{\operatorname{tg}\theta}{fg\cos i}\left(gP - Qf\cos^2 i + g\frac{di}{du} - \cos i\sin i\frac{dg}{du}\right) + D + \operatorname{tg} i\frac{df}{g dv} = 0.$$

La congruence sera isotrope si

$$gP - fQ\cos^2 i + g\frac{di}{du} - \cos i \sin i \frac{dg}{du} = 0 \quad \ldots\ldots \quad (54)$$

en même temps que

$$2Dg - \frac{di}{dv} + tgi\frac{df}{fdv} = 0 \ldots\ldots\ldots \quad (55)$$

Supposons maintenant que (O) se réduise à un plan, il vient (P, Q, D étant nuls),

$$\frac{di}{du}\frac{1}{\sin i \cos i} = \frac{dg}{gdu},$$

$$\frac{di}{dv}\frac{\cos i}{\sin i} = \frac{df}{fdv},$$

on en déduit

$$g \cot i = V,$$

$$\frac{f}{\sin i} = U.$$

Éliminant l'angle i, on trouve la relation

$$\frac{U^2}{f^2} - \frac{V^2}{g^2} = 1. \ldots\ldots\ldots \quad (56)$$

Inversement, *toutes les fois qu'on aura, dans le plan, un réseau orthogonal caractérisé par l'équation* (56), *on en déduira une congruence isotrope.* Les calculs précédents démontrent également cette réciproque. Mais on voit facilement que d'un réseau satisfaisant on peut déduire *deux* congruences isotropes définies par les systèmes

$$\begin{cases} g\cot i = V, \\ \dfrac{f}{\sin i} = U, \end{cases} \qquad \begin{cases} f\cot\omega = \sqrt{-1}\,U, \\ \dfrac{g}{\sin\omega} = \sqrt{-1}.V. \end{cases}$$

On peut même, puisque U et V sont des fonctions indéterminées de u et de v, considérer U et V comme de même signe dans (56), en général.

En fait, lorsque les signes de U^2 et de V^2 seront tous deux positifs, les congruences isotropes seront imaginaires toutes les deux; lorsque les signes seront contraires, l'une des congruences sera formée de droites réelles et l'autre de droites imaginaires.

On est également en droit de compter les congruences formées des droites symétriques, par rapport au plan, de celles des (D). Donc, en général, d'un réseau satisfaisant, on pourra déduire quatre congruences isotropes, symétriques par couple, relativement au plan (O).

Il est facile de voir qu'il y a seulement quatre plans isotropes focaux pour ces quatre congruences, et que ces plans eux-mêmes se groupent par couples coupant le plan (O) suivant deux droites imaginaires.

§ 94.

D'un réseau orthogonal satisfaisant on déduit quatre plans isotropes en chaque point du plan, se coupant suivant deux droites de ce plan.

C'est ce qu'on vérifie sans peine en cherchant en *dudv* l'équation quadratique des traces sur (O) des plans focaux de la congruence. On trouve, en général, pour une surface de référence arbitraire

$$0 = dv^2\left(-g^2\mathrm{D} + g\frac{di}{dv}\right) + dudv\left(g\mathrm{P} - \mathrm{Q}f\cos^2 i + g\frac{di}{du} - \cos i\sin i\frac{dg}{du}\right)$$
$$+ du^2\left(f^2\mathrm{D}\cos^2 i + \sin i\cos i\frac{fdf}{gdv}\right);$$

mais, *dans l'espèce*, il vient

$$g^2dv^2 + f^2\cos^2 i\, du^2 = 0.$$

Pour les autres congruences satisfaisantes, on aurait, symétriquement,

$$f^2du^2 + g^2\cos^2\omega\, dv^2 = 0;$$

et ces deux équations sont équivalentes à

$$du^2 \frac{f^4}{U^2} + dv^2 \frac{g^4}{V^2} = 0. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (57)$$

Ces directions seront imaginaires, lorsque, parmi les congruences, deux seront réelles; inversement lorsque ces directions seront réelles toutes les congruences isotropes satisfaisantes seront imaginaires.

On sait par la théorie des congruences isotropes que ces directions imaginaires sont les traces, sur le plan de référence, des plans tangents aux développables isotropes focales des congruences satisfaisantes. Conséquemment, les directions en question doivent former dans le plan deux familles de *droites* imaginaires enveloppant les traces, sur le plan, des deux développables isotropes focales.

§ 95.

Définition géométrique du réseau orthogonal satisfaisant.

Si l'on considère deux développantes des traces focales, le réseau orthogonal (u, v) est formé par l'ensemble des courbes telles que la somme ou la différence des distances de leurs points aux deux développantes soient constantes.

Vérifions au moyen de l'équation (56), que le réseau (u, v) satisfait toujours à la définition précitée. On peut, dans chaque cas, particulariser ces variables U et V, et ramener l'expression du carré de l'élément linéaire à la forme

$$dS^2 = \frac{dv^2}{\cos^2 \varphi} + \frac{du^2}{\sin^2 \varphi},$$

qui caractérise d'après M. Weingarten tout réseau orthogonal formé (sur une surface arbitraire) par les courbes dont tous les points sont à des distances géodésiques de deux courbes fixes dont la somme ou la différence est constante (*).

(*) M. Ossian Bonnet a donné, de ce fait, une démonstration simple (p. 96 du XLIIe cahier du *Journal de l'École polytechnique*).

Ici, quand l'angle φ est réel, les congruences isotropes sont toutes imaginaires, et inversement.

Comme vérification, on doit trouver que les lignes définies par l'équation (57) sont des géodésiques.

§ 96.

Cas où le réseau satisfaisant est isométrique : il est composé de coniques homofocales.

Le réseau (u, v) ne peut, à la fois, être isométrique et être caractérisé par la relation (56), que si le carré de l'élément linéaire du plan peut se mettre sous la forme

$$dS^2 = (U^2 - V^2)(du^2 + dv^2);$$

mais alors, d'après une théorie *bien connue* de M. Liouville, l'intégrale des géodésiques du plan peut s'écrire

$$U\sin^2\varphi + V\cos^2\varphi = K \text{ (*)}$$

et chaque valeur de la constante k définira une double famille de géodésiques, enveloppant, par conséquent, deux courbes. Lorsque les valeurs de k seront telles que l'angle φ soit imaginaire, on déduira des droites ainsi obtenues deux congruences isotropes réelles.

Ainsi *le réseau orthogonal plan, particulier, qui est à la fois isométrique et de la forme permettant l'intégration des géodésiques, donnera lieu à une* ∞^2 *de congruences isotropes.* Nous ne nous arrêterons pas à démontrer, après M. Liouville, que ce réseau plan, remarquable, est *unique* et qu'il est formé par des coniques homofocales.

Dans ce cas *les congruences isotropes satisfaisantes ne sont autre chose que*

(*) C'est d'ailleurs l'intégrale qu'on obtiendrait immédiatement en cherchant à résoudre (57) qui est l'équation des traces principales des congruences isotropes.

l'ensemble des génératrices des hyperboloïdes homofocaux ayant pour trace, sur le plan de référence, les ellipses du réseau (u, v) *et dont* une *quelconque de ces ellipses est la focale.*

Autant on choisira de focales distinctes, autant on obtiendra de congruences isotropes différentes.

Nous n'insistons pas davantage sur ces propriétés qui mettent à part les congruences isotropes formées des génératrices de quadriques homofocales; dans le chapitre XVII nous montrerons, en effet, comment tout ce qui précède est un cas particulier d'une proposition plus générale et pourtant caractéristique.

Pour obtenir, en termes finis, les équations d'élassoïdes et surtout des élassoïdes algébriques dont s'est préoccupée spécialement l'Académie de Belgique, il convient d'établir (maintenant que nous avons élucidé les propriétés des congruences), sous la forme la plus simple, des formules qui permettent d'effectuer en langage algébrique, et par avance, les opérations géométriques dont nous avons montré l'agencement. Cette nouvelle étude ne laissera pas de mettre en relief d'intéressantes propriétés des élassoïdes auxquelles nous n'avons pas encore été conduit.

§ 97.

Plans isotropes passant par une droite déterminée. Équations.

Soit une congruence de droites. Si, par chaque droite, on mène les deux plans isotropes qu'elle détermine, ceux-ci couperont, suivant deux droites, un plan fixe arbitraire.

Inversement si dans un plan on se donne deux droites, on peut en déduire, par *isotropie,* quatre droites dans l'espace.

Supposons que les droites considérées aient pour équations

$$x\cos\varphi + y\sin\varphi = 0,$$

$$x\cos\psi + y\sin\psi = 0,$$

où les angles φ et ψ sont arbitraires et complexes (c'est-à-dire imaginaires, conjugués ou non).

Les plans isotropes, passant par la première droite, ont pour équation quadratique

$$X\cos\varphi + Y\sin\varphi \pm iZ = 0.$$

De même, les plans isotropes, passant par la seconde droite, sont représentés par l'équation à double signe

$$X\cos\psi + Y\sin\psi \pm iZ = 0.$$

Les deux doubles signes sont indépendants.

Les droites d'intersection des plans isotropes (en ne considérant pas les symétriques) ont pour équations, soit

$$X = \frac{iZ(\sin\varphi - \sin\psi)}{\sin(\psi - \varphi)}, \quad Y = \frac{iZ(\cos\psi - \cos\varphi)}{\sin(\psi - \varphi)},$$

soit

$$X = -\frac{iZ(\sin\varphi + \sin\psi)}{\sin(\psi - \varphi)}, \quad Y = -\frac{iZ(\cos\psi + \cos\varphi)}{\sin(\psi - \varphi)}.$$

Il ne faut considérer, naturellement, que les équations pouvant représenter des droites réelles quand φ et ψ sont imaginaires conjugués. Posant

$$\varphi = \alpha + \beta i, \quad \psi = \alpha - \beta i,$$

les deux systèmes d'équations deviennent

$$X = -\frac{2iZ\cos\alpha}{e^{\beta} + e^{-\beta}}, \quad Y = -\frac{2iZ\sin\alpha}{e^{\beta} + e^{-\beta}},$$

ou

$$X = \frac{2Z\sin\alpha}{e^{\beta} - e^{-\beta}}, \quad Y = \frac{2Z\cos\alpha}{e^{-\beta} - e^{\beta}}.$$

Ainsi la seconde combinaison doit seule être conservée.

§ 98.

Intégrale générale analytique d'une congruence isotrope.

Donnons-nous arbitrairement les traces, sur le plan de référence, de deux développables isotropes; ces traces peuvent être deux courbes arbitraires, imaginaires. On peut toujours les considérer comme les enveloppes de deux droites variables définies par les équations

$$x\cos\varphi + y\sin\varphi - \mathrm{F}(\varphi) = 0,$$

$$x\cos\psi + y\sin\psi - f(\psi) = 0,$$

où F et f sont des fonctions, données, des angles complexes φ et ψ. D'après ce qui vient d'être dit, les droites de la congruence isotrope, dérivant de ces courbes imaginaires, sont définies ainsi

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{X} &= -i\mathrm{Z}\frac{\sin\varphi + \sin\psi}{\sin(\psi - \varphi)} + \frac{\mathrm{F}\sin\psi - f\sin\varphi}{\sin(\psi - \varphi)} \\ \mathrm{Y} &= i\mathrm{Z}\frac{\cos\psi + \cos\varphi}{\sin(\psi - \varphi)} - \frac{\mathrm{F}\cos\psi - f\cos\varphi}{\sin(\psi - \varphi)} \end{aligned}\right\} \quad \text{. . . . . (58)}$$

Telle est, si l'on veut, sous une forme simple, l'intégrale générale des congruences isotropes.

§ 99.

Calcul du paramètre d'une congruence isotrope.

Il s'agit maintenant de calculer les équations du *plan moyen* et la valeur du *paramètre*.

Soient, en général,

$$x = a\mathrm{Z} + p, \quad y = b\mathrm{Z} + q,$$

les équations d'une congruence, où a, b, p, q sont des fonctions de deux paramètres variables. Établissons l'équation de variation des plans tangents à une surface élémentaire, le long de la droite D, dont la trace est le point A.

Soit DAδ le plan projetant de la droite D sur le plan de référence; considérons une position D' de la droite, infiniment voisine de D. Soit M' un point de D' situé à la hauteur Z; projetons-le en m, sur le plan DAδ et en μ sur D. θ désignant toujours l'angle du plan tangent à la surface élémentaire avec le plan projetant de D, on a

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{M'm}{m\mu}.$$

L'équation du plan projetant est

$$b(x-p) - a(y-q) = 0,$$

les coordonnées du point M' (que, pour plus de simplicité, on suppose se déplacer dans un plan horizontal) croissent de

$$\Delta X = \Delta a.Z + \Delta p,$$

$$\Delta Y = \Delta b.Z + \Delta q.$$

On en conclut, par les règles élémentaires,

$$M'm = \frac{b(\Delta a.Z - \Delta p) - a(\Delta b.Z - \Delta q)}{\sqrt{a^2+b^2+1}} \text{ (*)}.$$

D'un autre côté, le plan passant par D, perpendiculaire au plan projetant, a pour équation

$$a(x - aZ - p) + b(y - bZ - q) = 0;$$

$m\mu$ n'est autre chose que la distance de M' à ce plan. Conséquemment, nous aurons

$$m\mu = \frac{a(\Delta a.Z + \Delta p) + b(\Delta b.Z + \Delta q)}{\sqrt{(a^2+b^2)(1+a^2+b^2)}}.$$

(*) M'm étant la plus courte distance des deux droites.

En définitive,

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{b(\Delta a . Z + \Delta p) - a(\Delta b . Z + \Delta q)}{a(\Delta a . Z + \Delta p) + b(\Delta b . Z + \Delta q)} \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Ici

$$a = \frac{-i(\sin\varphi + \sin\psi)}{\sin(\psi - \varphi)}, \quad b = \frac{i(\cos\varphi + \cos\psi)}{\sin(\psi - \varphi)},$$

$$p = \frac{F\sin\psi - f\sin\varphi}{\sin(\psi - \varphi)}, \quad q = -\frac{F\cos\psi - f\cos\varphi}{\sin(\psi - \varphi)}.$$

Si on laissait arbitraires les variations des paramètres φ et ψ, les calculs seraient longs, mais la théorie générale nous ayant appris que les résultats recherchés sont invariables quelles que soient les surfaces élémentaires choisies, on est libre de les particulariser et, par exemple, de supposer la relation

$$\psi - \varphi = K,$$

constamment vérifiée. Comme

$$(a^2 + b^2) = -\frac{2[1 + \cos(\psi - \varphi)]}{\sin^2(\psi - \varphi)},$$

on voit que, par cet artifice, on a constamment

$$a\Delta a + b\Delta b = 0.$$

En somme, on obtient

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{[2Z + i(F - f)]\,[1 + \cos(\psi - \varphi)] + i[F' + f']\sin(\psi - \varphi)}{-i[F' - f']\,[1 + \cos(\psi - \varphi)] + i[F + f]\sin(\psi - \varphi)} \quad . \; . \; . \quad (59)$$

Z et $\operatorname{tg}\theta$ sont infinis en même temps. On aura, par conséquent, la valeur de Z afférente au *point central* en annulant $\operatorname{tg}\theta$:

$$2Z_0 + i[F - f] + i[F' + f']\frac{\sin(\psi - \varphi)}{1 + \cos(\psi - \varphi)} = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (60)$$

Le *paramètre* se trouve dès lors mis en évidence dans l'équation (59), il est défini par la relation

$$2P_0 = i[F' - f'] + i[F + f]\frac{\sin(\psi - \varphi)}{1 + \cos(\psi - \varphi)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (61)$$

§ 100.

Calcul des équations des plans tangents aux élassoïdes conjugués.

Connaissant le Z du *point central*, on obtient immédiatement pour l'équation du *plan moyen*

$$0 = -2X(\sin\varphi + \sin\psi) + 2Y(\cos\varphi + \cos\psi) + \sin(\psi - \varphi)\left[-2Zi + (F - f) - (F' + f')\cot\frac{\psi - \varphi}{2}\right]. \quad (62)$$

La distance de l'origine des coordonnées au plan moyen, distance égale au *paramètre* d'une congruence isotrope conjuguée de (58), c'est-à-dire ayant pour élassoïde moyen le conjugué de l'élassoïde défini par (58), a pour expression

$$2P_{0'} = -(F' + f') + (F - f)\operatorname{tg}\frac{\psi - \varphi}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (63)$$

Inversement, l'équation (61) donne, pour le plan tangent de l'élassoïde conjugué :

$$-2X(\sin\varphi + \sin\psi) + 2Y(\cos\varphi + \cos\psi) + i\{\sin(\psi - \varphi)[F + f - 2Z] + (F' - f')[1 + \cos(\psi - \varphi)]\} = 0. \quad (64)$$

Pour obtenir une congruence isotrope génératrice de l'élassoïde conjugué, il suffit de faire tourner, de $\frac{\pi}{2}$, la droite (58) autour de l'origine. Nous trouvons de la sorte par des calculs dont nous supprimons les détails

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{-i(\sin\varphi + \sin\psi)}{\sin(\psi - \varphi)} Z + (F\cos\psi - f\cos\varphi)\Delta \\ Y &= \frac{i(\cos\varphi + \cos\psi)}{\sin(\psi - \varphi)} Z + (F\sin\psi - f\cos\varphi)\Delta, \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (65)$$

où Δ^2 a pour valeur

$$\Delta^2 = \frac{2Ff}{[1 + \cos(\psi - \varphi)][F^2 + f^2 - 2Ff\cos(\psi - \varphi)]}.$$

Il serait très-facile, s'il y avait intérêt, de former les équations de toutes les congruences isotropes satisfaisantes, en utilisant la transformation du § (34); mais en général, quand on en aura besoin, ce sera pour chercher toutes les surfaces moyennes, et il sera toujours plus rapide d'effectuer la transformation sur les congruences particulières définies par des paramètres réels.

Cherchons maintenant à déterminer les coordonnées des points des deux élassoïdes, en fonction des paramètres complexes φ et ψ.

Posons pour un instant

$$\frac{\psi - \varphi}{2} = \alpha, \quad \frac{\psi + \varphi}{2} = \beta.$$

Les équations des plans tangents aux deux élassoïdes deviennent, pour l'élassoïde moyen :

$$-X\sin\beta + Y\cos\beta + \sin\alpha\left[-Zi + \frac{F - f}{2}\right] - \frac{F' + f'}{2}\cos\alpha = 0, \quad . \quad . \quad (62')$$

pour l'élassoïde conjugué

$$-X\sin\beta + Y\cos\beta + \sin\alpha\left[-Zi + i\frac{F + f}{2}\right] - i\frac{F' - f'}{2}\cos\alpha = 0 \quad . \quad . \quad (64')$$

§ 101.

Coordonnées des points des élassoïdes conjugués.

N'oublions pas que F et f sont des fonctions de φ et de ψ individuellement, et représentons comme d'habitude, par exemple

$$\frac{d^2F}{d\varphi^2} \quad \text{par} \quad F'',$$

comme on a

$$\frac{d\varphi}{d\alpha} = -1, \quad \frac{d\varphi}{d\beta} = +1,$$

$$\frac{d\psi}{d\alpha} = +1, \quad \frac{d\psi}{d\beta} = +1,$$

on peut considérer maintenant les équations (62′) (64′) comme formées de fonctions des paramètres α et β, et chercher les caractéristiques.

Tout d'abord, pour l'élassoïde moyen, on trouve

$$2Zi = (F + F'') - (f + f''),$$

$$X\cos\beta + Y\sin\beta - \sin\alpha\frac{F' - f'}{2} + \cos\alpha\frac{F'' + f''}{2} = 0;$$

repassant maintenant aux expressions en φ et ψ, il vient, en résumé,

ÉLASSOÏDE MOYEN.

$$\left.\begin{aligned} X + \frac{F'\sin\varphi + F''\cos\varphi}{2} + \frac{f'\sin\psi + f''\cos\psi}{2} &= 0 \\ Y - \frac{F'\cos\varphi - F''\sin\varphi}{2} - \frac{f'\cos\psi - f''\sin\psi}{2} &= 0 \\ Z = -i\,\frac{(F + F'') - (f + f'')}{2} & \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (66)$$

De la même manière on calculera les coordonnées du point correspondant de l'élassoïde conjugué; on trouve

ÉLASSOÏDE CONJUGUÉ.

$$\left.\begin{aligned} \frac{X}{i} + \frac{F'\sin\varphi + F''\cos\varphi}{2} - \frac{f'\sin\psi + f''\cos\psi}{2} &= 0 \\ \frac{Y}{i} - \frac{F'\cos\varphi - F''\sin\varphi}{2} + \frac{f'\cos\psi - f''\sin\psi}{2} &= 0 \\ Z = \frac{(F + F'') + (f + f'')}{2}. & \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (67)$$

Ces deux groupes d'équations fort simples sont susceptibles d'interprétations géométriques importantes.

Soient (A) et (B) les deux courbes imaginaires, sections des deux développables isotropes par le plan de référence, P une origine fixe. Soient A et B les points des deux courbes déterminés par les deux valeurs φ et ψ des paramètres. Enfin, soient a et b les centres de courbure correspondants. Désignons par R_A, R_B les rayons de courbure de (A) et (B) en A et B.

On sait que le centre de courbure a, par exemple, est déterminé par l'équation de la normale en A à (A)

$$-x\sin\varphi + y\cos\varphi - F' = 0,$$

et par celle de la caractéristique qui est la normale de la développée

$$-x\cos\varphi - y\sin\varphi - F'' = 0.$$

§ 102.

Définition géométrique des points des élassoïdes conjugués.

Désignons par O et O′ les points correspondants des deux élassoïdes, par ω et ω' leurs projections sur le plan de référence.

1° *La projection* ω *du point* O *de l'élassoïde moyen* (O) *est au milieu du segment* ab;

2° *Le* Z *du point* O *de l'élassoïde moyen* (O) *est égal à la demi-différence des rayons de courbure* R_A *et* R_B, *multipliée par* $\sqrt{-1}$;

3° *Si l'on joint l'origine* P, *fixe, au point* ω' *projection sur le plan de référence du point* O′ *de l'élassoïde conjugué* (O′) *le segment* $P\omega'$ *est égal à la moitié du segment* ab *multiplié par* $\sqrt{-1}$, *de plus* $P\omega'$ *et* ab *sont parallèles*

$$P\omega' = i\frac{ab}{2}.$$

4° *Le* Z *du point* O′ *de l'élassoïde conjugué* (O′) *est égal à la demi-somme des rayons de courbure* R_A et R_B.

Les deux premières propriétés sont des conséquences immédiates de la construction ponctuelle de l'élassoïde moyen comme lieu des milieux des cordes s'appuyant à leurs extrémités sur les arêtes de rebroussement de deux développables isotropes, si l'on tient compte de cette proposition (énoncée pour la première fois par M. Moutard) : *La projection de l'arête de rebroussement d'une développable isotrope, sur un plan donné, est la développée de la section, par le plan, de la développable.*

§ 103.

Définition des sections planes d'un élassoïde.

Arrêtons-nous un moment, afin de tirer de ce qui précède des conséquences. Supposons que les courbes (A) et (B) se superposent; elles coïncideront alors avec une courbe (C) qui sera toujours réelle si les élassoïdes sont réels.

On sait, et l'on vérifie d'ailleurs à première vue, que la développée (D) de la courbe appartient à l'élassoïde moyen, qu'elle est une géodésique de cette surface. On voit de nouveau que le contour conjugué est une droite perpendiculaire au plan de la courbe (C). Pour obtenir le point O′ de cette droite correspondant à un point D de la développée (D), il suffit de prendre PO′ égal à AD.

Le plan de (C) *coupe l'élassoïde moyen suivant une courbe double, lieu des milieux des cordes joignant les centres de courbure des cercles osculateurs, de même rayon, de la courbe* (C).

Considérons maintenant une courbe (D) symétrique par rapport à une droite PP′. Il est clair que tous les couples de points symétriques *a* et *b* donneront lieu à un point O situé dans le plan perpendiculaire au plan de (D) et passant par l'axe de symétrie, mais deux cas sont à distinguer, ou (D) coupe l'axe PP′ à angle droit ou elle y présente un rebroussement de première espèce.

Dans le premier cas (C) présente en P un rebroussement et les rayons de courbure A*a*, B*b* doivent être considérés comme étant de signe contraire; dès lors *le point* O *est dans le plan de symétrie à une hauteur au-dessus de* ω *marquée par le produit de la longueur de l'arc imaginaire* Pb *par* $\sqrt{-1}$. *On voit que le plan de symétrie coupera l'élassoïde moyen suivant une nouvelle géodésique dont les points réels correspondront aux couples de points symétriques, imaginaires, de* (D) *et inversement.* Nous reviendrons plus loin sur ce cas particulier. Le contour conjugué n'est autre chose qu'une droite perpendiculaire au plan de symétrie.

Au contraire, si la courbe (D) présente un rebroussement sur l'axe de symétrie, la développante (C) coupant cet axe à angle droit en P, les rayons de courbure en deux points symétriques ont même signe, leur différence est donc nulle. En conséquence, *le plan de symétrie de* (D) *coupe l'élassoïde moyen suivant l'axe de symétrie* PP'. *Le contour conjugué est, au contraire, une géodésique située dans un plan perpendiculaire à l'axe* PP'.

§ 104.

On peut tracer sur des élassoïdes, même algébriques, des droites n'ayant que des parties réelles situées sur ces surfaces.

Au point de vue de la réalisation physique par le procédé de M. Plateau, il convient de faire observer que, toutes les fois qu'un élassoïde, algébrique ou non, admettra un plan de symétrie, lui et son conjugué, simultanément algébriques, contiendront des droites; mais il est fort remarquable que certaines de ces droites soient seulement réelles partiellement. Donnons un exemple.

Soit proposé de construire l'élassoïde admettant pour géodésique la développée d'une ellipse; il est algébrique ainsi que son conjugué, mais, sur celui-ci, le contour correspondant à la développée est une droite égale en

longueur (nous parlons de la partie réelle) au quart du périmètre total de la développée.

Aussi dans la réalisation physique devra-t-on obtenir des nappes se reliant d'elles-mêmes à des segments de droite limités.

On peut déduire, des formules interprétées ci-dessus, des conséquences d'un genre tout différent.

Si les arcs (a) et (b) des courbes développées de (A) et (B) s'expriment algébriquement, les élassoïdes seront algébriques.

§ 105.

Élassoïdes transcendants admettant des lignes algébriques.

Bornons-nous à examiner le cas de l'élassoïde admettant pour géodésique une courbe plane (D); si celle-ci n'est pas la développée d'une courbe algébrique (C), *les élassoïdes seront transcendants, mais dans certains cas ils contiendront des courbes algébriques.*

Les courbes algébriques d'un élassoïde transcendant correspondront aux groupements de points a et b tels que la différence ou la somme des longueurs correspondantes des arcs (a) et (b) soient algébriques.

Un exemple éclaircira : Soit proposé de chercher l'*élassoïde admettant pour géodésique une ellipse donnée* (D). Cette surface est transcendante, puisque le Z est proportionnel à la différence des deux arcs de l'ellipse.

Mais, considérons les points du plan rangés suivant une hyperbole homofocale (H), ou suivant une ellipse (E) également homofocale à (D). On sait, d'après un théorème dû à M. Chasles, que si le point M décrit l'ellipse (E), par exemple, les arcs décrits par les points de contact des tangentes à (D) issues de M ont une différence algébrique (*). Dès lors, les points de l'élassoïde correspondant à ceux de l'ellipse (E) seront situés sur une courbe algébrique.

(*) A la façon de compter les arcs, adoptée ci-dessus, il faut dire ici la différence.

Au contraire, si l'on suit l'hyperbole (H), ce sont les points de l'élassoïde conjugué qui se rangent suivant une courbe algébrique.

Étant donnée la nature des transcendantes déterminant les longueurs d'arcs d'ellipse, on voit que sur chacun des deux élassoïdes précités il n'y a qu'une famille de courbes algébriques. Au demeurant, s'il y en avait deux, les élassoïdes seraient algébriques.

§ 106.

Les lignes de niveau d'un élassoïde admettant pour géodésique une courbe plane algébrique dont l'arc s'exprime par une fonction elliptique de première espèce, sont algébriques.

Soit pris en général pour (D) une courbe algébrique dont l'arc s'exprime par une fonction elliptique de première espèce [M. Serret a montré qu'il en existe une infinité, toutes unicursales; la plus simple est la lemniscate de Bernoulli]. *L'élassoïde qui admet* (D) *pour géodésique, et son conjugué, sont coupés par des plans parallèles à celui de* (D) *suivant des courbes algébriques.*

Il importe d'observer que ces diverses courbes algébriques ne se correspondent pas d'un élassoïde à l'autre. On sait d'ailleurs qu'en thèse générale, si l'on trouve deux contours conjugués algébriques, les élassoïdes conjugués sont algébriques.

Ajoutons que, *le long d'une courbe algébrique d'un élassoïde transcendant, la développable circonscrite est algébrique.* En effet, l'équation (62′) donne pour la trace du plan tangent à l'élassoïde moyen sur le plan de référence

$$-X\sin\beta + Y\cos\beta + \sin\alpha\frac{F-f}{2} - \frac{F'+f'}{2}\cos\alpha = 0.$$

§ 107.

Sur l'algébricité des développables circonscrites à un élassoïde le long de courbes algébriques.

On peut toujours supposer que l'origine est transportée pour un instant au point de rencontre des tangentes en a et b, et que l'axe des X coïncide avec la bissectrice de l'angle a M b (car si les points a et b sont imaginaires conjugués, l'origine et l'axe seront réels), l'équation précédente devient alors

$$Y + \sin\alpha \frac{F - f}{2} = 0.$$

La trace du plan tangent est donc parallèle à la bissectrice de l'angle aMb. Parce que la courbe suivie est algébrique, le Z est algébrique, conséquemment (voir § 101)

$$F - f + F'' - f'',$$

est une expression algébrique; or F'' et f'' distance de l'origine aux normales en a et b sont manifestement algébriques; dès lors la différence $F - f$ est algébrique.

Conséquemment, les traces des développables circonscrites à un élassoïde le long d'un contour algébrique, traces prises sur un plan arbitraire, sont algébriques. L'algébricité des développables elles-mêmes est donc complétement démontrée.

On vérifierait facilement que la trace du plan tangent à l'élassoïde moyen passe par le milieu de la corde AB (voir § 101). On donnerait une définition aussi simple du plan tangent à l'élassoïde conjugué.

§ 108.

Lignes de longueur nulle se projetant sur un plan donné suivant des courbes algébriques. Exemples.

Les considérations précédentes ne sont vraies que si les courbes (a) et (b) sont algébriques. Il est d'ailleurs bien facile de former autant d'exemples que l'on voudra d'élassoïdes satisfaisant à cette condition : nous avons montré à la page 87 qu'à toute section plane d'un élassoïde correspond un contour conjugué dont la projection sur le plan de la courbe peut être arbitraire. Si donc la première courbe et la projection de la seconde courbe sont prises algébriques, les lignes isotropes des élassoïdes conjugués auront pour projections des lignes algébriques.

Par exemple, si l'on considère l'élassoïde admettant pour ligne de courbure une conique, on voit facilement que ses lignes isotropes ont pour projections sur le plan de la conique deux familles de coniques identiques.

CHAPITRE XIII.

LIGNES DE COURBURE OU LIGNES ASYMPTOTIQUES DES ÉLASSOÏDES DÉDUITS DU PLAN.

---

§ 109.

Calcul des éléments d'un élassoïde dépendant du deuxième ordre.

Déduisons, des calculs précédents, ce qui a trait à l'image sphérique des élassoïdes, afin de pouvoir appliquer les résultats obtenus au § 55.

La formule (62) fait voir que les coordonnées du point de l'image sphérique (sur une sphère de rayon R) sont définies par le groupe

$$\frac{-X}{\sin\frac{\psi+\varphi}{2}} = \frac{Y}{\cos\frac{\psi+\varphi}{2}} = \frac{Zi}{\sin\frac{\psi-\varphi}{2}} = \frac{R}{\cos\frac{\psi-\varphi}{2}}.$$

On en déduit, pour le carré de l'élément linéaire,

$$dS^2 = \frac{R^2}{\cos^2\frac{\psi-\varphi}{2}}\,d\psi.d\varphi.$$

On voit que les lignes isotropes de la sphère correspondent, comme cela devait être, aux tangentes des lignes (A) et (B). Nous trouvons

$$a = \frac{-1}{4}\Big\{F - f - F'\sin(\psi-\varphi) + F''\big[1 + \cos(\psi-\varphi)\big]\Big\},$$

$$b = \frac{1}{4}\Big\{F - f - f'\sin(\psi-\varphi) - f''\big[1 + \cos(\psi-\varphi)\big]\Big\},$$

et nous en concluons

$$\frac{da}{d\varphi} = -\frac{(F' + F''')}{2}\cos^2\frac{(\psi - \varphi)}{2},$$

$$\frac{db}{d\psi} = -\frac{(f' + f''')}{2}\cos^2\frac{(\psi - \varphi)}{2}.$$

Conséquemment, nous déduirons :

1° pour le carré de l'élément linéaire de l'élassoïde moyen

$$dS^2 = (F' + F''')(f' + f''')\cos^2\frac{(\psi - \varphi)}{2}d\varphi.d\psi. \quad \ldots\ldots \quad (68)$$

2° pour les rayons de courbure principaux

$$R^2 = (F' + F''')(f' + f''')\cos^4\frac{(\psi - \varphi)}{2} \quad \ldots\ldots \quad (69)$$

3° pour l'équation de directions conjuguées

$$(F' + F''')\,d\varphi d\varphi' + (f' + f''')\,d\psi.d\psi' = 0 \quad \ldots\ldots \quad (70)$$

En particulier, l'équation des lignes de courbure peut s'écrire

$$d\varphi\sqrt{F' + F'''} = \pm\, d\psi\sqrt{f' + f'''}.$$

§ 110.

Équations des lignes de courbure et des asymptotiques. Introduction des mêmes intégrales, en cherchant des élassoïdes passant par un contour plan.

Désignons par R_a et R_b les rayons de courbure en (a) et (b) des développées de (A) et de (B) projections des arêtes de rebroussement des focales isotropes ; l'équation précédente est équivalente à

$$d\varphi\sqrt{R_a} = \pm\, d\psi\sqrt{R_b} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (71)$$

Il est bien clair, également, que les lignes de courbure des élassoïdes stratifiés, dérivés de l'élassoïde moyen, sont définies par l'équation

$$m d\varphi \sqrt{R_a} = \pm n d\psi \sqrt{R_b}.$$

Si donc les expressions

$$\int d\varphi \sqrt{R_a} \quad \text{et} \quad \int d\varphi \sqrt{R_b},$$

qui dépendent de quadratures, sont algébriques, les projections des lignes de courbure de tous les élassoïdes stratifiés sont toutes algébriques (*).

Il pourrait se faire que les lignes de courbure d'un seul des élassoïdes de la famille fussent algébriques. Ce cas se présenterait si les expressions précitées étaient des fonctions elliptiques de première espèce.

La théorie des contours conjugués conduit aussi à considérer les mêmes intégrales à un point de vue tout différent.

Soient trois courbes planes parallèles et équidistantes (c) (a) (γ); désignons par a les distances constantes et égales Ca et $a\gamma$.

Cherchons le Z du contour (c') conjugué de (c) et qui admet pour projection sur le plan de la figure la courbe (γ), après une rotation de 90° autour d'un point du plan. Comme

$$d(c) = (R + a)\,d\theta,$$

$$d(\gamma) = (R - a)\,d\theta,$$

si R et $d\theta$ désignent le rayon de courbure et l'angle de contingence de (a) au point a; d'aprés ce qui a été dit au § 87

$$dZ = \sqrt{d(c)^2 - d(\gamma)^2} = \sqrt{2a}.d\theta\sqrt{R}.$$

Conséquemment

$$Z = \sqrt{2a}\int d\theta\sqrt{R}.$$

(*) Les projections sur le plan de (a) et (b) sont alors algébriques parce que l'on suppose (a) et (b) algébriques. Les images sphériques des lignes de courbure des élassoïdes dérivés sont aussi toutes algébriques, elles peuvent même l'être si les intégrales caractéristiques sont algébriques sans que (a) et (b) le soient.

Sans entrer dans aucun nouveau détail, nous dirons, par exemple, que :

Toutes les fois qu'un élassoïde admet une géodésique plane (a) *et que les projections de ses lignes de courbure, sur le plan de la géodésique, sont algébriques, on peut faire passer un élassoïde algébrique par chacune des courbes parallèles à* (a).

Arrêtons-nous un instant à montrer comment se déterminent les lignes de courbure d'élassoïdes simples, algébriques ou non.

§ 111.

Les lignes de courbure d'un élassoïde dont une parabole est géodésique dépendent des fonctions elliptiques.

Élassoïde admettant pour géodésique une parabole.

L'élassoïde n'est pas algébrique puisque l'arc de la développante de la parabole dépend des logarithmes. Prenant pour origine le foyer et pour axe polaire l'axe de la courbe, on voit, d'après les propriétés élémentaires de la parabole, que

$$R = \frac{p}{\cos^3\theta} \ (^*),$$

si p désigne le paramètre de la courbe. Conséquemment l'intégrale caractéristique de l'équation des lignes de courbure (car les deux intégrales sont de même forme quand les deux courbes (a) et (b) coïncident) est

$$\sqrt{p} \cdot \int \frac{d\theta}{\sqrt{\cos^3\theta}},$$

posons

$$\cos\theta = \frac{1}{\cos 2\alpha},$$

(*) θ étant l'angle de la normale avec l'axe de la parabole.

on obtient l'intégrale transformée

$$\sqrt{p}\sqrt{-1}\int d\omega\sqrt{1-2\sin^2\omega}.$$

Ainsi la détermination des lignes de courbure (ou des asymptotiques) dépend des fonctions elliptiques.

§ 112.

Lignes de courbure d'un élassoïde admettant pour géodésique la développée d'une parabole. (Fonctions elliptiques.)

Élassoïde admettant pour géodésique la développée d'une parabole.

Cette surface est algébrique :

Le rayon de courbure de la développée n'est autre chose que la dérivée du rayon de courbure de la développante; on aura donc, en conservant les notations précédentes, pour l'intégrale caractéristique,

$$\int\frac{d\theta\sqrt{\sin\theta}}{\cos^2\theta},$$

posons cette fois,

$$\cos\theta=\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\omega+\sin\omega)};$$

nous obtenons l'intégrale transformée

$$\int d\omega\sqrt{1-2\sin^2\omega}.$$

Ainsi, *la détermination des lignes de courbure ou des asymptotiques de l'élassoïde admettant pour géodésique la développée d'une parabole dépend aussi des fonctions elliptiques.*

§ 113.

Lignes de courbure des élassoïdes admettant pour géodésique une épicycloïde.
(*Fonctions elliptiques.*)

Considérons maintenant *tous les élassoïdes admettant pour géodésiques des épicycloïdes ou des hypocycloïdes planes.* On sait que ces courbes sont semblables à leurs développées, par conséquent toutes celles qui sont algébriques [et il y en a une infinité] donnent lieu à des élassoïdes algébriques.

R désignant le rayon du cercle, *base de l'épicycloïde,* et r le rayon de la *roulette génératrice,* p la distance, à la tangente, du centre de la *base,* ω étant l'angle de la normale et de l'axe polaire,

$$p = (R + 2r) \sin \frac{R}{R + 2r} \omega,$$

de même, pour une hypocycloïde on trouverait

$$p' = (R - 2r) \sin \frac{R}{R - 2r} \omega.$$

Conséquemment, d'une façon générale pour les deux genres de courbes,

$$p = a \sin k\omega,$$

et les courbes correspondantes seront algébriques chaque fois que k sera un nombre commensurable.

L'intégrale caractéristique des lignes de courbure prend la forme

$$\int d\omega \sqrt{\sin k\omega},$$

posons

$$\omega = \frac{\pi}{2k} - \frac{2}{k} \varphi$$

et nous transformerons l'intégrale précédente en celle-ci

$$\int d\varphi \sqrt{1 - 2\sin^2\varphi}.$$

Donc on peut énoncer cette proposition générale :

La détermination des lignes de courbure ou des asymptotiques des élassoïdes admettant pour géodésiques une épicycloïde ou une hypocycloïde, dépend des fonctions elliptiques.

§ 114.

Élassoïde d'Enneper à lignes de courbure algébriques.

Donnons maintenant des exemples d'élassoïdes dont les lignes de courbure sont algébriques.

Considérons *l'élassoïde admettant pour géodésique la première podaire négative de la parabole, prise par rapport au foyer.*

La podaire de la courbe considérée n'est autre chose que la parabole; conséquemment, si p désigne la distance de l'origine à une tangente, et θ l'angle de la normale avec l'axe polaire

$$p = \frac{a}{\cos^2 \frac{\theta}{2}},$$

(a désignant cette fois le demi-paramètre de la parabole) comme d'ailleurs

$$R = p + \frac{d^2p}{d\theta^2} = \frac{3}{2}\, a \frac{1}{\cos^4 \frac{\theta}{2}};$$

on voit que l'intégrale caractéristique a pour valeur

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2},$$

par conséquent l'équation des lignes de courbure est

$$\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} \pm \operatorname{tg}\frac{\psi}{2} = \text{constante},$$

et l'on voit que les lignes de courbure ou les asymptotiques sont algébriques.

D'un autre côté, on aura manifestement une développante de la courbe choisie en considérant l'équation tangentielle

$$P = \int p d\theta,$$

où P désigne la distance de l'origine à la tangente de cette développante et φ l'angle de la tangente et de l'axe polaire. Or,

$$P = 2a . \operatorname{tg}\frac{\theta}{2}.$$

La développante est donc algébrique.

On voit que *l'élassoïde qui admet pour géodésique la première podaire négative de la parabole prise par rapport au foyer, est algébrique ; il a ses lignes de courbure et ses lignes asymptotiques algébriques.*

Nous montrerons plus loin que cet élassoïde a ses lignes de courbure planes. Il a été découvert par Enneper.

Les considérations du § (109) peuvent être invoquées ; elles montrent que *par les courbes parallèles à la première podaire négative de la parabole* (le pôle étant au foyer) *on peut faire passer des élassoïdes algébriques.*

§ 115.

On peut déduire de l'élassoïde d'Enneper un nouvel élassoïde algébrique dont les lignes de courbure s'intègrent.

Mais on peut déduire de ce qui précède un nouvel élassoïde algébrique dont les lignes de courbure ou les asymptotiques s'intègrent.

Si nous considérons en effet l'élassoïde admettant pour géodésique la développée de cette première podaire négative de la parabole (surface manifestement algébrique), nous trouvons pour l'intégrale caractéristique des lignes de courbure

$$\int \frac{d\theta}{\cos^2\frac{\theta}{2}} \sqrt{\operatorname{tg}\frac{\theta}{2}}.$$

Dès lors l'intégrale des lignes de courbure ou des asymptotiques est donnée par une relation de la forme

$$m\left(\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}\right)^{\frac{3}{2}} \pm n\left(\operatorname{tg}\frac{\psi}{2}\right)^{\frac{3}{2}} = \text{constante}.$$

Enfin, ce qui précède met en évidence une application des plus remarquables sur laquelle il convient d'insister.

§ 116.

Deux exemples de lignes de courbure transcendantes.

La podaire négative dont il vient d'être question est la développée d'une courbe algébrique (C) dont l'équation tangentielle est, comme nous l'avons montré,

$$P = 2a - \operatorname{tg}\frac{\theta}{2}.$$

Les développantes de celles-ci sont à leur tour définies par l'équation

$$P' = -4a\log.\cos\frac{\theta}{2} + C,$$

laquelle est transcendante, par conséquent *l'élassoïde, qui admet* (C) *pour géodésique, est transcendant.*

Les lignes de courbure et les asymptotiques sont également transcendantes; donc de ce côté il n'y a rien à découvrir au point de vue de l'*algébricité*.

Mais il n'en sera pas de même si nous considérons la transformée par rayons vecteurs réciproques de la parabole en prenant pour pôle de transformation le foyer.

Soit θ l'angle de la parallèle à la normale en c à la courbe considérée (C). Soit P le pied de la perpendiculaire abaissée du foyer F sur la tangente. Enfin soit b le point correspondant de la première podaire négative de la parabole. On sait que F b est parallèle à la normale en c à (C) et que F, P et b sont en ligne droite.

On a manifestement

$$Fb = \frac{a}{\cos^3 \frac{\theta}{3}},$$

comme d'ailleurs

$$Fb \times FP = a^2.$$

(a^2 étant pris pour la puissance de transformation)

$$FP = a \cos^3 \frac{\theta}{3};$$

mais, si l'on forme l'équation de la développante

$$P = \int d\theta . a\cos^3 \frac{\theta}{3} = 3a \sin \frac{\theta}{3} \left(1 - \frac{1}{3} \sin^2 \frac{\theta}{3}\right).$$

On voit qu'elle est algébrique ; conséquemment :

L'élassoïde qui admet pour géodésique la transformée par rayons vecteurs réciproques d'une parabole (le pôle étant au foyer) *est algébrique* (*).

On trouve en opérant comme d'habitude, pour le rayon de courbure de (C),

$$R_c = \frac{2}{3} a \cos \frac{\theta}{3}.$$

(*) Cette courbe est une cardioïde, variété d'une épicycloïde algébrique; conséquemment, on devait prévoir que l'élassoïde serait algébrique, mais ce qui précède conduit à la généralisation qu'il importait de signaler.

Dès lors l'intégrale caractéristique des lignes de courbure et des asymptotiques devient

$$\int \frac{d\theta}{6}\sqrt{\cos\frac{2\theta}{6}} = \int \frac{d\theta}{6}\sqrt{1 - 2\sin^2\frac{\theta}{6}}.$$

La détermination des lignes de courbure de cet élassoïde dépend encore des fonctions elliptiques.

§ 117.

Étude d'une famille d'élassoïdes algébriques ou dépendant de fonctions circulaires.

Plus généralement, considérons la courbe (C_n) dont l'équation tangentielle est

$$p_n = a\cos^n\frac{\theta}{n};$$

on trouve pour son rayon de courbure R_n

$$R_n = a.\frac{n-1}{n}\cos^{n-2}\frac{\theta}{n}.$$

Conséquemment la développante serait définie par l'équation

$$P_{D_n} = na\int \frac{d\theta}{n}\cos^n\frac{\theta}{n},$$

et l'intégrale caractéristique des lignes de courbure des élassoïdes dérivés de (C_n) serait

$$\int d\theta\cos^{\frac{n}{2}-1}\frac{\theta}{n}.$$

Si n est impair,

$$P_{D_n} = a\sin\frac{\theta}{n}\left[\cos^{n-1}\frac{\theta}{n} + \frac{n-1}{n-2}\cos^{n-3}\frac{\theta}{n} + \cdots \frac{2.4\ldots(n-3)(n-1)}{1.3\ldots(n-4)(n-2)}\right] + C;$$

par conséquent *la développante est toujours algébrique.*

Il en résulte, alors, que *tout élassoïde admettant pour géodésique une*

courbe (C_{2m+1}) *est algébrique.* [Nous indiquons par les notations (C_{2m}), (C_{2m+1}) des courbes satisfaisantes pour lesquelles le coefficient n prend des valeurs paires et impaires.]

Si n est pair,

$$P_{D_n} = a \sin\frac{\theta}{n}\left[\cos^{n-1}\frac{\theta}{n} + \frac{n-1}{n-2}\cos^{n-3}\frac{\theta}{n} + \cdots \frac{3.5\ldots(n-3)(n-1)}{2.4\ldots(n-4)(n-2)}\cos\frac{\theta}{n}\right]$$
$$+ \frac{1.3\ldots(n-3)(n-1)}{2.4\ldots(n-2)n}\frac{\theta}{n} + C.$$

Conséquemment *tout élassoïde admettant pour géodésique une courbe* (C_{2m}) *dépend des fonctions circulaires.*

Mais il est remarquable que, dans ce cas, les intégrales caractéristiques, et par conséquent les lignes de courbure des élassoïdes dérivés dépendent aussi seulement des fonctions circulaires. En effet, on a

$$n = 4m; \quad \text{ou} \quad n = 2m,$$

suivant que le nombre pair n est ou n'est pas divisible par 4.

Supposons tout d'abord que n *soit divisible par* 4 *;* il vient alors

$$\int d\theta\sqrt{R} = k\int d\omega . \cos^{2m-1}\omega,$$

dont l'expression intégrale est algébrique. Il en résulte que *les projections des lignes de courbure et des asymptotiques des élassoïdes dérivés d'une courbe* (C_{4n}), *sur le plan de cette courbe, sont algébriques. Les courbes elles-mêmes, comme les élassoïdes, dépendent des fonctions circulaires.*

Supposons maintenant que n *ne soit divisible que par* 2

$$\int d\theta\sqrt{R} = k\int d\omega \cos^{m-1}\omega,$$

et comme la puissance du cosinus est paire, *les projections des lignes de courbure des élassoïdes dérivés de la courbe* (C_{2n}) *dépendent des fonctions circulaires.*

Considérons encore le cas où n *est pair et négatif.* Soit, par exemple,

$$n = -4m, \quad \text{ou} \quad n = -2m$$

Dans le premier et le second cas

$$P_{D_{-2m}} = a\int d\theta \, \text{séc}^{2m}\frac{\theta}{2m}$$

$$= a\frac{\sin\frac{\theta}{2m}}{2m-1}\left[\text{séc}^{2n-1}\frac{\theta}{2m} + \frac{2m-2}{2m-3}\text{séc}^{2m-3}\frac{\theta}{2m} + \cdots + \frac{2.4\ldots(2m-4)(2m-2)}{1.3\ldots(2m-5)(2m-3)}\text{séc}\frac{\theta}{2m}\right] + C;$$

par conséquent *les élassoïdes dérivés sont tous algébriques.*

Dans le premier cas $[n = -4m]$

$$\int d\theta\sqrt{R} = k\int d\omega\, \text{séc}^{2m+1}\omega$$

$$= k\frac{\sin\omega}{2m}\left[\text{séc}^{2m}\omega + \frac{2m-1}{2m-2}\text{séc}^{2m-1}\omega + \cdots \frac{3.5\ldots(2m-1)}{2.4\ldots(2m-2)}\text{séc}^2\omega\right] + \frac{1.3\ldots(2m-1)}{2.4\ldots 2m}\log\text{tg}\left(\frac{\omega}{2}+\frac{\pi}{4}\right),$$

donc *les projections des lignes de courbure des élassoïdes dérivés, sur le plan de* (C_{-4m}), *dépendent des logarithmes.*

Dans le second cas $[n = -2m]$

$$\int d\theta\sqrt{R} = k\int d\omega\, \text{séc}^{2m'}\omega$$

$$= k\frac{\sin\omega}{2m'-1}\left[\text{séc}^{2m'-1}\omega + \frac{2m'-2}{2m'-3}\text{séc}^{2m'-3}\omega + \cdots + \frac{2.4\ldots(2m'-4)(2m'-2)}{1.3\ldots(2m'-5)(2m'-3)}\text{séc}\,\omega\right] + C;$$

par conséquent *les lignes de courbure des élassoïdes dérivés de* (C_{-2m}) *sont algébriques.*

§ 118.

Récapitulation de la nature des élassoïdes et de leurs lignes de courbure.

On peut résumer les résultats établis ci-dessus, dans un tableau récapitulatif. Remarquons tout d'abord que les courbes (C) sont des *podaires positives ou négatives d'un point fixe* (*), que par conséquent *une podaire positive et*

(*) Si n est entier seulement.

la podaire négative de même rang peuvent être considérées comme les transformées par rayons vecteurs réciproques l'une de l'autre.

Valeurs du coefficient n	Indices des podaires de points.	Désignation de la courbe (C).	Nature des élassoïdes dérivés.	Lignes de courbure ou asymptotiques. NATURE des projections.	des courbes mêmes.
......	......	......	....	....	....
-8	-9	»	Algébrique	Fonctions logarithmiques	Fonctions logarithmiques
-7	-8	»	»	»	»
-6	-7	»	*Algébrique*	*Algébriques*	*Algébriques*
-5	-6	»	»	»	»
-4	-5	»	Algébrique	Fonctions logarithmiques	Fonctions logarithmiques
-3	-4	»	»	»	»
-2	-3	Géodésique de l'ennépérien	*Algébrique*	*Algébriques*	*Algébriques*
-1	-2	Parabole	Logarithmique	Fonctions elliptiques	De deuxième espèce
0	-1	Droite	Plan	»	»
$+1$	0	Point	Point	Fonctions elliptiques	De première espèce
$+2$	$+1$	Cercle	Fonctions circulaires	Fonctions circulaires	Fonctions circulaires
$+3$	$+2$	Cardioïde	Algébrique	Fonctions elliptiques	De deuxième espèce
$+4$	$+3$	»	Fonctions circulaires	*Algébriques*	Fonctions circulaires
$+5$	$+4$	»	Algébrique	»	»
$+6$	$+5$	»	Fonctions circulaires	Fonctions circulaires	Fonctions circulaires
$+7$	$+6$	»	Algébrique	»	»
$+8$	$+7$	»	Fonctions circulaires	*Algébriques*	Fonctions circulaires
$+9$	$+8$	»	Algébrique	»	»
......	......	......	....	....	....

§ 119.

Autres élassoïdes algébriques à lignes de courbure intégrables.

Il serait bien facile de former les équations d'élassoïdes dont les lignes de courbure ou les asymptotiques peuvent s'intégrer; démontrons-en simplement la possibilité.

Tout élassoïde admettant pour géodésique la développée d'une courbe (C_n) podaire, positive ou négative d'un point fixe, sera algébrique. Mais puisque

$$R_n = a \frac{n-1}{n} \cos^{n-2} \frac{\theta}{n},$$

on obtient par dérivation pour le rayon de courbure de la développée

$$\frac{d}{d\theta}R_n = -\frac{a(n-1)(n-2)}{n^2}\cos^{n-3}\frac{\theta}{n}\cdot\sin\frac{\theta}{n}.$$

Conséquemment l'intégrale caractéristique des lignes de courbure du nouvel élassoïde sera de la forme

$$\int d\omega.\cos^{\frac{n-3}{2}}\omega.\sin^{\frac{1}{2}}\omega,$$

qui se ramène immédiatement aux intégrales binômes. En particulier si n est égal à

$$4\alpha + 2 \quad \text{ou} \quad 4\alpha + 1.$$

L'intégration s'effectue complétement, α étant un nombre entier arbitraire.

A propos de l'étude des élassoïdes applicables sur des surfaces de révolution, nous aurons l'occasion de montrer de nouveaux exemples d'élassoïdes dont les lignes de courbure sont algébriques.

§ 120.

Relations entre deux géodésiques planes réciproques, d'un même élassoïde.

Nous terminerons ce chapitre en établissant une propriété fort curieuse des élassoïdes admettant un plan de symétrie. Un élassoïde de cette nature est coupé par le plan suivant une géodésique; si celle-ci admet un axe de symétrie, le plan mené par cet axe perpendiculairement au premier est encore plan de symétrie; il coupe donc l'élassoïde suivant une nouvelle géodésique et ce sont les relations de ces deux géodésiques réciproques que nous allons mettre en évidence.

Soient pris pour plan des XY et des ZX les deux plans de symétrie, le plan des YZ étant pris perpendiculairement aux précédents, et l'origine étant arbitraire.

Considérons une développable isotrope dont les tangentes sur le plan des XY ont pour équation

$$X\cos\varphi + Y\sin\varphi - F = 0.$$

Soit d'un autre côté pour l'équation des traces des plans tangents de cette développable sur le plan des ZX

$$X\cos\alpha + Z\sin\alpha - p = 0.$$

L'équation du plan tangent isotrope étant

$$X\cos\varphi + Y\sin\varphi + iZ - F = 0,$$

sa section par le plan des ZX aura pour équation

$$X\cos\varphi + iZ - F = 0,$$

on l'identifiera à la trace déjà considérée en posant

$$p = \frac{F}{i\sin\varphi} = \frac{-iF}{\sin\varphi},$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{i}{\cos\varphi} \quad \text{d'où} \quad \cos\alpha = \pm i\cot\varphi,$$

on en déduit

$$\frac{d\varphi}{d\alpha} = i\sin\varphi.$$

Désignons par (M) et (N) les traces de la développable isotrope sur les plans des XY et des XZ, par M et N les points de contact des tangentes corresdantes; par (m) et (n) les développées respectives de (M) et (N); par m et n les points correspondants de ces courbes; enfin par R_M et R_N ou R_m et R_n les rayons de courbure des courbes (M) et (N) ou (m) et (n). Comme

$$\frac{dp}{d\alpha} = F' - F\cot\varphi,$$

$$\frac{d^2p}{d\alpha^2} = i(F''\sin\varphi - F'\cos\varphi) + \frac{F}{\sin\varphi},$$

on voit que

$$R_N = p + \frac{d^2p}{d\alpha^2} = i(F''\sin\varphi - F'\cos\varphi).$$

Pour le rayon de courbure de la développée on obtient de même

$$R'_n = \frac{d}{d\alpha} R_N = -(F''' + F')\sin^2\varphi.$$

Enfin, désignons par m et n les longueurs des normales menées en m et n aux courbes (m) et (n) et prolongées l'une jusqu'à la rencontre de l'axe OY, l'autre jusqu'à la rencontre de l'axe OZ. Nous trouvons

$$n = (F''\cos\varphi + F'\sin\varphi)\sin\varphi.$$

Parallèlement on a

$$R'_m = F''' + F',$$

$$m = \frac{F''\cos\varphi + F'\sin\varphi}{\sin\varphi}.$$

Le tableau suivant, dans lequel nous avons introduit les coordonnées des points m et n, résume l'analyse précédente.

DANS LE PLAN DES X, Y.	DANS LE PLAN DES X, Z.
$-x_m = F''\cos\varphi + F'\sin\varphi,$	$-x_n = F''\cos\varphi + F'\sin\varphi,$
$+y_m = F''\sin\varphi - F'\sin\varphi,$	$z_n = i(F'' + F),$
$m = \dfrac{F''\cos\varphi + F'\sin\varphi}{\sin\varphi},$	$n = (F''\cos\varphi + F'\sin\varphi)\sin\varphi,$
$R'_m = F''' + F'.$	$R'_n = -(F''' + F')\sin^2\varphi.$

Prenons pour (m) une courbe réelle et cherchons l'élassoïde qui l'admet pour géodésique. Cet élassoïde est *double*; les deux arêtes de rebroussement des focales isotropes génératrices coïncident avec une seule ligne de longueur nulle dont la projection sur le plan des XY sera (m), comme elle sera (n) sur le plan des XZ. Conséquemment le tableau précédent donne les relations existant entre deux géodésiques particulières de l'élassoïde. Si $S_{(m)}$ et $S_{(n)}$ désignent les longueurs des arcs de ces deux courbes (toutes deux réelles si OX

est axe de symétrie) on a

$$z_n = iS_{(m)}, \qquad y_m = iS_{(n)},$$
$$x_n = x_m,$$
$$\frac{R'_m}{m} = -\frac{R'_n}{n}.$$

Les deux premières relations sont de simples vérifications de ce fait que les courbes (m) et (n) sont les deux projections d'une courbe de longueur nulle.

§ 121.

Géodésiques planes pour lesquelles R = ± kn ; *elles sont toujours associées sur un même élassoïde.*

La troisième relation présente un intérêt tout particulier. Il est clair qu'aux points réels de la courbe (m) correspondent des points imaginaires de (n) et inversement ; la relation qui nous occupe n'aurait donc qu'un intérêt secondaire si elle ne caractérisait pour certaines courbes une double propriété invariante.

Considérons en effet une courbe (m) telle que le rapport du rayon de courbure à la normale (comptée jusqu'à l'axe OY) soit constant et égal à k. La relation précitée exprime que la courbe (n) jouit d'une propriété analogue, le rapport du rayon de courbure et de la normale étant cette fois égal à $-k$.

L'étude des élassoïdes qui donnent lieu à ces propriétés fera l'objet du chapitre qui suit.

CHAPITRE XIV.

ÉTUDE D'UNE FAMILLE D'ÉLASSOÏDES PARTICULIERS. — LIGNES ALGÉBRIQUES. LIGNES DE COURBURE.

---

§ 122.

Il y a deux élassoïdes satisfaisants déjà connus, l'alysséide et la surface de M. Catalan.

Il convient tout d'abord d'observer que l'on connaît déjà deux élassoïdes de la famille.

L'élassoïde de révolution a pour méridienne une chaînette qui est une ligne géodésique plane ; il admet une autre géodésique plane qui est le cercle de gorge. Pour cette courbe le rayon de courbure est égal à la normale, et, conformément au théorème général, le rayon de courbure de la chaînette est bien égal et de signe contraire à la normale comptée jusqu'à la base. L'élassoïde de révolution est transcendant, mais il admet une famille de lignes algébriques qui sont les sections par des plans perpendiculaires à l'axe de révolution.

En second lieu, M. Catalan a fait connaître un très-bel élassoïde engendré par des paraboles et une cycloïde, admettant deux géodésiques planes, l'une parabolique, l'autre cycloïdale, comportant aussi une famille de courbes algébriques, les paraboles du second degré. Or la parabole, comme la cycloïde, jouit de cette propriété que son rayon de courbure est double de la normale.

Dans le premier cas, le rapport est négatif (la normale est comptée jusqu'à la directrice), dans le second cas, le rapport est positif (la normale est comptée jusqu'à la base).

C'est en faisant *à priori* ce rapprochement et en cherchant pourquoi s'associent sur un même élassoïde des courbes algébriques et transcendantes disparates, comme la parabole et la cycloïde, que nous avons été amené à soupçonner le théorème général.

§ 123.

Les roulettes génératrices des courbes pour lesquelles $R = n\rho$ *ont pour équation* $p = a \cos^n \frac{\theta}{n}$.

Cherchons les courbes planes (O) pour lesquelles le rayon de courbure R_0 est égal au produit de la normale comptée jusqu'à la rencontre d'une droite DD', par un coefficient n arbitraire, mais constant. Bien que le problème soit résolu dans tous les traités, il convient pour notre objet d'en donner une solution fort simple et qui a l'avantage d'introduire à nouveau des courbes intéressantes, rencontrées précédemment.

Considérons la roulette (C) qui, roulant sur DD', ferait décrire à un point O de son plan la courbe satisfaisante (O) : μ désignant à chaque instant l'angle de OC avec DD', r désignant le rayon de courbure en C de (C), on obtient sans difficulté la relation (*)

$$R_0 = \frac{\rho^2}{\rho - r \sin \mu}.$$

Dans le cas actuel, de ce que

$$R_0 = n\rho,$$

on déduit

$$\frac{\rho}{\sin \mu} \cdot \frac{n-1}{n} = r.$$

(*) ρ désigne la distance OC.

Considérons maintenant la roulette (C) dans son plan, XX′ étant un axe fixe passant par le pôle O, ω désignant l'angle polaire COX′, θ l'angle de la normale à (C) avec l'axe fixe. On sait que, si $d(C)$ représente l'élément d'arc

$$\frac{d(C)}{d\omega} = \frac{\rho}{\sin\mu},$$

$$\frac{d(C)}{d\theta} = r.$$

Conséquemment l'équation du problème devient

$$d\theta\frac{n-1}{n} = d\omega.$$

Donc, en choisissant pour XX′ une direction convenable

$$\theta\frac{n-1}{n} = \omega;$$

mais d'un autre côté, on a généralement

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \mu + \omega,$$

ce qui, dans l'espèce, donne

$$\frac{\pi}{2} - \mu = \frac{\theta}{n}.$$

Il est maintenant facile d'intégrer l'équation des courbes (C). Si p désigne la distance OP de l'origine à la tangente, comme l'angle de la tangente à la podaire (P) avec OP est égal à μ, on sait que

$$\operatorname{cotg}\mu = -\frac{dp}{p\,d\theta}.$$

Il en résulte pour l'équation différentielle des courbes (C)

$$\frac{dp}{p} + n\frac{d\theta}{n}\operatorname{tg}\frac{\theta}{n} = 0.$$

En définitive

$$p = a \cos^n \frac{\theta}{n} \cdot$$

Ainsi les roulettes (C) sont précisément les courbes étudiées au chapitre précédent.

Si nous revenons aux courbes (O), nous voyons que

l'ordonnée $y = p,$

l'abscisse $x = \int p d\theta;$

car cette dernière intégrale est, comme il a été dit déjà, l'expression de la distance de l'origine (O) à la tangente d'une développante (D) de (C), et, la courbe (D) entraînée dans le roulement de (C) sur DD′ passe constamment par un point fixe qu'on peut prendre pour origine des abscisses.

Conséquemment la courbe (O) sera algébrique *en même temps que l'élassoïde admettant la roulette correspondante* (C) *pour géodésique.*

§ 124.

Les deux roulettes génératrices des courbes pour lesquelles $R = \pm n\rho$ *sont transformées l'une de l'autre par rayons vecteurs réciproques.*

D'après le théorème général qui a motivé cette étude, l'élassoïde, admettant (O) pour géodésique, en admet une autre (O′) telle qu'en chacun de ses points

$$R_{0'} = - n\rho.$$

Dès lors, la roulette (C′) correspondante a pour équation tangentielle

$$p' = a \cos^{-n} \frac{\theta}{n},$$

et l'on a

$$pp' = a^2.$$

Les podaires des roulettes (C), (C′) *correspondantes, sont transformées, par rayons vecteurs réciproques, l'une de l'autre.*

Le rayon de courbure R_0 a pour valeur

$$R_0 = n\rho = n\frac{p}{\sin\mu} = na\cos^{n-1}\frac{\theta}{n};$$

par conséquent l'intégrale caractéristique de l'élassoïde qui admet pour géodésique (O) (l'angle de contingence de (O) étant précisément $d\mu$) a pour valeur

$$\int d\theta \cos^{\frac{n-1}{2}}\frac{\theta}{n},$$

et l'équation des lignes de courbure ou des asymptotiques de l'élassoïde sera algébrique toutes les fois que l'intégrale précédente le sera. Les projections de ces lignes, ou seulement leurs images sphériques, seront alors algébriques.

Occupons-nous en premier lieu des courbes (O) seules. D'après ce qui vient d'être dit, on voit qu'il convient de distinguer quatre classes de courbes (O).

§ 125.

Courbes du genre cycloïde.

Première classe caractérisée par des valeurs paires et positives de n. Les points de la courbe correspondant à une valeur du paramètre sont définis par les équations simultanées

$$y = a\cos^n\omega,$$

$$\frac{x}{a} = \sin\omega\left[\cos^{n-1}\omega + \frac{n-1}{n-2}\cos^{n-3}\omega + \cdots \frac{3.5\ldots(n-3)(n-1)}{2.4\ldots(n-4)(n-2)}\cos\omega\right] + \frac{1.3\ldots(n-3)(n-1)}{2.4\ldots(n-2)n}\omega;$$

ces courbes sont périodiques, elles présentent une suite d'ondes cycloïdales ; *la cycloïde en est le type.*

§ 126.

Paraboles du degré n.

Deuxième classe caractérisée par des valeurs paires et négatives de n. Les points d'une courbe correspondant à une valeur du paramètre (considéré ci-après en valeur absolue) sont donnés par les équations simultanées

$$y = a\cos^{-n}\omega,$$

$$\frac{x}{a} = \frac{n}{n-1}\operatorname{tg}\omega\left[\frac{1}{\cos^{n-2}\omega} + \frac{n-2}{n-3}\,\frac{1}{\cos^{n-4}\omega} + \cdots \frac{2.4\ldots(n-4)(n-2)}{1.3\ldots(n-5)(n-3)}\right].$$

Si l'on donne a y une certaine valeur il n'y a que n valeurs de x correspondantes, car les valeurs de $\cos\omega$ affectées des signes $\pm$ donnent le même résultat dans la parenthèse et comme $\operatorname{tg}\omega$ comporte le double signe, on voit que *les courbes considérées sont algébriques et du* n^ième^ *degré*. Il faut vérifier qu'il n'y a pas de points à l'infini sur les directions parallèles à l'axe des x pour que le raisonnement qui précède soit légitime; or pour que x devienne infini il faut que

$$\lim\frac{y}{x} = \frac{2(n-1)}{n}\lim\frac{1}{\sin 2\omega} = \infty\,;$$

d'ailleurs comme y est infini en même temps que x, on voit que *les courbes sont des paraboles de degré* n dont la direction asymptotique est perpendiculaire à la directrice ou base. Le type est la parabole du second degré. On aura des courbes de la même famille du quatrième, du sixième, du huitième degré, en un mot de tous les degrés pairs.

L'équation de la parabole du quatrième ordre est

$$\left[\frac{9}{16}\cdot\frac{x^2}{a^2} - \frac{y}{a} + 4\right]^2 = \frac{y}{a}\left[2 + \frac{y}{a}\right]^2.$$

§ 127.

Cercles de degré 2n.

Troisième classe caractérisée par des valeurs impaires et positives de n. Les points d'une courbe de la famille sont déterminés par les équations

$$y = a\cos^n\omega,$$

$$\frac{x}{a} = \sin\omega\left[\cos^{n-1}\omega + \frac{n-1}{n-2}\cos^{n-3}\omega + \cdots + \frac{2.4\ldots(n-3)(n-1)}{1\,3\ldots(n-4)(n-2)}\right].$$

Remarquons tout d'abord que ces courbes algébriques sont fermées, car elles n'ont d'autres points à l'infini que les ombilics puisque

$$\lim\frac{y}{x} = \pm i,$$

lorsque $\sin\omega$ ou $\cos\omega$ tendent vers l'infini, ce qui est nécessaire pour que les coordonnées croissent indéfiniment.

L'axe des y *est un axe de symétrie; aussi la courbe est-elle du degré* 2n; les degrés de ces courbes seront donc 2 (cercle), 6, 10, 14..., etc. Le cercle en est le type.

Le cercle du sixième degré a pour équation

$$(x^2 + y^2 - 4a^2)^3 + 27a^2y^4 = 0.$$

§ 128.

Courbes transcendantes du genre chaînette.

Quatrième classe caractérisée par des valeurs impaires et négatives du paramètre n. On a (en prenant la valeur absolue de n)

$$\frac{x}{a} = \frac{n}{n-1}\sin\omega\left[\frac{1}{\cos^{n-1}\omega} + \frac{n-2}{(n-3)}\frac{1}{\cos^{n-2}\omega} + \cdots\frac{3\,5\ldots(n-2)}{2.4\ldots(n-3)}\frac{1}{\cos^2\omega}\right]$$
$$+ \frac{1.3\ldots(n-2)}{2.4\ldots(n-2)}\log\operatorname{tg}\left(\frac{\omega}{2} + \frac{\pi}{4}\right);$$

ces courbes, dont la chaînette est le type, sont toutes transcendantes.

On voit par cette énumération qu'aucun des élassoïdes admettant des courbes (O) pour géodésiques ne peut être algébrique, car tant que n est entier, à toute courbe (O) algébrique correspond une courbe (O′) transcendante et inversement. Lorsque n est fractionnaire, aucune des géodésiques (O) et (O′) n'est algébrique.

§ 129.

Longueurs des courbes satisfaisantes.

Désignons par F′ la distance de l'origine aux tangentes d'une courbe (O), ω, l'angle auxiliaire employé précédemment, est l'angle que fait la normale avec la base prise pour axe polaire, on a, en conservant les notations relatives aux courbes génératrices (C),

$$\frac{F'}{a} = + n \sin\omega \int p d\omega + \cos\omega . p;$$

par conséquent

$$\frac{F''}{a} = + n \cos\omega \int \cos^n\omega . d\omega - \sin\omega . \cos^n\omega$$

Soit en intégrant par parties

$$\frac{F}{a} = - n \cos\omega \int \cos^n\omega d\omega + (n+1) \int \cos^{n+1}\omega . d\omega.$$

Mais d'après la formule de réduction bien connue

$$(n+1) \int \cos^{n+1}\omega . d\omega = \sin\omega \cos^n\omega + n \int \cos^{n-1}\omega . d\omega,$$

il vient aussi

$$\frac{F}{a} = n \int \cos^{n-1}\omega . d\omega + \sin\omega \cos^n\omega - n \cos\omega \int \cos^n\omega . d\omega.$$

On en déduit pour l'arc de la courbe (O)

$$S_{(0)} = F + F'' = na \int \cos^{n-1} \omega . d\omega,$$

ce qui peut être considéré comme une vérification.

§ 130.

Lignes algébriques des élassoïdes (E_n) *et de leurs conjugués* (E'_n). *Leurs images sphériques forment un réseau orthogonal de grands et de petits cercles.*

Cherchons maintenant à déterminer sur les élassoïdes, admettant une courbe (O) pour géodésique, les lignes algébriques. Les calculs s'appliqueront immédiatement aux élassoïdes conjugués en utilisant les formules des §§ 101 et 109.

Nous désignerons par $[E_n]$ et $[E'_n]$ les élassoïdes dérivés l'un d'une courbe (O), dont le paramètre est n, l'autre conjugué du précédent.

D'après le théorème sur l'association des géodésiques (O), caractérisées par les paramètres $\pm n$, il suffira de considérer deux cas :

1° n *positif et pair* [(O) est du genre cycloïdal]. Remplaçant ω par φ et ψ, comme dans la théorie générale, on trouve d'après (66), (67), pour les coordonnées de l'élassoïde $[E_n]$

$$\left\{\begin{aligned} \frac{2x}{a} &= \Sigma_\psi^\varphi \sin\omega \left[\cos^{n-1}\omega + \frac{n-1}{n-2}\cos^{n-3}\omega + \cdots \frac{3.5\ldots(n-3)(n-1)}{2.4\ldots(n-4)(n-2)}\cos\omega\right] + \frac{1.3\ldots(n-3)(n-1)}{2.4\ldots(n-2)n}\omega, \\ \frac{2y}{a} &= \Sigma_\psi^\varphi \cos^n\omega, \\ \frac{2n-1}{n}\cdot\frac{z}{a}\cdot i &= \Delta_\psi^\varphi \sin\omega \left[\cos^{2-n}\omega + \frac{n-2}{n-3}\cos^{n-4}\omega + \cdots \frac{2.4\ldots(n-4)(n-2)}{1.3\ldots(n-5)(n-3)}\right], \end{aligned}\right.$$

groupe où les symboles Σ_ψ^φ et Δ_ψ^φ représentent les sommes et les différences

des deux expressions obtenues en remplaçant successivement ω par φ et ψ, dans les expressions régies par ces symboles.

En ce qui conserne l'élassoïde conjugué du précédent, on trouve pour les coordonnées de l'élassoïde $[E'_n]$

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{2x'i}{a} = \Delta_\psi^\varphi \sin\omega\left[\cos^{n-1}\omega + \frac{n-1}{1.2}\cos^{n-3}\omega + \cdots \frac{3.5..(n-3)(n-1)}{2.4..(n-4)(n-2)}\cos\omega\right] + \frac{1.3..(n-3)(n-1)}{2.4\ldots(n-2)n}\omega, \\ &\frac{2y'i}{a} = \Delta_\psi^\varphi \cos^n\omega, \\ &\frac{2(n-1)}{n}\cdot\frac{z}{a} = \Sigma_\psi^\varphi \sin\omega\left[\cos^{n-2}\omega + \frac{n-2}{n-3}\cos^{n-4}\omega + \cdots \frac{2.4\ldots(n-4)(n-2)}{1.3\ldots(n-5)(n-3)}\right]. \end{aligned}\right.$$

2° n *positif et impair* [(O) est du genre circulaire], on a de même, pour les coordonnées de l'élassoïde $[E_n]$

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{2x}{a} = \Sigma_\psi^\varphi \sin\omega\left[\cos^{n-1}\omega + \frac{n-1}{n-2}\cos^{n-3}\omega + \cdots \frac{2.4\ldots(n-3)(n-1)}{1.3\ldots(n-4)(n-2)}\right], \\ &\frac{2y}{a} = \Sigma_\psi^\varphi \cos^n\omega, \\ &\frac{2(n-1)}{n}\frac{z}{a}i = \Delta_\psi^\varphi \sin\omega\left[\cos^{n-2}\omega + \frac{n-2}{n-3}\cos^{n-4}\omega + \cdots \frac{3.5\ldots(n-4)(n-2)}{2.4\ldots(n-5)(n-3)}\cos\omega\right] + \frac{1.3\ldots(n-4)(n-2)}{2.4\ldots(n-3)(n-1)}\omega. \end{aligned}\right.$$

Pareillement, pour les coordonnées de l'élassoïde $[E'_n]$

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{2x'}{a}i = \Delta_\psi^\varphi \sin\omega\left[\cos^{n-1}\omega + \frac{n-1}{n-2}\cos^{n-3}\omega + \cdots \frac{2.4\ldots(n-3)(n-1)}{1.3\ldots(n-4)(n-2)}\right], \\ &\frac{2y'}{a}i = \Delta_\psi^\varphi \cos^n\omega, \\ &\frac{2(n-1)}{n}\cdot\frac{z}{a} = \Sigma_\psi^\varphi \sin\omega\left[\cos^{n-2}\omega + \frac{n-2}{n-3}\cos^{n-4}\omega + \cdots \frac{3.5\ldots(n-4)(n-2)}{2.4\ldots(n-5)(n-3)}\cos\omega\right] + \frac{1.3\ldots(n-4)(n-2)}{2.4\ldots(n-3)(n-1)}\omega. \end{aligned}\right.$$

Il est bien entendu que dans ces formules φ et ψ représentent des angles imaginaires conjugués

$$\varphi = \alpha + i\beta, \quad \psi = \alpha - i\beta.$$

Les formules qui précèdent montrent immédiatement par quelles associations de valeurs de φ et ψ on obtiendra des lignes algébriques des élassoïdes.

1° n *étant positif et pair* [(O) étant du genre cycloïdal] les lignes algébriques sont déterminées sur $[E_n]$ par

$$\varphi + \psi = 2\alpha = \text{constante},$$

sur $[E'_n]$ par

$$\varphi - \psi = 2i\beta = \text{constante};$$

inversement

2° n *étant positif et impair* [(O) étant du genre circulaire] les lignes algébriques sont déterminées sur $[E_n]$ par

$$\varphi - \psi = 2i\beta = \text{constante},$$

sur $[E'_n]$ par

$$\varphi + \psi = 2\alpha = \text{constante}.$$

Les images sphériques de ces courbes algébriques sont, dans tous les cas, déterminées par les équations

$$\frac{-X}{\sin\alpha} = \frac{Y}{\cos\alpha} = \frac{Zi}{\sin i\beta} = \frac{R}{\cos i\beta}.$$

Conséquemment, *elles sont tantôt de grands cercles admettant l'axe des Z pour diamètre, tantôt les petits cercles dont les plans sont perpendiculaires à l'axe des Z.*

Ainsi, *lorsque* n *est positif et pair :* sur $[E_n]$ *les lignes algébriques sont les courbes de contact de cylindres dont les génératrices sont parallèles au plan de la courbe cycloïdale* (O).

Il en est de même sur $[E'_n]$ *lorsque* n *est positif et impair.*

Par exemple, si $n = 2$, $[E_2]$ est l'élassoïde de M. Catalan, où s'associent la cycloïde et la parabole; les lignes algébriques sont des paraboles dont les plans

sont perpendiculaires à celui de la cycloïde et les développables circonscrites à l'élassoide le long de ces courbes sont des cylindres.

Si $n = 1$, $[E'_1]$ est la surface de vis à filet quarré.

Lorsque n *est positif et impair, les développables algébriques circonscrites à l'élassoide* $[E_n]$ *ont leurs cônes directeurs circulaires. Il en est de même en ce qui concerne* $[E'_n]$, *lorsque* n *est positif et pair.*

Par exemple, si $n = 1$, l'élassoide $[E_1]$ est de révolution et les développables algébriques sont les cônes ayant leurs sommets sur l'axe de révolution.

§ 131.

$[E'_2]$ (*) *a pour lignes algébriques des biquadratiques.*

Si $n = 2$ l'élassoïde $[E'_2]$ a ses lignes algébriques définies par les équations

$$\left.\begin{aligned} &\frac{2xi}{a} - \beta i = \cos 2\alpha . \sin 2i\beta, \\ &\frac{2yi}{a} = - \sin 2\alpha . \sin 2i\beta, \\ &\frac{z}{a} = 2 \sin \alpha . \cos i\beta, \end{aligned}\right\} \text{ où } \beta \text{ est constante.}$$

Soit, en éliminant α

$$\frac{2xi}{a} - \beta i = \sin 2i\beta \left[1 - \frac{z^2}{2a^2 \cos^2 i\beta} \right]$$

avec

$$\left[\frac{2x}{a} - \beta \right]^2 + \frac{4y^2}{a^2} + \sin^2 2i\beta = 0,$$

(*) Il s'agit de l'élassoïde conjugué de celui qui comporte un assemblage de paraboles et de cycloïdes.

on a donc des biquadratiques qui se projettent suivant des cercles ou des paraboles sur les plans des XY ou des XZ.

Nous verrons dans une autre occasion comment on peut établir avec généralité de nouvelles propriétés de ces courbes algébriques, mais il faut se limiter.

§ 132.

Sur les lignes de courbure des élassoïdes $[E_n]$.

Examinons rapidement dans quels cas les lignes de courbure ou les asymptotiques donnent lieu à des propriétés se rapportant à l'algébricité.

Nous avons montré que l'équation caractéristique de ces lignes sur $[E_n]$ est

$$\int d\varphi \cos^{\frac{n+1}{2}} \varphi \pm \int d\psi \cos^{\frac{n-1}{2}} \psi = 0,$$

obtenue en partant de la géodésique (O_{+n}); on aurait, au contraire,

$$\int d\varphi' \cos^{\frac{-n-1}{2}} \varphi' \pm \int d\psi' \cos^{\frac{-n-1}{2}} \psi' = 0,$$

si l'on partait de la géodésique (O_{-n}).

On peut facilement vérifier l'identité des deux formules en partant des relations du § 119 qui lient les éléments des deux courbes transformées.

Tenant compte de la nouvelle direction des axes, on aura, par exemple,

$$\cos\varphi = \frac{1}{\cos\varphi'},$$

$$\frac{d\varphi}{d\varphi'} = i \cos\varphi.$$

Conséquemment, en substituant, on trouve

$$d\varphi . \cos^{\frac{n-1}{2}} \varphi = i d\varphi' \cos^{\frac{-n-1}{2}} \varphi',$$

et l'identité est vérifiée.

Pour $n = 1$ l'élassoïde $[E_1]$ est l'alysséide, qui est de révolution ; on a en effet pour l'intégrale des lignes de courbure prises par rapport au cercle de gorge,

$$\varphi \pm \psi = 0,$$

équation qui caractérise le réseau sphérique des grands cercles ayant un diamètre commun et coupés par de petits cercles à plans parallèles.

Pour $n = 2$, l'élassoïde $[E_2]$ est celui de M. Catalan ; les lignes de courbure dépendent des fonctions elliptiques de seconde espèce.

§ 133.

Le réseau sphérique, image des lignes de courbure de $[E_n]$, est formé de biquadratiques ; une projection des lignes de courbure est algébrique.

Pour $n = 3$ l'intégrale des lignes de courbure est

$$\sin \varphi \pm \sin \psi = \text{constante},$$

soit en passant aux angles réels

$$\sin \alpha \cos i\beta = m,$$

$$\cos \alpha \sin i\beta = ni,$$

où m et n sont les paramètres des lignes de courbure. Les images sphériques sont les deux familles de biquadratiques

$$X^2 + Y^2 + Z^2 - R^2 = 0 \left\{ \begin{array}{l} m(X^2 + Y^2) + RX = 0, \\ n(X^2 + Y^2) - ZY = 0. \end{array} \right.$$

on sait d'avance que le réseau formé par ces deux familles de courbes est orthogonal et isométrique, et que toutes les trajectoires des courbes d'une même famille sont algébriques.

Les lignes de courbure de $[E_3]$ se projettent sur le plan du cercle $[O_3]$, du degré 6 (voir § 126), suivant des courbes algébriques. Il est remarquable que les asymptotiques de l'élassoïde $[E'_3]$ transformées des lignes de courbure de $[E_3]$ ont aussi leurs projectons algébriques sur le plan de (O_3). Pour $n=1$ on a un résultat semblable avec cette particularité, qui ne se retrouve plus ici, que les deux projections coïncident avec des droites et des cercles orthogonaux.

Il est facile de voir que si l'on a

$$n = 4\alpha + 3,$$

α étant un nombre entier quelconque, les images sphériques et les projections des lignes de courbure des élassoïdes (E_n) et $[E'_n]$ seront algébriques. Il faudra, bien entendu, ne considérer que les projections des lignes de courbure effectuées sur les plans des cercles (O) de degré $2n$.

§ 134.

Au sujet des courbes (O) *quand* n *est fractionnaire.*

Dans tout ce qui précède, il n'a été question que des séries dérivées de $n = 1$, séries qui comprennent tous les élassoïdes caractérisés par des valeurs entières de n. On pourrait également considérer le cas beaucoup plus étendu où n est fractionnaire. Les élassoïdes $[E_n]$ correspondants possèdent toujours deux géodésiques $(O_{\pm n})$. Ces courbes elles-mêmes font partie de deux séries de courbes, podaires les unes des autres, correspondant à toutes les valeurs du paramètre augmentées ou diminuées de nombres entiers. Ces deux séries seront toujours distinctes hormis dans le cas où $n = \pm\frac{1}{2}$. Dans ce

cas la courbe $(O_{-\frac{1}{2}})$ est une hyperbole équilatère, $(O_{\frac{1}{2}})$ est la lemniscate de Bernouilli, podaire de l'hyperbole par rapport au centre. Tous les élassoïdes qu'on déduirait de ces courbes sont transcendants, aussi bien ceux qui admettent les courbes (O) pour géodésiques que les élassoïdes $[E_n]$.

Nous aurions pu préciser davantage certaines propriétés des courbes algébriques, mais il sera plus commode d'en déduire des propriétés générales nouvelles ayant trait à la dérivation des congruences isotropes d'un plan donné, propriétés qui feront l'objet du chapitre suivant.

CHAPITRE XV.

NOUVELLES PROPRIÉTÉS DES CONGRUENCES ISOTROPES DÉRIVÉES D'UN PLAN DONNÉ.

Conservant les notations et les définitions du chapitre XII :

$$-x\sin\varphi + y\cos\varphi - F' = 0,$$

$$-x\sin\psi + y\cos\psi - f' = 0$$

seront les équations des normales Aa et Bb aux courbes (A) et (B) traces de deux développables isotropes, focales d'une congruence isotrope. Soit N le point commun aux normales en A et B à (A) et (B); et ω le milieu du segment ab.

§ 135.

Au sujet des courbes orthogonales (λ) *et* (μ).

Posant

$$\frac{\psi - \varphi}{2} = \alpha, \quad \frac{\psi + \varphi}{2} = \beta,$$

on trouve que

$$NA = P = \frac{F'\cos 2\alpha - f'}{\sin 2\alpha} - F,$$

$$NB = p = \frac{F' - f'\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} - f.$$

On en déduit

$$\lambda = P + p = (F' - f')\cot\alpha - (F + f),$$

$$\mu = P - p = -(F' + f')\operatorname{tg}\alpha - (F - f),$$

λ et μ désignant les paramètres des courbes orthogonales, lieux du point N, les unes analogues à des ellipses homofocales [ce sont les courbes (μ)], les autres analogues à des hyperboles homofocales [ce sont les courbes (λ)] (*).

Rappelons que, l'équation du plan tangent à l'élassoïde moyen est

$$-2X\sin\beta + 2Y\cos\beta + \sin\alpha\left[-2Zi - (F' + f')\cot\alpha + F - f\right] = 0$$

et que celle du plan tangent à l'élassoïde conjugué peut s'écrire

$$-2X'\sin\beta + 2Y'\cos\beta + i\sin\alpha\left[-2Z' + (F + f) - (F' - f')\cot\alpha\right] = 0.$$

On voit donc que Z'_0 désignant l'ordonnée à l'origine du plan tangent à l'élassoïde conjugué

$$2Z'_0 + \lambda = 0.$$

Il en résulte que *si l'on fait décrire au point* N *une courbe* (λ), *la courbe suivie sur l'élassoïde conjugué est la courbe de contact de l'élassoïde et d'un cône.*

Tous les cônes correspondant aux diverses valeurs du paramètre λ *ont leurs sommets sur une perpendiculaire au plan auxiliaire d'où l'on fait dériver les élassoïdes.*

(*) Soit en effet (AB) une développante d'ellipse (E) ; si M décrit une ellipse homofocale à (E), on sait que

$$Ma + Mb = \text{arc}\, ab + \text{constante}.$$

Conséquemment :

$$Ma + Mb = bB - aA + \text{constante},$$

et, en définitive

$$MA - MB = \text{constante}.$$

§ 136.

Aux courbes (λ) correspondent, comme développables circonscrites à l'élassoïde moyen, des polaires de courbes gauches.

D'après la théorie des contours conjugués, *si l'on suit une courbe* (λ), *les plans tangents à l'élassoïde moyen sont les plans normaux d'une certaine courbe gauche qui est la ligne d'intersection des deux développables isotropes supposées relevées et abaissées de quantités égales et imaginaires, au-dessus ou au-dessous du plan auxiliaire. La courbe de contact des plans tangents et de l'élassoïde moyen est le lieu des centres de courbure de la courbe gauche indiquée.*

Ceci fait entrevoir la possibilité d'obtenir sur le plan, non-seulement une représentation conforme des élassoïdes moyen et conjugué, mais encore une image des surfaces et des courbes gauches qui jouent un rôle dans leur étude.

§ 137.

Les courbes gauches en question ont pour lieux des centres de courbure les lignes de plus grande pente d'une certaine surface.

Cherchons tout d'abord la courbe gauche dont le lieu des centres de courbure se projette suivant le lieu de ω, lorsque N décrit la courbe λ. On sait que si P désigne le point de cette courbe, S étant le sommet du cône circonscrit à l'élassoïde conjugué, les segments PO et SO′ sont égaux, situés dans les plans tangents aux deux élassoïdes, et rectangulaires.

Transportons l'origine des coordonnées au point N et prenons pour axe des x la bissectrice de l'angle ANB, de façon à annuler β. Les coordonnées

du point de l'élassoïde moyen deviennent

$$X_0 + \frac{F'' + f''}{2}\cos\alpha = 0,$$

$$Y_0 - \frac{F'' - f''}{2}\sin\alpha = 0,$$

$$Z_0 = -i\frac{(F + F'') - (f + f'')}{2}.$$

L'équation du plan moyen est

$$Y + \sin\alpha\left(-Zi + \frac{F - f}{2}\right) = 0.$$

Les coordonnées du point de l'élassoïde conjugué sont

$$\frac{X_{0'}}{i} + \frac{F'' - f''}{2}\cos\alpha = 0,$$

$$\frac{Y_{0'}}{i} - \frac{F'' + f''}{2}\sin\alpha = 0,$$

$$Z_{0'} = \frac{F + F'' + f + f''}{2}.$$

L'équation du plan tangent à l'élassoïde conjugué est

$$Y + i\sin\alpha\left[-Z + \frac{F + f}{2}\right] = 0.$$

Le sommet du cône S étant le point où ce plan moyen est percé par l'axe des Z, le Z de S est

$$Z_S = \frac{F + f}{2}.$$

Conséquemment

$$\frac{X_{0'}}{-i\cos\alpha\dfrac{(F'' - f'')}{2}} = \frac{Y_{0'}}{i\sin\alpha\dfrac{(F'' + f'')}{2}} = \frac{Z_{0'} - Z_S}{\dfrac{F'' + f''}{2}} = 1 = \frac{\pm SO'}{\cos\alpha\sqrt{F''f''}}.$$

La droite OP perpendiculaire à SO′ et située dans le plan moyen est parallèle à l'intersection du plan moyen et de

$$- Xi\cos\alpha(F'' - f'') + Yi\sin\alpha(F'' + f'') + Z(F'' + f'') = 0;$$

elle est donc parallèle à la droite définie par les équations

$$\frac{X}{-i\cos\alpha\dfrac{(F''+f'')}{2}} = \frac{Y}{i\sin\alpha\dfrac{(F''-f'')}{2}} = \frac{Z}{\dfrac{(F''+f'')}{2}} = \frac{\pm\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}}{i\cos\alpha\sqrt{F''.f''}}.$$

Dès lors les coordonnées du point P sont

$$X_P = X_0 \mp \cos\alpha\frac{(F''+f'')}{2},$$

$$Y_P = Y_0 \pm \sin\alpha\frac{(F''-f'')}{2},$$

$$Z_P = Z_0 \mp i\frac{(F''+f'')}{2}.$$

Il n'y a manifestement qu'une combinaison de signes qui soit satisfaisante, c'est celle qui réduit la valeur de Z_P. On en conclut

$$X_P = Y_P = 0,$$

$$Z_P = -i\frac{(F-f)}{2} = i\frac{\mu}{2}.$$

D'ailleurs, cet important résultat se vérifiera en étudiant les variations des paramètres λ et μ.

Revenons maintenant aux axes primitifs, différentiant les valeurs de λ et μ, il vient

$$-d\lambda = d\beta\left[F' + f' - (F'' - f'')\cot\alpha\right] + d\alpha\cot\alpha\left[F'' + f'' + (F' - f')\cot\alpha\right],$$

$$-d\mu = d\beta\left[F' - f' + (F'' + f'')\operatorname{tg}\alpha\right] + d\alpha.\operatorname{tg}\alpha\left[-(F'' - f'') + (F' + f')\operatorname{tg}\alpha\right].$$

Cherchons les équations des projections, sur le plan auxiliaire, des caractéristiques du plan moyen et de son conjugué, nous trouvons

$$\begin{aligned}&\Delta\alpha.\cot\alpha\big[(F''-f'')\sin\alpha+(F'+f')\cos\alpha+2X\sin\beta-2Y\cos\beta\big]\\&+\Delta\beta.\big[(F'-f')\sin\alpha-(F''+f'')\cos\alpha-2X\cos\beta-2Y\sin\beta\big]=0,\end{aligned}$$

pour la caractéristique du plan moyen projetée, et

$$\begin{aligned}&\Delta\alpha.\cot\alpha.i[(F''+f'')\sin\alpha+(F'-f')\cos\alpha+2X'\sin\beta-2Y'\cos\beta]\\&+\Delta\beta[i(F'+f')\sin\alpha-i(F''-f'')\cos\alpha-2X'\cos\beta-2Y'\sin\beta]=0,\end{aligned}$$

pour la caractéristique projetée du plan conjugué.

Commençons par vérifier la propriété de la surface, lieu du point P, qui se projette en N, et dont le Z_P est égal à $\frac{i\mu}{2}$. A cet effet, nous chercherons les Δx, Δy, Δz du point P, d'une façon générale, puis en supposant que les axes sont particularisés; c'est-à-dire en annulant F', f' et $\sin\beta$. On a manifestement

$$-\Delta x\sin\varphi+\Delta y\cos\varphi-(x\cos\varphi+y\sin\varphi+F'')d\varphi=0,$$

$$-\Delta x\sin\psi+\Delta y\cos\psi-(x\cos\psi+y\sin\psi+f'')d\psi=0,$$

d'où l'on déduit, en particularisant comme il a été dit :

$$2\Delta x=\frac{d\beta(F''-f'')-d\alpha(F''+f'')}{\sin\alpha},$$

$$2\Delta y=\frac{d\beta(F''+f'')-d\alpha(F''-f'')}{\cos\alpha},$$

et puisque, par hypothèse

$$2Z_Pi=-\mu,$$

$$2\Delta Zi=-d\mu=\operatorname{tg}\alpha[d\beta(F''+f'')-d\alpha(F''-f'')];$$

mais on a dans l'espèce

$$-d\lambda=-[d\beta(F''-f'')-d\alpha(F''+f'')]\cot\alpha.$$

Il en résulte que si λ reste constant, Δx s'annule et que

$$\frac{\Delta z . i}{\Delta y} = \sin \alpha$$

Ainsi se trouve démontrée, sans ambiguïté de signe, la propriété trouvée plus haut et qu'on peut énoncer ainsi :

Les courbes (P) *dont les plans normaux touchent l'élassoïde moyen, caractérisées par les diverses valeurs du paramètre* λ, *sont, par rapport au plan auxiliaire, les lignes de plus grande pente d'une surface dont les lignes de niveau se projettent sur le plan auxiliaire suivant les courbes* (μ).

§ 138.

Nouvelle dérivation des élassoïdes du plan.

Cette proposition conduit à une définition géométrique nouvelle de l'élassoïde considéré comme l'enveloppée des plans normaux aux lignes de plus grande pente d'une certaine surface. La définition de celle-ci est fort simple, puisque les courbes (λ) et (μ) constituent dans le plan auxiliaire un réseau orthogonal tel que l'élément linéaire soit exprimé par la relation

$$4dS^2 = \frac{d\lambda^2}{\cos^2 \alpha} + \frac{d\mu^2}{\sin^2 \alpha}.$$

Toutes les fois qu'on aura obtenu, dans le plan, un réseau orthogonal satisfaisant, il suffira d'élever en chacun des points du plan une perpendiculaire et d'y porter un segment égal à $\frac{i\mu}{2}$ ou $\frac{i\lambda}{2}$, les lieux des extrémités donneront des surfaces (P), dont l'une sera réelle et l'autre imaginaire toutes les fois que l'angle α sera imaginaire [les courbes (λ) et (μ) étant réelles] (*).

Il est manifeste que les surfaces (P) ainsi trouvées sont d'un genre particulier caractérisé par la nature du réseau (λ) (μ) plan. Elles sont ainsi suffisamment définies.

(*) Elles seront toujours imaginaires si l'angle α est réel.

§ 139.

Sur les développables circonscrites aux élassoïdes correspondant aux courbes (λ) *et* (μ).

Considérons maintenant les équations des projections des caractéristiques, en les rapportant aux axes particularisés.

En ce qui concerne l'élassoïde moyen, l'équation est

$$2X d\beta . \operatorname{tg}\alpha + 2Y d\alpha = \cos\alpha . d\mu.$$

En ce qui concerne l'élassoïde conjugué, on trouve

$$2X' d\beta + 2 . Y' i \cot\alpha = -i \sin\alpha . d\lambda.$$

Si donc l'on suit une courbe (μ), *la projection de la caractéristique passe par le point* N, *en ce qui concerne l'élassoïde moyen.*

Si l'on suit une courbe (λ) la projection de la caractéristique du plan tangent à l'élassoïde conjugué passe par l'origine. Cette dernière remarque est d'ailleurs une conséquence de ce fait que la développable, enveloppe des plans conjugués, est un cône.

Mais si l'on observe que les caractéristiques des plans moyens et conjugués sont toujours parallèles quand elles sont correspondantes, on peut énoncer deux élégantes propriétés des développables, enveloppes des plans moyen et conjugué, obtenues en suivant les lignes (λ) et (μ).

Lorsqu'on suit dans le plan auxiliaire une courbe (λ) [*du genre hyperbole*] *les génératrices de la développable, enveloppe du plan moyen, se projettent sur le plan suivant les droites* ab, *dont l'enveloppe est, par conséquent, la projection de l'arête de rebroussement de la développable considérée.*

Lorsqu'on suit dans le plan auxiliaire une courbe (μ) [*du genre ellipse*] *les droites, telles que* $N\omega$, *représentent les projections, sur le plan auxiliaire, des génératrices de la développable, enveloppe des plans moyens.*

§ 140.

Élassoïde admettant pour géodésique une conique et élassoïde conjugué.

L'application la plus simple de ces propriétés générales est celle que l'on peut faire en prenant pour courbes (λ) et (μ) des coniques homofocales.

Dans ce cas, les surfaces (P) ont pour lignes de niveau des ellipses qui se projettent sur le plan auxiliaire suivant un réseau homofocal. Les lignes de plus grande pente sont transcendantes, mais elles se projettent suivant des hyperboles homofocales; de plus leurs surfaces polaires ont pour conjuguées des cônes dont les sommets sont en ligne droite. Les lignes, lieux des centres de courbure des lignes de plus grande pente, appartiennent à l'élassoïde moyen.

D'un autre côté, les lignes ab étant les polaires des points N, par rapport à l'ellipse (a, b), les surfaces polaires des lignes de plus grande pente ont des arêtes de rebroussement qui se projettent sur le plan auxiliaire suivant des coniques polaires réciproques des hyperboles (λ) par rapport à l'ellipse (a, b) [ellipse qui est une géodésique de l'élassoïde moyen].

§ 141.

Cônes du second degré circonscrits à l'élassoïde.

Enfin, les droites, telles que $N\omega$, passent par le centre de l'ellipse; conséquemment, les développables circonscrites à l'élassoïde moyen sont des cônes ayant leurs sommets sur la perpendiculaire au plan auxiliaire, élevée au centre des coniques homofocales. On a vu que ces développables contiennent individuellement les courbes (μ). Les cônes considérés sont donc du second degré.

Il est bien facile de compléter cette étude particulière en montrant que les

cônes, correspondant aux hyperboles (λ) et circonscrits à l'élassoïde conjugué, ou correspondant aux ellipses (λ) et circonscrits à l'élassoïde moyen, sont les cônes supplémentaires de cônes homofocaux [pourvu qu'on les transporte convenablement].

§ 142.

Les lignes algébriques des deux élassoïdes ont pour image sphérique un réseau de coniques homofocales.

Si l'on considère en effet les plans isotropes passant par les droites Aa, Bb, ils se couperont suivant quatre droites, génératrices des quadriques homofocales ayant pour traces, sur le plan auxiliaire, les diverses coniques homofocales (λ) et (μ). On sait que les cônes asymptotes de ces quadriques sont homofocaux. Mais l'une des génératrices passant en N occupe, par rapport à l'angle aNb, la même position que la droite de la congruence isotrope originelle, par rapport à l'angle supplémentaire de ANB; donc, si l'on fait tourner de 90°, autour de la verticale, la génératrice de la congruence, on aura une parallèle à la génératrice de l'hyperboloïde passant en N et ayant pour trace (μ). Conséquemment les traces sphériques des cônes asymptotes, tournées de 90° autour de la verticale, constitueront l'image sphérique complète des courbes algébriques des élassoïdes moyen et conjugué. On peut donc dire que ces lignes ont pour image sphérique une famille de coniques sphériques homofocales.

La plupart de ces propriétés ont été énoncées par M. Schwartz, en ce qui concerne l'élassoïde admettant pour géodésique une conique [*Journal de Borchardt*, page 293, année 1874].

§ 143.

Le réseau $(\mu\lambda)$ est le seul du plan qui corresponde à un réseau orthogonal de l'élassoïde.

Dans le cas général, les courbes correspondant, sur les deux élassoïdes, aux lignes (μ) et (λ) sont rectangulaires; les calculs du § 137 montrent en effet que leurs conjuguées sont orthogonales, ce qui équivaut à la proposition; mais cette propriété peut s'établir directement comme il suit.

Calculons, sur la sphère, le carré de l'élément linéaire rapporté au réseau des images sphériques des lignes correspondant aux (μ) et (λ). On sait que, d'une façon générale, on a sur la sphère de rayon unité (§ 109)

$$dS^2 = \frac{d\varphi \,.\, d\psi}{\cos^2\alpha},$$

ou encore

$$dS^2 = \frac{d\beta^2 - d\alpha^2}{\cos^2\alpha}.$$

Mais on déduit des valeurs de $d\lambda$ et $d\mu$ particularisées

$$-4F''f''.d\beta = \frac{d\mu}{\operatorname{tg}\alpha}(F''+f'') + \frac{d\lambda}{\cot\alpha}(F''-f''),$$

$$-4F''f''.d\alpha = \frac{d\mu}{\operatorname{tg}\alpha}(F''-f'') + \frac{d\lambda}{\cot\alpha}(F''+f'').$$

On en conclut

$$dS^2 = \frac{d\mu^2\cot^2\alpha - d\lambda^2\operatorname{tg}^2\alpha}{4F''.f''.\cos^2\alpha}.$$

Ce qui montre bien que l'image sphérique est formée de courbes orthogonales. Comme, sur les élassoïdes et sur la sphère image, les angles se conservent dans la correspondance :

Le réseau orthogonal plan (λ, μ) correspond, sur les deux élassoïdes, à un

réseau orthogonal. Il est même clair qu'il n'y a pas d'autres réseaux orthogonaux se correspondant sur le plan et sur les élassoïdes.

Nous venons de voir que, dans le cas où le réseau (λ, μ) est formé de coniques homofocales, le réseau sphérique correspondant est formé également de coniques sphériques homofocales, constituant un réseau isométrique. On sait, d'après un théorème de M. Ossian Bonnet, que les courbes correspondantes des élassoïdes sont aussi isométriques.

§ 144.

Si le réseau $(\lambda\mu)$ de l'élassoïde est isométrique, son correspondant du plan est formé de coniques homofocales.

Il est intéressant de chercher dans quel cas cette propriété subsistera, à raison du caractère du réseau (λ, μ).

Il faut que le logarithme du quotient des coefficients du carré de l'élément linéaire soit la somme de deux fonctions, l'une de λ, l'autre de μ. Ce qui conduit à la condition

$$2 \frac{d^2}{du\,dv} \cdot \log \operatorname{tg} \alpha = 0.$$

D'ailleurs on trouve la même condition en exprimant que le réseau plan $(\lambda\mu)$ lui-même est isométrique. Mais nous avons montré d'après M. Liouville que le réseau (λ, μ) ne peut être dans ce cas composé que de coniques homofocales; conséquemment les élassoïdes admettant une conique pour géodésique jouissent d'un caractère distinctif tout particulier, qui permet d'énoncer la proposition suivante :

Que, de tous les points d'une droite, comme sommets on circonscrive des cônes à un élassoïde; que l'on trace sur celui-ci les trajectoires orthogonales des courbes de contact; si le réseau orthogonal ainsi obtenu est isométrique, l'élassoïde est conjugué de celui qui admet une conique pour géodésique.

C'est le moment de faire une remarque sur l'expression du carré de l'élément linéaire d'un élassoïde.

(a) et (b) désignant les projections planes des arêtes de rebroussement des développables génératrices, on a d'après (68) l'expression

$$dS^2 = d(a).d(b)\cos^2\frac{V}{2},$$

où $d(a)$ et $d(b)$ désignent les longueurs des éléments correspondants et V l'angle des tangentes aux courbes (a) et (b). Il en résulte que si les courbes (a) et (b) sont algébriques, l'élassoïde moyen correspondant aura son élément linéaire exprimé par une formule algébrique.

§ 145.

dS^2 de l'élassoïde sur lequel le réseau (λ, μ) est isométrique.

A titre d'exemple, prenons pour courbes (μ) et (λ) un réseau de coniques homofocales, et cherchons l'expression de l'élément linéaire de l'élassoïde admettant l'une d'entre elles pour géodésique.

L'élément linéaire du plan, rapporté aux coniques dont l'équation est de la forme

$$\frac{x^2}{a^2-\lambda}+\frac{y^2}{b^2-\lambda}=1,$$

peut s'écrire

$$4.dS^2=(\mu-\lambda)\left[\frac{d\lambda^2}{(a^2-\lambda)(b^2-\lambda)}-\frac{d\mu^2}{(a^2-\mu)(b^2-\mu)}\right].$$

La condition (56) est vérifiée et l'équation (57) donne pour les traces d'une congruence isotrope la relation bien connue

$$\mu\cos^2 i+\lambda\sin^2 i=k,$$

qui donne les directions des deux tangentes à l'une des coniques du réseau

définie par le paramètre k, tangentes issues du point (λ, μ). Soient (a) et (b) les deux branches de la conique enveloppe. Pour calculer l'élément linéaire de l'élassoïde l'admettant pour géodésique, il faut obtenir l'expression

$$dS^2 = R_a d\varphi . R_b . d\psi \cos^2 i,$$

R_a et R_b désignant les rayons de courbure en (a) et (b), $d\varphi$ et $d\psi$ les angles de contingence, en ces points, de la conique enveloppe. On a

$$\Delta i = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{-1}{(k-\mu)(k-\lambda)}}\left[\frac{d\mu(k-\lambda) - d\lambda(k-\mu)}{\mu-\lambda}\right].$$

Prenant pour réseau de référence celui des coniques (λ, μ) on a les formules générales, analogues à (2)

$$X' = X - \frac{d\lambda}{2}\sqrt{\frac{\mu-\lambda}{(a^2-\lambda)(b^2-\lambda)}}$$

$$-\frac{Y}{2}\frac{\sqrt{-1}}{\mu-\lambda}\sqrt{(a^2-\lambda)(b^2-\lambda)(a^2-\mu)(b^2-\mu)}\left[\frac{d\mu}{(a^2-\mu)(b^2-\mu)} - \frac{d\lambda}{(a^2-\lambda)(b^2-\lambda)}\right].$$

$$Y' = Y - \frac{d\mu}{2}\sqrt{\frac{\lambda-\mu}{(a^2-\mu)(b^2-\mu)}}$$

$$+\frac{X}{2}\frac{\sqrt{-1}}{\mu-\lambda}\sqrt{(a^2-\lambda)(b^2-\lambda)(a^2-\mu)(b^2-\mu)}\left[\frac{d\mu}{(a^2-\mu)(b^2-\mu)} - \frac{d\lambda}{(a^2-\lambda)(b^2-\lambda)}\right].$$

L'équation instantanée de la tangente à l'ellipse fixe est

$$Y\cos i \mp X \sin i = 0,$$

son point de contact avec la conique est le même quels que soient $d\mu$ et $d\lambda$; il est déterminé par l'équation de la normale instantanée

$$-Y\sin i \mp X\cos i \pm \frac{\mu-\lambda}{L \mp M} = 0.$$

où L et M désignent les fonctions de λ et μ seules que voici

$$L = \sqrt{\frac{(a^2-\lambda)(b^2-\lambda)}{k-\lambda}}, \quad M = \sqrt{\frac{(a^2-\mu)(b^2-\mu)}{k-\mu}}.$$

En posant

$$P = \frac{\mu - \lambda}{L \mp M},$$

on trouve [par les procédés habituels de périmorphie, en observant que le résultat est indépendant de $d\mu$ et $d\lambda$] pour l'équation déterminant le centre de courbure

$$\left(2\frac{dP}{d\lambda} + \frac{1}{L}\right)\sqrt{\frac{(a^2 - \lambda)(b^2 - \lambda)}{k - \mu}} = \frac{\sqrt{-1}}{\mu - \lambda}(Y\cos i \mp X\sin i)(M \mp L);$$

après différentes réductions on obtient l'équation indépendante des variations particulières

$$\frac{(a^2 - k)(b^2 - k)}{(k - \mu)(k - \lambda)} = \pm\sqrt{-1}\,\frac{\sqrt{(k - \mu)(k - \lambda)}}{(\mu - \lambda)^3}(Y\cos i \mp X\sin i)(L^2 - M^2)(L \mp M).$$

Cette équation donne immédiatement

$$R_a . R_b = \mp\frac{(a^2 - k)^2(b^2 - k)^2(\mu - \lambda)^6}{(k - \mu)^3(k - \lambda)^3(L^2 - M^2)^3}.$$

Il s'agit maintenant de calculer les angles de contingence. Δx, Δy étant relatifs au point $(\lambda\mu)$ on a manifestement

$$Pd\varphi = \Delta y\cos i \mp \Delta X\sin i;$$

conséquemment

$$d\varphi . d\psi = \frac{\overline{\Delta Y}^2\cos^2 i - \overline{\Delta X}^2\sin^2 i}{P . P'}.$$

Si P' désigne la seconde valeur de P lorsqu'on change le signe, on trouve ainsi

$$d\varphi . d\psi = \frac{L^2 - M^2}{(\mu - \lambda)^2}\,\frac{(k - \lambda)(k - \mu)}{4}\left[\frac{d\mu^2}{(a^2 - \mu)(b^2 - \mu)(k - \mu)} - \frac{d\lambda^2}{(a^2 - \lambda)(b^2 - \lambda)(k - \lambda)}\right].$$

On en déduit immédiatement

$$dS^2 = \frac{(a^2-k)^2(b^2-k)^2(\mu-\lambda)^3}{4(k-\mu)^2(k-\lambda)^2(L^2-M^2)^2}\left[\frac{d\mu^2}{(a^2-\mu)(b^2-\mu)(k-\mu)} - \frac{d\lambda^2}{(a^2-\lambda)(b^2-\lambda)(k-\lambda)}\right],$$

car $\cos^2\frac{V}{2}$ est égal à $\cos^2 i$.

Si enfin l'on observe que

$$L^2 - M^2 = (\mu-\lambda)\left[1 - \frac{(k-a^2)(k-b^2)}{(k-\lambda)(k-\mu)}\right],$$

on obtient en somme

$$dS^2 = \frac{1}{4}\cdot\frac{(a^2-k)^2(b^2-k)^2(\mu-\lambda)(k-\lambda)}{[(k-\lambda)(k-\mu)-(k-a^2)(k-b^2)]^2}\left[\frac{d\mu^2}{(a^2-\mu)(b^2-\mu)(k-\mu)} - \frac{d\lambda^2}{(a^2-\lambda)(b^2-\lambda)(k-\lambda)}\right].$$

Quant à l'image sphérique, l'expression du carré de l'élément linéaire est, d'après la théorie générale,

$$dS'^2 = \frac{R^2}{4}\left[(k-\mu) - \frac{(k-a^2)(k-b^2)}{(k-\lambda)}\right]\left[\frac{d\mu^2}{(a^2-\mu)(b^2-\mu)(k-\mu)} - \frac{d\lambda^2}{(a^2-\lambda)(b^2-\lambda)(k-\lambda)}\right].$$

Les deux réseaux sont bien isométriques, et, le réseau sphérique, comme le réseau plan, est de la forme signalée par M. Liouville, forme qui permet l'intégration des lignes géodésiques; il devait en être ainsi, puisque le réseau est composé de coniques sphériques homofocales.

CHAPITRE XVI.

AU SUJET DES LIGNES DE NIVEAU DES ÉLASSOÏDES.

---

§ 146.

Conditions pour qu'un réseau orthogonal tracé sur un élassoïde soit formé de lignes de niveau et de lignes de plus grande pente.

Nous avons déjà montré que tous les *élassoïdes groupés* provenant de la déformation d'un même élassoïde ont leurs lignes de courbure correspondant sur l'élassoïde originel aux trajectoires sous un angle constant des lignes de courbure de cette surface.

Une propriété toute semblable a lieu pour les lignes de niveau; c'est ce que nous allons établir.

Considérons, en général, une surface de référence (O) prise arbitrairement; prenons pour réseau (u, v) celui des sections planes toutes parallèles à un plan (P) donné, ainsi que leurs trajectoires orthogonales. i désignant l'angle qu'en chaque point de (O) fait la normale à la surface avec la perpendiculaire au plan (P), on trouve facilement par nos procédés habituels,

pour déterminer les éléments du réseau (u, v)

$$P = -\frac{di}{du},$$

$$Q = -\frac{dg}{f du} \operatorname{tg} i,$$

$$D = -\frac{df}{fg dv} \operatorname{tg} i,$$

équations auxquelles il faut ajouter les conditions

$$\frac{df}{f dv} + \frac{di}{dv} \cdot \cot i = 0,$$

$$\frac{di}{du} \cdot \frac{dg}{f du} \operatorname{tg} i - \frac{1}{fg}\left(\frac{df}{dv}\right)^2 \operatorname{tg}^2 i + \frac{d}{dv}\left(\frac{df}{g dv}\right) + \frac{d}{du}\left(\frac{dg}{f du}\right) = 0.$$

Si la surface est élassoïde, on a à la fois

$$\frac{df}{f dv} + \frac{di}{dv} \cot i = 0, \quad \frac{dg}{g du} + \frac{di}{du} \cot i = 0;$$

on peut donc poser

$$f = g = \frac{1}{\sin i}.$$

Dès lors la seule équation non résolue devient

$$\left(\frac{di}{du}\right)^2 + \left(\frac{di}{dv}\right)^2 = \frac{d^2}{du^2} \log \frac{1}{\sin i} + \frac{d^2}{dv^2} \log \frac{1}{\sin i}.$$

Soit, en passant aux coordonnées symétriques imaginaires

$$\frac{di}{dx} \frac{di}{dy} + \frac{d^2 \log \sin i}{dx dy} = 0,$$

et par conséquent

$$\operatorname{tg} \frac{i}{2} = X + Y.$$

§ 147.

Les trajectoires sous un angle constant des lignes de niveau d'un élassoïde correspondent aux lignes de niveau des élassoïdes groupés.

On voit que l'on peut poser indifféremment

$$\left.\begin{aligned} P &= -\frac{di}{du}, \\ Q &= +\frac{di}{du}, \\ D &= \sin i\,\frac{di}{dv}, \end{aligned}\right\} \text{ ou } \left\{\begin{aligned} P &= \frac{di}{dv}, \\ Q &= -\frac{di}{dv}, \\ D &= \sin i\,\frac{di}{du}, \end{aligned}\right.$$

sans que l'équation canonique soit modifiée et sans que la surface cesse d'être élassoïde, mais ces valeurs sont comprises dans les formules générales

$$P = -\cos\varphi\,\frac{di}{du} + \sin\varphi\,\frac{di}{dv},$$

$$Q = \cos\varphi\,\frac{di}{du} - \sin\varphi\,\frac{di}{dv},$$

$$D = \sin i\left(\frac{di}{dv}\cos\varphi + \frac{di}{du}\sin\varphi\right),$$

où l'angle φ est considéré comme une constante. On vérifie facilement que ces valeurs correspondent bien à des solutions des équations de Codazzi; conséquemment elles représentent des valeurs de P, Q, D correspondant à une forme particulière de la surface, et, comme dans chaque cas la somme $P + Q$ est nulle, chacune des surfaces déformées (puisque le réseau u, v est isométrique) reste élassoïde.

Il est facile de voir que les élassoïdes correspondant aux valeurs 0 et $\frac{\pi}{2}$ de l'angle φ sont conjugués. Tous les autres appartiennent naturellement à la famille des *élassoïdes groupés* dérivés de la surface de référence.

§ 148.

Nouvelle forme du λ d'un réseau isométrique sphérique.

On trouve, d'une façon générale, que l'image sphérique a pour élément linéaire

$$dS^2 = du^2(P^2 + f^2D^2) + dv^2(Q^2 + g^2D^2);$$

dans l'espèce on a

$$dS^2 = \left[\left(\frac{di}{du}\right)^2 + \left(\frac{di}{dv}\right)^2\right](du^2 + dv^2).$$

soit en passant aux coordonnées symétriques imaginaires

$$dS^2 = 4 \cdot \frac{di}{dx} \cdot \frac{di}{dy}\, dx \,.\, dy.$$

Désignant par λ le coefficient des *du*, *dv* sur la sphère, on trouve

$$\lambda = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{X'} . \sqrt{Y'}}{1 + (X + Y)^2},$$

ce qui constitue une forme digne d'intérêt.

§ 149.

Sur un théorème général.

Plus généralement : toutes les fois qu'on peut déformer une surface, de telle façon que *deux* familles de courbes orthogonales deviennent successivement des lignes de niveau de surfaces transformées, les trajectoires sous un même angle constant, de ces deux séries de courbes, peuvent, par une déformation convenable de la surface, devenir à leur tour lignes de niveau.

Cette propriété tient à ce que les lignes de niveau d'une surface, les lignes de plus grande pente correspondantes et leurs trajectoires sous des angles constants, sont telles qu'en un même point de la surface les centres de courbure géodésiques de toutes ces courbes sont sur une même ligne droite.

La propriété énoncée ci-dessus s'applique à d'autres surfaces que les élassoïdes dérivés par flexion les uns des autres.

§ 150.

Réseau plan dont les courbes se coupent sous un angle constant et peuvent être lignes de niveau de développables résultant de l'enroulement du plan.

Si l'on prend, par exemple, pour surface de référence un plan, on parvient à construire les surfaces développables suivant lesquelles il faut enrouler le plan pour que deux courbes, prises au hasard, se transforment successivement en lignes de niveau se coupant mutuellement sous un angle donné.

Les deux développables déformées sont applicables l'une sur l'autre par de simples rotations autour des génératrices.

Ce n'est pas le moment de montrer comment la construction géométrique s'achève sans difficulté, ni comment le quarré de l'élément linéaire du plan s'obtient avec deux fonctions arbitraires [mettant ainsi en évidence les réseaux orthogonaux intéressants dont nous venons de donner la définition, réseaux dont les trajectoires comprennent également des courbes de même nature] (*).

(*) Soient deux courbes arbitraires (a) et (b), faisant correspondre des points a et b tels que les tangentes y fassent entre elles un angle constant, enroulant le plan de telle façon que la corde ab devienne génératrice et que (a) reste plane, toutes les lignes de niveau de la développable situées dans des plans parallèles à (a) formeront les courbes de la première famille; on obtiendra de même les courbes de la seconde. Telle est l'intégrale avec deux fonctions arbitraires.

§ 151.

Une propriété générale des courbes de niveau.

Nous terminerons en observant que sur toutes les surfaces dont les lignes de niveau sont trajectoires les unes des autres, la forme variant, les conjuguées des courbes de niveau se correspondent toutes; on peut dire que ces conjuguées sont immobiles, et cela correspond à une propriété tout à fait générale : sur une surface arbitraire, en un même point les centres de courbure de la ligne de niveau et de toutes ses trajectoires sont sur une même droite perpendiculaire à la direction conjuguée de la courbe de niveau.

CHAPITRE XVII.

PROPRIÉTÉ CARACTÉRISTIQUE DE LA CONGRUENCE ISOTROPE FORMÉE DES GÉNÉRATRICES DE QUADRIQUES HOMOFOCALES.

---

§ 152.

Si deux congruences incidente et réfléchie sont isotropes, la surface dirimante est une quadrique.

La théorie des congruences isotropes comprend, comme exemple particulièrement intéressant, celui d'une congruence formée des génératrices de quadriques homofocales. Nous allons établir que cette congruence jouit d'une propriété fondamentale.

Cherchons s'il est possible de trouver une surface de référence et une congruence de droites, telles que les droites données et les droites réfléchies forment deux congruences isotropes.

Considérons le réseau orthogonal (u, v) tel que les droites D de la congruence incidente soient toujours comprises dans le plan des ZOX, soit i l'angle d'incidence, on a pour l'équation de la surface élémentaire

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{g\,dv + \mathrm{L}\left[dv\left(\frac{dg}{f\,du}\sin i + \mathrm{Q}\cos i\right) - du\left(\frac{df}{g\,dv}\sin i + f\mathrm{D}\cos i\right)\right]}{f\cos i\,du + \mathrm{L}\left[dv\left(\frac{di}{dv} - g\mathrm{D}\right) + du\left(\frac{di}{du} + \mathrm{P}\right)\right]},$$

on en déduit que la congruence des droites D sera isotrope si

$$gP - Qf\cos^2 i + g\frac{di}{du} - \cos i \sin i \frac{dg}{du} = 0,$$

avec

$$2Dg - \frac{di}{dv} + \operatorname{tg} i \frac{df}{fdv} = 0$$

Si la congruence réfléchie est aussi isotrope, les deux équations qui précèdent doivent être indépendantes du signe de i; on a donc $D = 0$. Ainsi le réseau (u, v) est formé des lignes de courbure de la surface de référence.

Posons $\frac{P}{f} = A$ et $\frac{Q}{g} = B$. On devra avoir

$$A - B\cos^2 i = 0,$$

$$\frac{di}{du} = \cos i \sin i \frac{dg}{gdu},$$

$$\frac{di}{dv} = \operatorname{tg} i \cdot \frac{df}{fdv}.$$

On a l'équation de Codazzi

$$\frac{df}{fdv}(A - B) + \frac{dA}{dv} = 0.$$

De la troisième des équations de Codazzi on déduit

$$-\frac{di}{dv}\operatorname{tg} i + \frac{dA}{Adv} = 0;$$

d'où résulte, d'après ce qui précède,

$$A\cos i = U_1,$$

$$B = \frac{U_1}{\cos^3 i};$$

et, par conséquent,

$$\frac{A^3}{B} = U_1^2.$$

D'un autre côté, on a

$$\frac{dg}{gdn} = \frac{di}{du} \frac{1}{\cos i \sin i},$$

avec l'équation de Codazzi :

$$\frac{dg}{gdu}(B - A) + \frac{dB}{du} = 0,$$

on obtient

$$\frac{di}{du} \frac{\sin i}{\cos i} + \frac{dB}{Bdu} = 0;$$

d'où résulte

$$B = V \cos i;$$

ce qui entraîne, comme conséquence,

$$\cos^4 i = \frac{U_1}{V};$$

et, en définitive,

$$\frac{B^3}{A} = V^2.$$

Ainsi les quantités $\frac{A^3}{B}$ et $\frac{B^3}{A}$ sont respectivement des fonctions de U et de V; d'après un beau résultat établi par M. Ossian Bonnet, on sait que cette double condition caractérise des surfaces du second ordre (*).

§ 153.

Les congruences isotropes incidente et réfléchie sont les génératrices d'une famille de quadriques homofocales.

Il n'est pas difficile de trouver maintenant ce que sont les rayons des congruences isotropes: on vérifie, en effet, immédiatement, que les traces prin-

(*) Voir page 113 du XLIIe cahier du *Journal de l'École polytechnique*.

cipales des congruences isotropes, sur la surface de référence, coïncident avec les asymptotiques de celle-ci (*).

Conséquemment on peut énoncer cette importante proposition : *Si une congruence, réfléchie sur une surface de référence, est isotrope avant et après la réflexion, 1° la surface de référence est une quadrique ; 2° les rayons de la congruence sont formés des génératrices des quadriques homofocales à la surface de référence et qui lui sont orthogonales.*

(*) La nécessité d'abréger nous fait supprimer ce calcul. De ce que les traces principales sont les asymptotiques, il résulte, comme au chapitre XII, que les plans isotropes tangents se coupent suivant les rayons des congruences ; et, le long d'une ligne de courbure de la surface dirimante, ces droites se rangent suivant un hyperboloïde orthogonal à la quadrique.

CHAPITRE XVIII.

ÉLASSOÏDES ALGÉBRIQUES PASSANT PAR UN CERCLE.

---

§ 154.

Par un cercle déterminé on peut faire passer autant d'élassoïdes algébriques qu'on peut construire d'épicycloïdes ou d'hypocycloïdes algébriques.

D'après la théorie que nous avons donnée des contours conjugués, on sait comment doit s'aborder la recherche des élassoïdes passant par un contour plan.

Une application de quelque élégance peut être faite dans le cas où le contour donné est un cercle. Le problème de la recherche de tous les élassoïdes passant par le cercle revient, comme nous l'avons montré, à la découverte de tous les contours conjugués au cercle. Chaque fois que les contours seront algébriques, les élassoïdes seront algébriques.

Considérons la courbe, projection sur le plan du cercle, du contour conjugué; faisons correspondre par parallélisme des tangentes les points du cercle et de la projection. (Il suffira de tourner le cercle dans son plan, de $\frac{\pi}{2}$ pour que les éléments correspondants des deux courbes soient rectangulaires.) L'élément du cercle a pour valeur

$$dS_c^2 = a^2 d\theta^2,$$

l'élément de la courbe conjuguée a pour valeur

$$dS_{c'}^{\prime 2} = R^2 d\theta^2 + dZ^2,$$

expression où R désigne le rayon de courbure de la projection sur le plan du cercle et Z la distance d'un point du contour au plan.

Prenons, pour projection du contour indéterminé, l'épicycloïde ayant pour équation

$$p = b \sin k\theta;$$

dans ce cas

$$R = b(1 - k^2) \sin k\theta,$$

et puisque les éléments des deux contours sont égaux, on obtient

$$dZ = d\theta \sqrt{a^2 - b^2(1 - k^2)^2 \sin^2 k\theta}.$$

Pour que le contour soit algébrique, sa projection doit être algébrique et la valeur de Z doit également être algébrique.

En général Z dépend des fonctions elliptiques, mais on peut toujours choisir a de telle façon que

$$a = b(1 - K^2),$$

et alors

$$Z = \frac{a \sin k\theta}{K}.$$

Dès lors, si la projection est algébrique, les élassoïdes conjugués, dont l'un passe par le cercle, seront algébriques.

Mais la projection sera algébrique toutes les fois que le coefficient R sera un nombre commensurable; conséquemment : *par un cercle determiné on peut faire passer autant d'élassoïdes algébriques qu'on peut construire d'épicycloïdes ou d'hypocycloïdes algébriques.*

Le contour conjugué est défini par les équations suivantes entre lesquelles il faut éliminer θ :

$$x \cos\theta + y \sin\theta = b \sin k\theta,$$

$$y \cos\theta - x \sin\theta = bk \cos k\theta,$$

$$Z = \frac{b(1 - K^2)}{K} \sin k\theta;$$

on en déduit immédiatement l'équation

$$x^2 + y^2 = b^2K^2 + z^2 \frac{K^2}{1 - K^2},$$

qui représente une quadrique de révolution.

Si l'on désigne par R le rayon du cercle de base d'une hypocycloïde et par r celui du cercle roulant, l'équation précédente peut s'écrire

$$\frac{x^2}{R^2} + \frac{y^2}{R^2} - \frac{z^2}{4r(r - R)} = 1.$$

Dans le cas des épicycloïdes, il suffirait de changer le signe de r.

Le rayon du cercle conjugué au contour est

$$a = \frac{4r(r - R)}{R - 2r}.$$

Nous réservons l'étude détaillée des élassoïdes intéressants dont nous venons d'établir l'existence.

§ 155.

Congruence déduite du réseau isométrique sphérique formé de coniques homofocales.

De toutes les congruences isotropes, la plus remarquable est celle que l'on déduit de la considération des quadriques homofocales. Il y a lieu de traiter différemment le cas des quadriques à centre et celui des paraboloïdes homofocaux. Dans ce chapitre, nous ne nous occuperons que du premier cas.

On sait que le plan tangent au cône asymptote d'un hyperboloïde coupe cette surface suivant deux génératrices parallèles à la génératrice suivant laquelle le cône asymptote est touché par le plan tangent. Conséquemment les cônes asymptotes de tous les hyperboloïdes homofocaux découpent, sur une sphère de rayon unité, ayant leur sommet commun pour centre, une famille de coniques sphériques orthogonales formant un réseau isométrique.

On voit que tous les élassoïdes groupés déduits de ce réseau isométrique sphérique seront algébriques; l'une des congruences (et elle sera double) sera formée des génératrices des quadriques homofocales; la congruence conjuguée s'obtiendra en portant sur les tangentes aux courbes du réseau des

longueurs égales aux valeurs du coefficient λ de l'élément linéaire; cette longueur portée tangentiellement aux coniques intersections avec la sphère des cônes asymptotes des hyperboloïdes à une nappe, donnerait le pied des rayons de la congruence formée par les génératrices des hyperboloïdes homofocaux; portée à angle droit et tangentiellement aux coniques du réseau, intersection de la sphère et des cônes asymptotes des hyperboloïdes à une nappe, homofocaux, elle déterminera le pied de génératrices d'hyperboloïdes encore homofocaux aux premiers. On obtiendra donc les deux congruences conjuguées en considérant les génératrices des quadriques

$$\frac{x^2}{a^2 - \lambda} + \frac{y^2}{b^2 - \lambda} + \frac{z^2}{c^2 - \lambda} = 1.$$

§ 156.

Les élassoïdes conjugués coïncident.

Ainsi, les deux élassoïdes conjugués ont même nature, même degré, même classe. Ils forment la même surface.

Désignant par u et v les paramètres des coniques homofocales sphériques, on trouve pour l'élément linéaire de la sphère en fonction des éléments du réseau (u, v), la sphère ayant pour rayon R

$$\frac{4dS^2}{R^2} = \frac{(u - v)du^2}{(a^2 - u)(b^2 - u)(c^2 - u)} + \frac{(v - u)dv^2}{(a^2 - v)(b^2 - v)(c^2 - v)}.$$

Les coordonnées d'un point de l'image sphérique sont définies par le système

$$x_0 = R\sqrt{\frac{(a^2 - u)(a^2 - v)}{(b^2 - a^2)(c^2 - a^2)}},$$

$$y_0 = R\sqrt{\frac{(b^2 - u)(b^2 - v)}{(c^2 - b^2)(a^2 - b^2)}},$$

$$z_0 = R\sqrt{\frac{(c^2 - u)(c^2 - v)}{(a^2 - c^2)(b^2 - c^2)}}.$$

§ 157.

Valeur du paramètre de la congruence isotrope.

Par des calculs dont nous supprimons le détail on trouve que sur l'hyperboloïde (u) le paramètre des génératrices de la quadrique (u) a pour valeur

$$p = i\frac{\sqrt{(a^2-u)(b^2-u)(c^2-u)}}{(u-v)}.$$

Quant à la distance de la génératrice et de sa parallèle menée par le centre de la sphère, on trouve

$$L = \sqrt{v-u}.$$

Rien n'est plus simple que d'établir l'équation du plan tangent à l'un des élassoïdes groupés, on a

$$\Sigma\sqrt{\frac{(a^2-u)(a^2-v)}{(b^2-a^2)(c^2-a^2)}}X = m\frac{\sqrt{(a^2-u)(b^2-u)(c^2-u)}}{(u-v)} + n\frac{\sqrt{(a^2-v)(b^2-v)(c^2-v)}}{(v-u)},$$

où Σ s'applique à trois termes permutés et où m et n sont des constantes arbitraires dont l'annulation donne lieu aux deux élassoïdes moyen et conjugué ou, plus exactement, aux deux nappes de l'élassoïde unique.

§ 158.

Discussion de l'élassoïde.

Les coordonnées d'un point de l'élassoïde stratifié sont données par trois formules symétriques de la suivante (*)

$$X\sqrt{(b^2-a^2)(c^2-a^2)}$$
$$= \frac{1}{(v-u)^3}\left\{\begin{array}{l} m\sqrt{(a^2-v)(b^2-u)(c^2-u)}\left[3(a^2-u)(b^2-v)(c^2-v)+(a^2-v)(b^2-u)(c^2-u)\right] \\ -n\sqrt{(a^2-u)(b^2-v)(c^2-v)}\left[3(a^2-v)(b^2-u)(c^2-u)+(a^2-u)(b^2-v)(c^2-v)\right] \end{array}\right\},$$

(*) L'élassoïde moyen s'obtiendrait en faisant $m=1$, $n=0$, l'élassoïde conjugué en faisant $m=0$, $n=1$, un couple arbitraire de valeur de m et n correspond à un élassoïde stratifié arbitraire.

les valeurs des deux autres coordonnées s'obtenant par permutation circulaire.

On vérifie sans difficulté sur ces formules que les élassoïdes principaux sont coupés par les plans coordonnés suivant les développées des coniques focales du réseau de quadrique; ces courbes sont des géodésiques de la surface. Les axes de coordonnées appartiennent aussi au lieu comme lignes multiples; mais on sait qu'il n'y a que des segments de ces axes qui soient situés sur des nappes réelles; on obtiendra les points limites de ces segments en portant sur un axe à partir du centre des longueurs égales aux rayons de courbure limites de la conique focale située dans un plan de symétrie perpendiculaire et appartenant au système conjugué.

On sait que les plans de symétrie coupent encore l'élassoïde moyen suivant des lignes doubles dont on construira les points *en prenant les points milieux des droites joignant les centres des cercles de courbure de même rayon, d'une conique focale.*

La classe de l'élassoïde moyen est 12 et son degré 66.

Si l'on considère un des hyperboloïdes homofocaux, tous les plans moyens correspondants enveloppent une développable de quatrième classe.

Dans le cas où l'on considère au lieu d'hyperboloïdes des paraboloïdes homofocaux, on voit directement en considérant les droites de l'élassoïde situées dans le plan de l'infini que la classe est 5 et le degré 15 (*).

(*) La considération de la développable imaginaire double circonscrite à toutes les quadriques homofocales, surface complétement étudiée et connue dans ses plus grands détails, permet de traiter géométriquement et du premier coup tout ce qui a trait au degré et à la classe de ces élassoïdes.

CHAPITRE XIX.

ÉTUDE DES ÉLASSOÏDES DÉRIVÉS DES PARABOLOÏDES HOMOFOCAUX.

---

§ 159.

Calcul des coordonnées de l'élassoïde moyen en fonction de deux paramètres.

L'extrême complication des élassoïdes dérivés des quadriques homofocales à centre conduit à examiner plus en détail le cas particulier qui a trait aux paraboloïdes homofocaux : nous étudierons les propriétés de l'élassoïde moyen et de son conjugué, car ici les deux nappes se séparent.

Rappelons que la recherche des lignes de courbure dépend des fonctions elliptiques; nous l'avons déjà établi en dérivant des élassoïdes du plan; nous n'y reviendrons plus.

L'équation la plus générale des paraboloïdes homofocaux rapportés à leurs plans principaux (l'origine étant au milieu du segment focal) est

$$\frac{y^2}{\sin^2\varphi} - \frac{z^2}{\cos^2\varphi} = 8h(x - h\cos 2\varphi).$$

Il en résulte que les équations d'une génératrice peuvent s'écrire

$$y = \frac{\sin\varphi}{\lambda}x - \frac{h\sin\varphi}{\lambda}(-2\lambda^2 + \cos 2\varphi),$$

$$z = \frac{\cos\varphi}{\lambda}x - \frac{h\cos\varphi}{\lambda}(2\lambda^2 + \cos 2\varphi);$$

l'équation de la ligne de striction est

$$y\cos^3\varphi + z\sin^3\varphi = 0.$$

Dès lors, on trouve pour les coordonnées du point central

$$x' = h\cos 2\varphi(1 - 2\lambda^2),$$
$$y' = 4h\lambda\sin^3\varphi,$$
$$z' = 4h\lambda\cos^3\varphi$$

En conséquence l'équation du plan moyen est

$$\lambda x + y\sin\varphi + z\cos\varphi + \lambda h\cos 2\varphi(3 + 2\lambda^2) = 0;$$

on en déduit pour les coordonnées du point de contact du plan moyen et de l'élassoïde

$$X = -3h\cos 2\varphi(1 + 2\lambda^2),$$
$$Y = 2\lambda h\sin\varphi[\cos 2\varphi(4\lambda^2 + 3) + (2\lambda^2 + 3)],$$
$$Z = 2\lambda h\cos\varphi[\cos 2\varphi(4\lambda^2 + 3) - (2\lambda^2 + 3)].$$

§ 160.

Calcul des coordonnées de l'élassoïde conjugué.

Nous trouvons pour le paramètre de distribution

$$P = -2h\sin 2\varphi(1 + \lambda^2).$$

L'équation du plan tangent à l'élassoïde conjugué est

$$\lambda X + Y\sin\varphi + Z\cos\varphi = 2h\sin^2\varphi(1 + \lambda^2)^{\frac{3}{2}}.$$

Les coordonnées de l'élassoïde sont définies par les équations

$$X' = 6h\sin 2\varphi\lambda(1 + \lambda^2)^{\frac{1}{2}},$$
$$Y' = 4h\cos\varphi(1 + \lambda^2)^{\frac{1}{2}}[\cos^2\varphi + \lambda^2(\cos^2\varphi - 3\sin^2\varphi)],$$
$$Z' = 4h\sin\varphi(1 + \lambda^2)^{\frac{1}{2}}[\sin^2\varphi + \lambda^2(\sin^2\varphi - 3\cos^2\varphi)].$$

§ 161.

Classe de l'élassoïde moyen et des élassoïdes stratifiés.

Cherchons la classe de l'élassoïde central : nous trouvons pour l'équation de la surface polaire réciproque par rapport à une sphère du rayon h, ayant son centre à l'origine :

$$X(Z^2 - Y^2)[3(Y^2 + Z^2) + 2X^2] = h(Y^2 + Z^2)^2.$$

L'élassoïde est donc de cinquième classe.

Nous trouvons de même, pour la polaire réciproque de l'élassoïde conjugué, l'équation

$$Y^2Z^2(X^2 + Y^2 + Z^2)^3 = h^2(Y^2 + Z^2)^4.$$

L'élassoïde conjugué est de dixième classe.

On trouve avec la même facilité l'équation de la polaire réciproque d'un des élassoïdes stratifiés quelconque

$$[h(Y^2 + Z^2)^2 - mX(Z^2 - Y^2)[3(Y^2 + Z^2) + 2X^2]]^2 - 4n^2Y^2Z^2(X^2 + Y^2 + Z^2)^3;$$

on voit que leur classe n'est jamais supérieure à *dix*.

§ 162.

Le degré de l'élassoïde central est 15. *Considération de la section par le plan de l'infini et de la section par le plan des* XY.

La développable isotrope unique touchant chacun des paraboloïdes homofocaux a son arête de rebroussement du sixième ordre; l'intersection de l'élassoïde moyen et du plan de l'infini doit donc être composée de $\frac{6(6-1)}{2}$ droites; conséquemment la surface doit être du quinzième degré. On le

vérifie bien facilement comme il suit : cherchons l'intersection par le plan des XY; il y a trois cas à examiner :

1° $\lambda=0$, alors Y est nul et

$$X=-3h(\cos^2\varphi-\sin^2\varphi),$$

le plan tangent, tout le long de l'axe des X, qui forme ligne multiple, est défini par l'équation

$$Y\sin\varphi+Z\cos\varphi=0,$$

le point de contact a pour abscisse

$$X_0=-3h\frac{1-\operatorname{tg}^2\varphi}{1+\operatorname{tg}^2\varphi};$$

on voit qu'à chaque valeur de X_0 correspondent deux valeurs de $tg\varphi$ et par conséquent deux plans tangents. L'axe des X est donc *ligne double.*

2° $\cos\varphi=0$. Le plan tangent a son équation de la forme

$$\lambda X\pm Y-\lambda h(3+2\lambda^2)=0;$$

il est parallèle à l'axe des Z tout le long de la section qui est ligne simple; son équation est

$$\left(\frac{X-3h}{6h}\right)^3=\frac{Y^2}{16h^2},$$

c'est la développée de la parabole focale contenue dans le plan des XY ;

3° $$3\sin^2\varphi(1+\lambda^2)-\cos^2\varphi\lambda^2=0.$$

La ligne correspondante est double, les plans tangents en un de ses points sont définis par l'équation

$$\cos V=\frac{\cos\varphi}{\sqrt{1+\lambda^2}}.$$

Effectuant l'élimination on trouve pour l'équation de la courbe double

$$-24x^3y^2 + 3h(2^6x^4 - 2^3.3x^2y^2 - 3^2.y^4) + 3^2.2^3h^2x(3y^2 + 2^2.5.y^2) + 2^4.3^2h^3(3x^2 + y^2) = 0;$$

elle est du cinquième ordre et doit être comptée pour dix unités.

Additionnant les degrés des courbes d'intersection, on trouve bien 15 pour le degré de la surface.

§ 163.

La section de l'élassoïde par le plan des ZY se compose de deux droites triples et d'une ligne de courbure imaginaire qui est une hypocycloïde à quatre rebroussements.

Si l'on cherche la section de la surface par le plan des ZY on trouve 1° comme *droites triples* les bissectrices des angles des axes; 2° en rapportant la section à ces lignes triples, on trouve pour l'équation du complément

$$2 = \left(-\frac{z'^2}{h^2}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(-\frac{y'^2}{h^2}\right)^{\frac{1}{3}},$$

ce qui dénote une hypocycloïde imaginaire à quatre rebroussements. Tout le long de cette courbe le plan tangent à la surface est défini par la relation

$$\cos V = \frac{i}{\sqrt{3}},$$

c'est donc une ligne de courbure imaginaire.

3° La droite de l'infini appartient tout entière au lieu. On vérifie sans difficulté que la section de la surface par le plan de l'infini se compose de cette droite *nonuple* et des deux tangentes à l'ombilicale (comptées *triples*) menées aux ombilics du plan ZY.

§ 164.

L'élassoïde est inscrit dans un cône de révolution ayant son sommet à l'origine.

Si l'on cherche l'équation du cône circonscrit à la surface et ayant son sommet à l'origine, on trouve le *cône de révolution*

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{3}}(Y^2 + Z^2) = X^2,$$

dont la courbe de contact est définie par l'équation

$$\frac{X^3}{6h} + \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{3}}(Z^2 - Y^2) = 0.$$

§ 165.

Les courbes de l'élassoïde correspondant aux paraboloïdes homofocaux sont de quatrième ordre et de deuxième espèce, leurs trajectoires orthogonales sont du sixième ordre.

Les lignes les plus simples que l'on puisse tracer sur l'élassoïde moyen sont celles qui correspondent à chacun des paraboloïdes homofocaux; ce sont les courbes de contact de cylindres dont les génératrices sont perpendiculaires aux divers plans directeurs des paraboloïdes. Tous ces plans directeurs sont parallèles à l'axe des X, et si l'on mène les plans parallèles passant par cet axe ils couperont les cylindres circonscrits suivant les développées des paraboles, projections des lignes de striction.

Prenant toujours pour origine et pour axe des X les mêmes données, mais pour plan des XY le plan directeur correspondant à une valeur donnée de $\varphi = \frac{\omega}{2}$, nous trouvons pour équation de la ligne de contact

$$2h^2 \cos^2 \omega y^2 + (x + 3h \cos \omega)^3 = 0,$$

$$\frac{z}{y} = \operatorname{tg} \omega \frac{6h \cos \omega - x}{3h \cos \omega + x}.$$

Ces deux surfaces ont pour intersection la génératrice représentée par

$$x = -3h\cos\omega, \quad y = 0,$$

et la courbe de contact proprement dite, qui est du quatrième ordre, à point de rebroussement, et de deuxième espèce.

Sur la surface, ces courbes forment une famille dont les trajectoires orthogonales sont des courbes du sixième ordre tracées sur des quadriques de révolution.

§ 166.

Lignes de l'élassoïde conjugué correspondant aux paraboloïdes homofocaux : courbes de contact de cylindres dont la section droite, du sixième ordre, est la développée d'une courbe du sixième ordre.

Il convient maintenant d'étudier l'élassoïde conjugué. Commençons par chercher, dans le dernier système d'axes, les courbes correspondant aux paraboloïdes homofocaux successifs. Posons, pour plus de commodité,

$$\lambda = \operatorname{cotg}\mu.$$

L'équation du plan tangent à l'élassoïde conjugué devient

$$x\cos\mu + y\sin\mu = \frac{h\sin\omega}{2\sin^2\mu}.$$

On vérifie (comme l'indiquait déjà la théorie générale) que la développable correspondant à une valeur de ω est un cylindre ; on sait que sa section droite doit être la développée d'une courbe algébrique. Il suffira de le démontrer pour le cas où ω sera égal à $\frac{\pi}{2}$.

Les coordonnées du point de tangence sont

$$x = \frac{3h}{2}\frac{\cos\mu}{\sin^2\mu}, \quad y = \frac{h}{2}\frac{(\sin^2\mu - 2\cos^2\mu)}{\sin^3\mu},$$

mais, d'après la théorie générale, le rayon de courbure de la développante cherchée est

$$R = \frac{h}{2} \cos \mu \, \frac{3 \sin^2 \mu + 2 \cos^2 \mu}{\sin^3 \mu};$$

on en déduit sans peine que la développante est l'enveloppe de la droite ayant pour équation

$$- x \sin \mu + y \cos \mu = \frac{h}{2} \cot \mu.$$

On en peut donner la définition suivante : c'est l'*enveloppe d'un côté d'un angle droit dont l'autre côté touche le cercle de rayon* $\frac{h}{2}$ *et dont le sommet décrit un diamètre du cercle.*

On peut définir l'élassoïde conjugué comme admettant pour géodésique la développée de la courbe précédente; celle-ci a pour équation cartésienne

$$x^2 (8a^2 + y^2)^2 = [4x^2 + 3(y^2 - a^2)] [(y^2 - a^2)^2 - 12a^2x^2],$$

et sa développée

$$\frac{2^4}{3^4} \frac{x^6}{a^4} - \frac{4}{3} \frac{x^2}{a^2} (2x^2 + 9y^2) - \frac{9y^2}{a^2} + 9(x^2 + y^2) = 0,$$

elles sont toutes deux *du sixième ordre.*

§ 167.

Équation de la courbe de contact des cylindres dérivant des paraboloïdes homofocaux lorsqu'on les a étendus sur un plan (sixième ordre).

Pour compléter l'étude des courbes des deux élassoïdes correspondant aux paraboloïdes, il convient de chercher ce qu'elles deviennent lorsqu'on aplatit les cylindres circonscrits sur un plan. On sait d'après la théorie générale que dans ce cas la courbe de contact se transforme *en une seule courbe algébrique ;* elle a pour équation

$$0 = \frac{4^3}{3^3 . h^4} \left(\frac{z^2}{\cos^2 \omega} - \frac{R^2}{\sin^2 \omega} - h^2 \right)^3 + \frac{4^2}{3 . h^2} \left(\frac{z^2}{\cos^2 \omega} - \frac{R^2}{\sin^2 \omega} - h^2 \right)^2 + 3 \left(\frac{z^2}{\cos^2 \omega} - \frac{4}{3} \frac{R^2}{\sin^2 \omega} - 1 \right),$$

Z et R étant les deux coordonnées; *la courbe est donc du sixième degré.*

Pour déterminer le degré de l'élassoïde conjugué, il convient de chercher sa section par le plan des XY qui est un plan de symétrie.

§ 168.

Degré de l'élassoïde conjugué (26).

1° $\sin\varphi = 0$ l'axe des y *sextuple* appartient au lieu, quatre nappes sont imaginaires, deux sont réelles aux points tels que

$$y^2 > h^2.$$

2°
$$(1 + \lambda^2)\sin^2\varphi - 3\lambda^2\cos^2\varphi = 0.$$

La courbe est double; remplaçant λ^2 par ω, l'équation s'obtiendra en éliminant ω entre les relations

$$\omega^2 + \omega\left(1 \pm \frac{4}{3^{\frac{3}{2}}}\frac{x}{h}\right) \pm \frac{x}{3^{\frac{3}{2}}h} = 0,$$

$$\omega\frac{3^{\frac{3}{2}}y^2}{hx} + (1 + \omega)(1 - 2\omega)^2 = 0,$$

on trouve deux courbes distinctes suivant le signe donné à x; elles sont du cinquième degré et ont pour équation

$$2\frac{y^4}{h} + 3h\left(1 - 16\frac{x'^2}{h^2}\right) = 2.3^2hx'^2\left(1 + 4\frac{x'}{h}\right)^2 + y^2\left[\left(1 + \frac{6x'}{h}\right)2 - x'\left(1 + \frac{8x'}{h}\right)\left(2^3\frac{x'}{h} + 5\right)\right],$$

où l'on a posé

$$\pm x = x'3^{\frac{3}{2}} \text{ (*)}.$$

On en conclut que le degré est 26.

(*) Il existe deux autres plans (à 45° sur les premiers) qui sont plans de symétrie, qui coupent par conséquent l'élassoïde suivant une ligne double laquelle se décompose en deux lignes du cinquième degré. La section par le plan des ZY comprend comme ligne de courbure une hypocycloïde à quatre rebroussements.

§ 169.

Formation d'un réseau isométrique sphérique composé de biquadratiques, comme application de la théorie générale.

On sait que les génératrices des paraboloïdes homofocaux peuvent être considérées comme les rayons d'une congruence isotrope dérivée d'un certain réseau isométrique tracé sur la sphère, réseau qui variera par conséquent avec la position du centre de la sphère; cherchons en particulier ce qu'il est dans le cas où la sphère a pour centre le point milieu du segment focal.

Nous trouvons pour intégrales des lignes du réseau

$$\frac{\sin 2\omega}{\cos 2\varphi} = ai,$$

$$\frac{\sin 2\varphi}{\cos 2\omega} = b,$$

où a et b sont les constantes caractéristiques de ces lignes. En coordonnées cartésiennes, on trouve

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{2RX}{Y^2 - Z^2}, \\ b &= \frac{2YZ}{2X^2 + Y^2 + Z^2} \end{aligned}\right\} \text{ avec } R^2 = X^2 + Y^2 + Z^2;$$

ce sont donc des biquadratiques.

Si l'on cherche l'expression du quarré de l'élément linéaire de la sphère, on trouve

$$\frac{dS^2}{R^2} = \frac{1}{2}\,\frac{(1+a^2)(1+b^2)}{1+a^2b^2+\sqrt{(1+a^2)(1+a^2b^2)}}\left[\frac{da^2}{(1+a^2)^2} + \frac{db^2}{(1-b^2)^2}\right].$$

ainsi se vérifie cette conséquence de la théorie générale, que le réseau est orthogonal et isométrique.

Voilà bien assez de détails au sujet des élassoïdes dérivés des paraboloïdes homofocaux.

CHAPITRE XX.

ÉTUDE DES ÉLASSOÏDES APPLICABLES SUR DES SURFACES DE RÉVOLUTION (*).

---

§ 170.

Les géodésiques principales, et leurs trajectoires orthogonales, sur des élassoïdes applicables sur des surfaces de révolution ont pour image sphérique un réseau orthogonal formé de grands cercles et de petits cercles.

Bour a montré qu'il existe une famille d'élassoïdes applicables sur des surfaces de révolution; nous terminerons cette étude des élassoïdes par une étude de ces surfaces remarquables dont un grand nombre sont algébriques, sur lesquelles on peut intégrer l'équation des lignes de courbure et de leurs trajectoires, et dont (par définition) les géodésiques s'obtiennent par de simples quadratures.

Rappelons rapidement les propriétés fondamentales de ces surfaces. Tout réseau orthogonal d'un élassoïde a pour image sphérique un réseau orthogonal. Soient A, B les courbures normales des courbes transformées, sur l'élassoïde, des méridiens et des parallèles des surfaces de révolution, D le paramètre de déviation, l'élément linéaire de l'élassoïde et celui de la sphère sont

$$dS^2 = f^2du^2 + g^2dv^2,$$
$$dS'^2 = (A^2 + D^2)(f^2du^2 + g^2dv^2).$$

A et B sont égaux et de signe contraire, mais les lignes (v) et (u) étant sur l'élassoïde des géodésiques et des cercles géodésiques, f et g sont des

(*) Ce chapitre est le résumé d'une étude entreprise par M. Rouquet sur ma demande.

fonctions de u seule. D'un autre côté, la troisième équation de Codazzi, appliquée au réseau (u, v) de l'élassoïde, donne

$$fg(A^2 + D^2) = \frac{d}{du}\left(\frac{dg}{f du}\right),$$

par conséquent $A^2 + D^2$ qui est fonction de g et de f est une simple fonction de u. Ceci démontre que sur la sphère les coefficients du quarré de l'élément linéaire sont tous deux fonction de u seule. Dès lors *les lignes* v *sont des géodésiques et par conséquent des grands cercles ; les lignes* u *sont des cercles géodésiques et par conséquent des petits cercles.*

On sait qu'un semblable réseau ne peut être composé que de grands cercles ayant un diamètre commun et de petits cercles ayant pour pôles les extrémités de ce diamètre.

En conséquence le carré de l'élément linéaire de la sphère se mettra sous la forme la plus simple

$$dS'^2 = du^2 + \sin^2 u \,.\, dv^2.$$

Nous prendrons pour surface de référence la sphère rapportée à ce réseau particulier. Désignons par t la distance du centre de la sphère (de rayon unité) au plan tangent de l'élassoïde; posant

$$M = \frac{d^2t}{du^2} + t,$$

$$M' = \frac{1}{\sin u} \cdot \frac{d^2t}{dv^2} + \cos u \frac{dt}{du} + t \sin u,$$

$$N = \frac{d^2t}{du dv} - \cot u \frac{dt}{dv},$$

on trouve pour l'élément linéaire de la surface-enveloppe du plan t, par les calculs de périmorphie

$$dS^2 = \left(M^2 + \frac{N^2}{\sin^2 u}\right) du^2 + (M'^2 + N^2) dv^2 + 2N\left(\frac{M'}{\sin u} + M\right) du dv.$$

La surface est élassoïde si le réseau (u, v) correspondant au réseau sphérique est orthogonal et n'est pas celui des lignes de courbure (ce qui élimine l'hypothèse de $N = 0$).

Conséquemment nous devrons avoir

$$M' = -M\sin u,$$

et pour que l'élassoïde soit applicable sur une surface de révolution (nous désignerons par (ε_r) les élassoïdes de cette nature) il faut et il suffit que $\left(M^2 + \frac{N^2}{\sin^2 u}\right)$ soit une simple fonction de u.

§ 171.

Equation générale des cylindres circonscrits le long des géodésiques principales des élassoïdes (ε_r).

Nous poserons donc

$$M = U\cos V, \qquad \frac{N}{\sin u} = U\sin V;$$

on démontre que V est une simple fonction de v. Par des calculs dont nous supprimons le détail, on trouve

$$t = \frac{a}{m(m^2-1)}\cot^m\frac{u}{2}(m-\cos u)\cos m(v+v_0) + \sin u(V_1 + U_2),$$

où l'on a posé

$$V_1 = b\cos v + b'\sin v, \quad U_2 = c\cot u.$$

Les constantes b, b', c n'ont d'influence que sur la position de la surface et a sur son échelle de grandeur. La constante v_0 influe seulement sur l'orientation de la surface; la constante m est donc la seule à considérer et toutes les autres peuvent être annulées sans inconvénient; on aura donc

$$t = \frac{a}{m(m^2-1)}\cot^m\frac{u}{2}(m-\cos u)\cos mv.$$

L'élassoïde (ε_r) *est l'enveloppe de cylindres semblables entre eux dont les courbes de contact sont des géodésiques de l'élassoïde.*

§ 172.

Forme des élassoïdes (ε_r).

L'élassoïde est composé de nappes identiques dont une entière s'obtient en faisant varier u de 0 à π et v de 0 à $\frac{2\pi}{m}$.

La surface entière s'obtiendra en faisant tourner cette nappe de l'angle $\frac{2\pi}{m}$ indéfiniment. Si m est un nombre entier on retrouvera la nappe primitive, après m rotations; si m est un nombre fractionnaire $\frac{p}{q}$, p rotations seront nécessaires pour retrouver la première nappe $\left(\frac{p}{q}\right.$ étant supposée irréductible$\left.\right)$.

De ce que t ne change pas quand on change v en $\frac{2\pi}{m} - v$, il résulte que chaque nappe admet un plan de symétrie.

Les élassoïdes (ε_r), algébriques, correspondent aux valeurs commensurables de m.

§ 173.

Rectification des géodésiques principales. Lignes de courbure.

Les lignes (v) de l'élassoïde ont pour longueur

$$S_v = \frac{a}{m^2 - 1} \frac{\cot^m \frac{u}{2} (m - \cos u)}{\sin u}.$$

Si l'on cherche l'équation des lignes de courbure, on trouve, pour l'angle qu'elles font avec la ligne (v),

$$\varphi = k\frac{\pi}{2} + \frac{mv}{2};$$

mais l'angle mv est celui que fait la ligne (v) de l'élassoïde avec son image sphérique, conséquemment : *En un point d'un élassoïde (ε_r) les directions des lignes de courbure sont les bissectrices des angles que forment les directions de la ligne (v) passant en ce point et de son image sphérique ; ces angles croissent proportionnellement au module* m *et au paramètre* v. *Une même ligne (v) coupe sous un angle constant les lignes de courbure de la surface.*

Les équations des lignes de courbure sont

$$\cot\frac{mu}{2}.\sin^2\frac{mv}{2}=h^2,$$

$$\cot\frac{mu}{2}.\cos^2\frac{mv}{2}=k^2,$$

où h et k sont les paramètres de chacune de ces lignes.

Les lignes de courbure comme les lignes asymptotiques sont algébriques. Il convient, pour se figurer ces courbes, de faire la projection stéréographique de leur image sphérique sur le plan des YZ (le point de vue étant à un pôle du grand cercle situé dans ce plan).

§ 174.

Projections stéréographiques des images des lignes de courbure (Spirales de Lamé).

ρ désignant le rayon vecteur, dans le plan YZ, on a pour les perspectives des images des lignes de courbure

$$\rho^m.\sin^2\frac{mv}{2}=h^2,$$

$$\rho^m.\cos^2\frac{mv}{2}=k^2.$$

Ce sont des spirales dont M. Haton a résumé les propriétés (*Nouvelles Annales de mathématiques*, 1876, pp. 97 à 108). Les lignes asymptotiques donneraient lieu à des perspectives identiques aux précédentes, l'axe polaire ayant simplement tourné de $\frac{\pi}{2m}$. Ces spirales se coupent à angle droit; elles forment un réseau isométrique (Lamé, *Journal de Liouville*, 1re sér., t. I, p. 86).

Pour que les courbes précédentes deviennent des cercles ou des droites, m devra être égal à deux. Dans ce cas, les lignes de courbure ont pour image sphérique des cercles et par conséquent sont planes. L'élassoïde correspondant est celui d'Enneper.

L'élément linéaire de l'élassoïde (ε_r), rapporté aux lignes de courbure, est

$$dS^2 = \frac{a^2}{m^2}(h^2 + k^2)\left[(h^2 + k^2)^{\frac{1}{m}} + (h^2 + k^2)^{-\frac{1}{m}}\right]^2 (dh^2 + dk^2).$$

§ 175.

Tous les élassoïdes groupés correspondant à un élassoïde (ε_r) sont identiques à celui-ci. Les élassoïdes groupés qu'on peut déduire du réseau isométrique des lignes de courbure sont des (ε_r) identiques.

On pourrait manifestement déduire de nouveaux élassoïdes groupés de la connaissance des réseaux isométriques, images des lignes de courbure. Ces élassoïdes seraient algébriques en même temps que les spirales; il suffit de les signaler. Ces nouveaux élassoïdes ne diffèrent pas de ceux qui nous occupent. En effet, les trajectoires sous un angle arbitraire des spirales représentant les lignes de courbure ne sont autre chose que ces spirales tournées d'un certain angle ; conséquemment tous les élassoïdes groupés seraient identiques entre eux, absolument comme les élassoïdes (ε_r) et les élassoïdes stratifiés. Les images sphériques de leurs lignes de courbure, trajectoires les unes des autres, devront être identiques, elles sont la perspective des spirales indiquées ci-dessus.

§ 176.

Classe des élassoïdes (ε_r).

Il est facile d'établir la classe des élassoïdes (ε_r).

Posant :

$$\rho^2 = X^2 + Y^2 + Z^2,$$

on obtient :

$$X = \rho\cos u, \quad Y = -\rho\sin u\cos v, \quad Z = -\rho\sin u\sin v,$$

$$\rho l = a^2,$$

X, Y, Z désignant les coordonnées d'un point de la polaire réciproque. On trouve en exprimant t en X et Y

$$t = \frac{(-1)^m a}{2m(m^2-1)} \frac{(Y+iZ)^m + (Y-iZ)^m}{(\rho - X)^m} \cdot \frac{m\rho - X}{\rho},$$

d'où résulte pour l'équation cherchée

$$[(Y+iZ)^m + (Y-iZ)^m](m\rho - X) = 2am(m^2-1)(X-\rho)^m.$$

Il y a trois cas à distinguer suivant que m est un nombre entier, fractionnaire ou incommensurable.

1° *Lorsque le module* m *est un nombre entier positif, la classe de l'élassoïde* (ε_r) *est égale à* $2(m+1)$.

2° Le module m est commensurable et égal à $\frac{p}{q}$, on a donc

$$\left[(Y+iZ)^{\frac{p}{q}} + (Y-iZ)^{\frac{p}{q}}\right]^q (m\rho - X)^q = k^q (X-\rho)^p,$$

en donnant à k la valeur

$$k = 2am(m^2-1)$$

Pour faire disparaître les radicaux d'indice q, il faut former la *norme* de l'équation, c'est-à-dire le produit

$$\Pi_{\mu=0}^{\mu=q-1}\left[\left\{(Y+iZ)^{\frac{p}{q}} + \alpha_\mu (Y-iZ)^{\frac{p}{q}}\right\}^q (m\rho - X)^q - k^q (X-\rho)^p\right],$$

où α_μ désigne l'une quelconque des racines de l'équation binôme

$$\omega^2 - 1 = 0.$$

On obtiendra ainsi une fonction entière de X, Y, Z, ρ, de degré $q(p+q)$ qui sera le premier membre d'une équation où il ne subsistera plus qu'un radical contenant ρ. Conséquemment l'*équation de la polaire réciproque sera de degré* $2q(p+q)$.

Par exemple, lorsque $m = \frac{1}{2}$ la classe est 12.

3° Lorsque m est incommensurable, les élassoïdes ne sont plus algébriques.

§ 177.

Valeurs des coordonnées d'un élassoïde (ε_r). Degré égal à $(m+1)^2$ si le module m est entier.

Les coordonnées d'un point de l'élassoïde, en introduisant comme paramètre auxiliaire la fonction désignée ci-dessus

$$\rho = \cot\frac{u}{2},$$

deviennent

$$\begin{aligned} X &= \frac{a}{m}\rho^m \cos mv, \\ Y &= \frac{a}{2}\left[\frac{\rho^{m+1}}{m+1}\cos(m+1)v - \frac{\rho^{m-1}}{m-1}\cos(m-1)v\right], \\ Z &= \frac{a}{2}\left[\frac{\rho^{m+1}}{m+1}\sin(m+1)v + \frac{\rho^{m-1}}{m-1}\sin(m-1)v\right]. \end{aligned}$$

Ce sont, à des différences insignifiantes près, les formules données par Bour.

Dans le cas où m est entier et positif, on peut établir l'ordre de l'élassoïde. On trouve, par des considérations assez détaillées, que le plan des YZ coupe la surface suivant m droites, écartées de l'angle $\frac{\pi}{m}$, deux à deux, passant toutes par l'origine, de multiplicité $m+1$. Le plan contient en outre la droite de l'infini comme droite de multiplicité égale à $m+1$. Dans ce cas, l'ordre de la surface est égal à $(m+1)^2$.

§ 178.

Chaque courbe (u) est située sur une quadrique.

On peut, sans sortir de la généralité, établir certaines propriétés des courbes (u); on trouve, en effet, la relation

$$\frac{4}{a^2}\left(Y^2 + Z^2 + \frac{m^2}{m^2-1}X^2\right) = \left(\frac{\rho^{m+1}}{m+1} - \frac{\rho^{m-1}}{m-1}\right)^2;$$

lorsque u reste constant et par conséquent ρ, on voit que la courbe (u) est

située sur une quadrique de révolution homothétique à la quadrique fixe

$$Y^2 + Z^2 + \frac{m^2}{m^2 - 1} X^2 = a^2.$$

On peut trouver une autre relation indépendante de v. En posant

$$\cos v + i \sin v = \lambda,$$

on a les équations simultanées

$$\frac{2}{a}(Y + iZ) = \frac{\rho^{m+1}}{m+1} \lambda^{m+1} - \frac{\rho^{m-1}}{m-1} \frac{1}{\lambda^{m-1}},$$

$$\frac{2}{a}(Y - iZ) = \frac{\rho^{m+1}}{m+1} \cdot \frac{1}{\lambda^{m+1}} - \frac{\rho^{m-1}}{m-1} \cdot \lambda^{m-1},$$

entre lesquelles, si on éliminait λ, on aurait une relation ne dépendant que de u.

§ 179.

Les géodésiques principales (v) *sont l'intersection de cônes du second degré et de cylindres, elles sont de degré* 2m — 1 *si* m *est entier.*

De même en cherchant à isoler les courbes (v) on trouve

$$[Z \cos(m-1)v + Y \sin(m-1)v][Z \cos(m+1)v - Y \sin(m+1)v] = \frac{m^2 X^2}{m^2 - 1} \sin^2 m V,$$

avec la relation

$$\frac{2}{a}[Z \cos(m+1)v - Y \sin(m+1)v]^m = \frac{(mX \sin mv)^{m-1} . \sin 2mv}{(m-1)^m}:$$

ces lignes sont les intersections de cônes du second degré et de cylindres, ayant en commun l'intersection des plans

$$X = Z \cos(m+1)v - Y \sin(m+1)v = 0.$$

Conséquemment, lorsque m est un nombre entier, les courbes (v) sont d'ordre $2m - 1$.

Enfin, on peut trouver deux plans correspondants à chaque courbe (v) et tels que cette courbe s'y projette suivant deux courbes toujours semblables à elles-mêmes.

§ 180.

Géodésiques principales planes. Équation.

On sait que les lignes (v) sont géodésiques, il en est de planes, toutes identiques entre elles; une de ces courbes détermine l'élassoïde (ε_r); on peut la définir par les valeurs des coordonnées d'un point

$$X = \frac{a}{m}\rho^m, \qquad Y = \frac{a}{2}\left(\frac{\rho^{m+1}}{m+1} - \frac{\rho^{m-1}}{m-1}\right),$$

ou comme l'enveloppe de la droite

$$X\cos u - Y\sin u = \frac{a}{m(m^2-1)}\cot^m\frac{u}{2}(m - \cos u).$$

§ 181.

m = 2, *élassoïde d'Enneper du neuvième degré.* m = $\frac{1}{2}$, *élassoïde de douzième ordre et de douzième classe. Équations.*

Pour ne pas prolonger indéfiniment ces monographies, nous rappellerons simplement que dans le cas où $m = 2$, l'élassoïde est celui d'Enneper; ses lignes de courbure sont des cubiques planes; en appliquant les considérations développées ci-dessus, on trouve pour son équation

$$\left[\frac{3}{a^2}\left(Y^2 + Z^2 + \frac{8}{9}X^2\right) - \frac{2}{3} + \frac{3(Y^2 - Z^2)}{aX}\right]^2 = 6\left[\frac{8X^2}{9a^2} - \frac{Y^2 - Z^2}{aX} + \frac{2}{3}\right]^3.$$

Un cas fort intéressant et qui justifierait une étude détaillée est celui où $m = \frac{1}{2}$; les lignes (v) dans ce cas sont des biquadratiques; l'équation de la surface est

$$\begin{aligned}&\left[12a^4X^2 - (X^3 - 6a^2Y)^2\right]^2 \\ &= 27X\left(Y^2 + Z^2 - \frac{X^2}{3}\right)\left\{27a^4X^2\left[9X(Y^2 + Z^2) + (X^3 - 24a^2Y)\right] - (X^3 - 6a^2Y)^3\right\};\end{aligned}$$

on voit qu'elle est du douzième degré; on sait d'ailleurs que cette surface est aussi de douzième classe.

CHAPITRE XXI.

PROPRIÉTÉS DIVERSES, RELATIVES AUX ÉLASSOÏDES.

Nous terminerons cette étude en réunissant quelques propositions relatives aux élassoïdes et ne se rattachant pas directement aux divers chapitres dont il a été traité.

§ 182.

Les axes d'une congruence de cercles qui n'a que deux focales à distance finie, forment une congruence isotrope. Transformation par rayons vecteurs réciproques.

Occupons-nous d'abord des congruences isotropes : cet élément géométrique s'introduit d'une façon tout à fait inattendue dans la théorie des congruences de cercles. Lorsque des cercles remplissent l'espace comme les droites d'une congruence (lorsque, par exemple, on trace un cercle unique dans chacun des plans tangents d'une surface donnée), ces courbes touchent dans l'espace certaines surfaces qui, en général, ont quatre nappes situées à distance finie et qui à l'infini rencontrent l'ombilicale, *mais lorsque deux des nappes-enveloppes passent à l'infini, les axes des cercles forment toujours une congruence isotrope.*

La réciproque est exacte. On peut donc former autant de congruences de cercles que l'on veut, n'ayant que deux focales simples à distance finie, car les rayons des cercles sont arbitraires [pourvu qu'ils ne soient pas nuls].

Si, par exemple, on considère des congruences de cercles, ayant mêmes axes, et formant une congruence isotrope, les fonctions définissant la variation arbitraire des rayons ne joueront aucun rôle dans la nature de l'élassoïde moyen; mais, que l'on vienne à transformer ces congruences de cercles par rayons vecteurs réciproques, il est manifeste qu'on obtiendra de nouvelles congruences de cercles n'ayant que deux focales à distance finie. Seulement on aura fusionné, pour ainsi dire, les deux fonctions caractéristiques de la congruence isotrope primitive avec deux autres — qui définissent les cercles; — on aura donc créé une congruence isotrope nouvelle. On conçoit, de la sorte, qu'il soit facile d'obtenir une infinité d'élassoïdes algébriques déduits tous les uns des autres (*).

§ 183.

Transformation d'une congruence isotrope en congruence normale.

Nous avons montré que si l'on porte sur les tangentes à la sphère, dans la direction des courbes (u ou v) d'un réseau isométrique des longueurs égales au λ du réseau isométrique, l'extrémité du segment est le pied mobile du rayon d'une congruence isotrope. Si, au lieu de porter un segment égal à λ, on portait un segment égal à $\frac{a^2}{\lambda}$, on construirait une nouvelle congruence, cette fois, formée de normales à une surface. L'application aux quadriques homofocales introduit une surface dépendant des fonctions elliptiques.

(*) En réalité, bien qu'on ait introduit par une transformation deux fonctions arbitraires nouvelles, elles se confondront en partie avec celles de la première congruence isotrope, de façon qu'il ne figure réellement que deux fonctions arbitraires dans la définition de la nouvelle congruence.

§ 184.

Congruence normale déduite d'un réseau isométrique tracé sur un élassoïde.

Portant sur les tangentes aux courbes (u, v) d'un réseau isométrique des segments égaux aux valeurs des λ, et, par les extrémités menant des parallèles à la normale au point (u, v), on sait que les congruences des droites obtenues sont isotropes, si la surface de référence est une sphère. Au contraire, si cette surface est un élassoïde, les congruences sont formées de normales à des surfaces.

Les élassoïdes (ε_r) applicables sur des surfaces de révolution donnent lieu à des lignes asymptotiques algébriques si le module m est commensurable; d'après notre théorème sur la correspondance des asymptotiques d'un élassoïde moyen et de la surface moyenne, on voit que pour chaque valeur de m on aura une ∞^1 de surfaces moyennes des congruences isotropes satisfaisantes sur lesquelles les asymptotiques s'obtiendront immédiatement sans quadratures.

§ 185.

Les surfaces moyennes correspondant aux élassoïdes (ε_r) et une surface par élassoïde, également applicable sur une surface de révolution, ont leurs asymptotiques qui correspondent à celles des (ε_r).

Mais, d'après un théorème de M. Weingarten, à tout élassoïde (ε_r) applicable sur une surface de révolution correspondra une autre surface (S) également applicable sur une surface de révolution, mais non élassoïde, constituant avec (ε_r) la développée d'une certaine surface dont les rayons de courbure sont fonctions l'un de l'autre. Cette dernière surface s'obtiendra

chaque fois sans quadrature puisque nous avons rectifié les géodésiques méridiennes de (ε_r); elle sera algébrique en même temps que (ε_r), c'est-à-dire toutes les fois que le module m sera commensurable.

D'après un théorème (qui nous appartient), sur les surfaces (ε_r) et (S), nappes de la développée d'une surface dont les rayons de courbure principaux sont liés, les asymptotiques se correspondent encore; conséquemment à chaque valeur du module m correspondra une surface (S) dont on saura trouver sans quadrature les asymptotiques.

On obtient ainsi une double famille de surfaces (ε_r) et (S) simultanément algébriques et toutes deux applicables sur des surfaces de révolution; celles-ci ne peuvent être que transcendantes quand elles sont réelles.

§ 186.

Sur les deux nappes de la développée d'un élassoïde les asymptotiques se correspondent, ainsi qu'aux lignes de longueur nulle de l'élassoïde.

Dans le même ordre d'idées, la théorie des élassoïdes met aussi en évidence une famille intéressante de surfaces applicables sur des surfaces de révolution; en effet, on peut envisager les deux nappes de la développée d'un élassoïde comme satisfaisant à cette condition; toutes deux sont applicables sur une surface de révolution dont le profil serait une développée de chaînette (qui serait, par conséquent, transcendante); pourtant chaque élassoïde algébrique donne lieu à une développée algébrique.

Si l'on applique notre théorème à ces nappes de développée d'élassoïde, on voit que leurs asymptotiques se correspondent; elles sont toujours imaginaires, mais elles correspondent aux lignes de longueur nulle de l'élassoïde dont elles constituent la développée.

§ 187.

Propriété générale au sujet de doubles couples de surfaces applicables l'une sur l'autre.

Tout ce qui précède n'est point une conséquence propre de la théorie des élassoïdes, mais bien de celle, beaucoup plus générale, des couples de surfaces applicables l'une sur l'autre. Si les asymptotiques se correspondent sur l'élassoïde moyen et sur la surface moyenne d'une congruence isotrope, si, de même, elles se correspondent sur les deux nappes de la développée d'une surface dont les rayons de courbure sont liés, c'est qu'il se présente une particularité commune, bien digne d'être mise en lumière : les deux surfaces, dont les asymptotiques se correspondent, peuvent, dans chaque cas, être considérées comme les lieux des milieux de segments dont les extrémités décrivent des surfaces applicables l'une sur l'autre. Or ces doubles couples de surfaces applicables existent toujours associés, et le théorème que voici montre qu'un couple quelconque entraîne avec lui son correspondant :

Soient (A), (A′) deux surfaces applicables, l'une sur l'autre, et (O) la surface lieu des milieux des cordes joignant les points correspondants A et A′; il existe toujours un autre couple (B) (B′) de surfaces applicables tel que la surface (O) soit touchée par tous les plans perpendiculaires sur les milieux des cordes BB′; les couples de points AA′ et BB′ sont réciproques. Conséquemment les surfaces (O) et (Ω) lieux des milieux des cordes AA′, BB′, sont les focales d'une même congruence de droites; de plus, les cordes elles-mêmes sont parallèles aux normales en O et Ω des surfaces (O) et (Ω), AA′ étant parallèle à la normale de (Ω). Enfin, entre les longueurs des cordes AA′, BB′, et les autres éléments de la figure, il existe la relation

$$AA' \times BB' \sin V = k \times O\Omega,$$

où V désigne l'angle des normales à (O) et (Ω) et k une constante. On voit

qu'il y a une infinité de couples associés correspondant à toutes les valeurs de la constante et dérivant d'une même congruence de droites $O\Omega$; celle-ci jouit donc de propriétés spéciales qui ont été mises en évidence dans le cas particulier traité au chapitre VIII.

§ 188.

Autre propriété générale de la correspondance par orthogonalité des éléments.

Mais comme nous l'avons dit, cette théorie des couples de surfaces applicables peut aussi être envisagée différemment : elle coïncide avec celle de la correspondance des surfaces par orthogonalité des éléments dont nous avons parlé constamment au cours de l'étude qui précède. Il ne sera pas inutile de donner ici (à raison d'une application fort simple aux élassoïdes) le théorème qui domine la théorie.

Soient deux surfaces (O) et (M) qui se correspondent par orthogonalité des éléments; si par les points de (M) on mène des droites D parallèles aux normales de (O), elles forment une congruence telle que : 1° (M) *en soit la surface moyenne; 2° les plans principaux (tangents aux surfaces focales) sont perpendiculaires aux asymptotes de l'indicatrice en O à* (O).

Dès lors, si l'on trace les images sphériques (α) et (β) des asymptotiques de (O), *ce sont précisément les images sphériques principales de la congruence* (D).

Conséquemment, si l'on connait le réseau sphérique, image des asymptotiques d'une surface (O), il faudra chercher toutes les congruences l'admettant pour image principale et leurs surfaces moyennes donneront l'intégrale des surfaces (M) correspondant par orthogonalité des éléments à (O).

On peut se donner le réseau sphérique, image des asymptotiques d'une surface inconnue; on sait que (si certaines conditions sont remplies) la surface (O) est déterminée *uniquement*. Quant à la congruence (D), qui admet

le réseau sphérique pour image principale, elle est déterminée par un système *canonique*, c'est-à-dire ramené à l'intégration d'une seule équation aux différentielles partielles, linéaire et du second ordre, de cette forme, seule intégrable explicitement, mise en lumière par M. Moutard.

§ 189.

Recherche des surfaces correspondant par orthogonalité des éléments à un élassoïde.

L'application la plus simple de cette théorie a trait aux élassoïdes. Si (O) est élassoïde, le réseau sphérique, image de ses asymptotiques, est un réseau orthogonal et isométrique; il n'est pas différemment assujetti. On voit d'abord que les conguences (D) sont formées de normales à des surfaces, et en second lieu que ces surfaces ont pour image sphérique de leurs lignes de courbure le réseau isométrique choisi.

Prenant la sphère pour surface de référence et le réseau isométrique pour réseau (u, v) tel que

$$dS^2 = \lambda^2(du^2 + dv^2),$$

on trouve pour l'équation canonique

$$\frac{d^2X}{X\,du\,dv} = \frac{d^2\left(\frac{1}{\lambda}\right)}{\left(\frac{1}{\lambda}\right)du\,dv}.$$

(Voir pour l'intégration le mémoire de M. Moutard, au XLVe cahier du *Journal de l'École polytechnique.*)

§ 190.

Recherche des surfaces se correspondant par parallélisme des plans tangents et par leurs lignes isotropes.

Ces diverses théories se rapprochent encore dans une question qui dérive tout naturellement de l'étude des élassoïdes. La sphère et un élassoïde arbitraire se correspondent à la fois par le parallélisme des plans tangents et par leurs lignes isotropes. Il serait intéressant de connaître tous les couples de surfaces analogues, parce que l'on pourrait faire sur l'une des surfaces la carte de l'autre, en conservant les angles.

Sur les deux surfaces les lignes de courbure se correspondent, et les rayons de courbure principaux sont liés par la relation

$$\frac{R_1}{r_1} + \frac{R_2}{r_2} = 0\ (*);$$

poussant plus avant, on introduit à nouveau la correspondance par orthogonalité des éléments.

Le développement des recherches qui viennent d'être indiquées s'écarterait trop du sujet de ce mémoire; il convient de le réserver pour un travail différent.

(*) Cette relation peut s'écrire

$$\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} = \pm i \sqrt{\frac{R_1}{R_2}};$$

on voit que si ω et ω' désignent les demi-angles des asymptotes de l'indicatrice

$$\operatorname{tg}\omega = \pm i \operatorname{tg}\omega'.$$

Donc les images sphériques des asymptotiques sont simultanément déterminées pour les deux surfaces; l'une est convexe et l'autre à courbures opposées.

CHAPITRE XXII.

CONCLUSIONS.

---

§ 191.

Indication d'une théorie générale dominante.

On a envisagé dans ce qui précède, certaines questions d'ordre général soulevées par la théorie des classoïdes.

Les propositions importantes dominant notre mémoire sont des manifestations plus ou moins élégantes des idées fondamentales émises à propos de l'intégration, sous forme explicite et finie, des équations aux différentielles partielles du second ordre, par M. Moutard; idées indiquées à la Société Philomatique de Paris, le 23 octobre 1869, poursuivies dans le détail à propos de l'équation particulière

$$\frac{1}{Z}\frac{d^2Z}{dudv} = \lambda,$$

dans le XLVe cahier du *Journal de l'Ecole polytechnique.*

§ 192.

Des compléments à donner à ce mémoire.

Si ce mémoire, déjà étendu, comprenait le développement entier du programme que nous nous étions tracé, il contiendrait un chapitre analogue aux chapitres XII et XIII, établissant tous les éléments d'un élassoïde passant par un contour-plan, conjugué d'un autre contour déterminé. Une application intéressante serait faite aux élassoïdes algébriques passant par un cercle. A titre de généralisation, nous aurions voulu pouvoir traiter le problème de la recherche des élassoïdes algébriques passant par une conique ou une biquadratique (*).

Ne conviendrait-il pas également de discuter les élassoïdes algébriques admettant pour géodésiques les épicycloïdes les plus simples? Déjà nous avons vu que l'élassoïde qui admet pour géodésique une hypocycloïde à quatre rebroussements est le conjugué de l'élassoïde dérivé des paraboloïdes homofocaux; il faudrait au moins définir l'élassoïde dont l'hypocycloïde à trois rebroussements et la cardioïde sont des géodésiques.

L'étude des surfaces moyennes mériterait un chapitre spécial; il n'y en a qu'une, celle dérivée des quadriques homofocales, qui soit un peu connue. M. Moutard a montré qu'elle est le lieu de biquadratiques, intersections des hyperboloïdes homofocaux et des cônes supplémentaires aux cônes asymptotes de ces quadriques, ayant pour sommet le centre.

La surface moyenne dérivée des paraboloïdes homofocaux est le lieu d'une double série de paraboles, elle a pour équation

$$\left(y^{\frac{2}{3}} + z^{\frac{2}{3}}\right)^3\left(y^{\frac{2}{3}} - z^{\frac{2}{3}}\right) = 8h\left[x\left(y^{\frac{2}{3}} + z^{\frac{2}{3}}\right) - h\left(y^{\frac{2}{3}} - z^{\frac{2}{3}}\right)\right].$$

L'étude des surfaces moyennes dont les asymptotiques sont algébriques, serait particulièrement intéressante, par exemple, la surface moyenne, la

(*) Nous n'en connaissons d'autres exemples que ceux relatés au chapitre XVIII et au § 181.

plus générale, correspondant à l'élassoïde d'Enneper, dont les coordonnées en fonction des paramètres u et v des lignes de courbure de l'élassoïde sont

$$X = \frac{a(u^2 - v^2)(u^2 + v^2 - 3) + 2(Cu - Bv)}{u^2 + v^2 + 1},$$

$$Y = \frac{-4au^3 + C(u^2 + v^2 - 1) + 2Av}{u^2 + v^2 + 1},$$

$$Z = \frac{4av^3 - B(u^2 + v^2 - 1) - 2Au}{u^2 + v^2 + 1},$$

$$u \pm v = k$$

étant l'équation des asymptotiques.

Sans parler de la transformation par rayons vecteurs réciproques des congruences de cercles à focales doubles, il est d'autres questions véritablement importantes au point de vue théorique et qu'il faudrait élucider.

De même que, si l'on recherche les surfaces dont le réseau des lignes de courbure est de cette nature définie par M. Liouville et qui permet l'intégration des lignes géodésiques, de même, disons-nous, que dans ce cas on trouve avec M. Ossian Bonnet, qu'à part les surfaces de révolution il n'y a que les quadriques; de même si l'on recherche les surfaces élassoïdes sur lesquelles on peut tracer un réseau orthogonal du genre caractérisé par M. Liouville, le problème se divisera en deux parts, la première afférente à la famille de surfaces applicables sur des surfaces de révolution, la seconde se rapportant à *une* surface élassoïde qui n'a pas encore été isolée.

§ 193.

Résultats du présent mémoire.

En résumé, notre travail indique les solutions des problèmes de Monge et de Björling; il fait, croyons-nous, suffisamment ressortir l'importance d'un être géométrique particulièrement simple, la congruence isotrope; il

indique toute l'importance de la correspondance par orthogonalité des éléments, et la liaison naturelle qui existe entre les élassoïdes et les couples de surfaces applicables l'une sur l'autre. La notion des contours conjugués n'est pas sans utilité, et la recherche des contours conjugués algébriques d'un contour algébrique conduit à des applications géométriques intéressantes.

Qu'on nous permette d'attacher quelque importance au résultat trouvé à propos des élassoïdes sur lesquels on peut tracer deux géodésiques pour lesquelles

$$R = \pm k\rho\,;$$

il met en évidence une sorte de transformation isotrope des courbes, qui fait correspondre deux parties de la ligne double d'une congruence isotrope. Il serait bien facile d'effectuer d'élégantes vérifications par le procédé auquel nous faisons allusion.

MÉMOIRE

SUR

LES PHÉNOMÈNES D'ALTÉRATION DES DÉPÔTS SUPERFICIELS

PAR L'INFILTRATION DES EAUX MÉTÉORIQUES

ÉTUDIÉS DANS LEURS RAPPORTS AVEC LA GÉOLOGIE STRATIGRAPHIQUE

PAR

Ernest VAN DEN BROECK.

(Présenté à la Classe des sciences dans la séance du 5 juin 1880.)

AVANT-PROPOS.

Nos connaissances sur les terrains tertiaires de la Belgique se sont, pendant ces derniers temps, considérablement étendues par suite de l'application, faite aux recherches stratigraphiques entreprises depuis peu, des résultats obtenus par l'étude des phénomènes d'altération que produit l'infiltration des eaux météoriques dans les roches superficielles ou voisines de la surface du sol.

C'est en 1874 que nous avons, pour la première fois, attiré l'attention des géologues sur ces curieux phénomènes et sur leur importance dans les recherches stratigraphiques. Depuis lors, nous n'avons cessé de nous attacher à poursuivre l'étude de ces questions et à mettre en évidence les nombreuses applications qu'elles ont fait successivement découvrir à nous et à ceux de nos confrères qui sont entrés dans la même voie.

Des problèmes, autrefois inabordables, des difficultés qu'aucune hypothèse n'avait pu élucider, ont, depuis lors, été résolus avec la plus grande facilité. L'obscurité qui couvrait bien des points de la géologie du bassin

tertiaire belge, s'est dissipée comme par enchantement depuis que l'on a pu y projeter les lumières apportées par la connaissance des phénomènes d'altération.

Ces résultats inespérés attirèrent notre attention sur l'ensemble d'un champ d'investigation peu exploré, et dont l'importance paraissait avoir échappé à ceux mêmes qui en avaient aperçu les premiers linéaments.

Bientôt nous pûmes constater que partout où l'évidence des faits montrait l'intervention rationnelle de ce phénomène spécial d'altération, partout aussi la lumière se faisait et montrait, avec de nouvelles confirmations en faveur de nos vues, l'étendue toujours grandissante des horizons qui s'ouvraient devant l'observateur.

Il ne pouvait d'ailleurs en être autrement par suite de la nature même des agents, si constants et si universels, auxquels notre thèse faisait appel.

Frappé de l'importance des services que l'exploration approfondie de ce nouveau champ d'étude devait rendre aux recherches stratigraphiques, prévoyant les nombreuses simplifications qu'elle devait nécessairement y apporter, nous nous sommes décidé à réunir toutes les observations que nous avions faites, et à compléter ces données par l'exposé de faits isolés signalés par divers auteurs, et montrant la rigoureuse exactitude de nos conclusions.

Groupant ensuite méthodiquement l'ensemble de ces recherches, nous avons tenté d'exposer les résultats qui s'en dégagent et de formuler ainsi la thèse faisant l'objet du mémoire que nous avons aujourd'hui l'honneur de soumettre à l'Académie.

Une communication sommaire, résumant à grands traits nos études sur ce sujet, a été présentée par nous en 1878 à Paris, au Congrès international de géologie. Il nous paraît utile de mentionner cette circonstance, parce que, à la suite de l'impulsion donnée dans ces derniers temps à la question des altérations, quelques travaux récemment publiés ont exposé des vues déjà

admises par nous depuis un certain temps, comme étant la conséquence logique des phénomènes que nous avons mis en lumière.

Près de dix-huit mois se sont écoulés depuis lors. Pendant ce temps, la question de l'altération par voie hydro-chimique, a acquis de jour en jour une importance croissante; les vues exposées par nous se sont vérifiées et ont gagné sans cesse de nouveaux adhérents, en même temps qu'elles ont reçu de nouvelles applications.

Nous croyons donc opportun d'exposer, sans plus tarder, les résultats de nos recherches, d'autant plus que le Compte rendu du Congrès de Paris n'a pas encore paru à l'heure où nous écrivons ces lignes.

Nous n'avons pas cru devoir retracer l'historique de la question. Nous avons cru préférable de la prendre telle qu'elle se présente actuellement et de tenter un travail qui, malgré d'inévitables lacunes, pourra, nous l'espérons, attirer sérieusement l'attention des géologues sur une série de faits et de phénomènes fort peu étudiés.

Dans ce mémoire nous insisterons particulièrement sur les lumières que la thèse des altérations, bien comprise, peut jeter dans l'étude de certains problèmes, tels, par exemple, que ceux abordés par nous dans le cours de nos recherches sur les couches éocènes des environs de Bruxelles, sur les dépôts pliocènes des environs d'Anvers et sur les dépôts quaternaires du bassin de Paris.

Dans cet ordre d'idées on trouvera, dans le chapitre consacré aux *altérations des roches calcaires,* des données non encore présentées jusqu'à ce jour, et des aperçus nouveaux sur les applications stratigraphiques qui découlent de nos recherches.

Ce chapitre offrira donc une utilité pratique très-grande au point de vue des données générales qu'il renferme et des facilités qu'il est appelé à apporter dans les recherches géologiques relatives aux terrains de même nature et d'âge quelconque.

Dans la plupart des autres chapitres on trouvera, outre les résultats de nos études personnelles, quelques observations en partie connues, mais jusqu'ici mal interprétées, se rapportant à notre thèse.

Nous avons, en outre, mentionné, en les groupant, divers faits mal observés jusqu'ici, afin de montrer sous une grande diversité d'effets, l'unité absolue des causes — non soupçonnées jusqu'ici — dont ces faits sont la manifestation.

MÉMOIRE

SUR

LES PHÉNOMÈNES D'ALTÉRATION DES DÉPÔTS SUPERFICIELS

PAR L'INFILTRATION DES EAUX MÉTÉORIQUES

ÉTUDIÉS DANS LEURS RAPPORTS AVEC LA GÉOLOGIE STRATIGRAPHIQUE.

CHAPITRE PREMIER.

CONSIDÉRATIONS PRÉLIMINAIRES SUR LE RÔLE DES AGENTS MÉTÉORIQUES DANS L'ALTÉRATION DES ROCHES.

Depuis longtemps l'attention des géologues était attirée sur l'observation des phénomènes de désagrégation et d'altération des roches superficielles par les agents météoriques.

Tout le monde aujourd'hui s'accorde à reconnaître l'importance qu'il faut attribuer à l'action de l'eau, de l'air, des variations de température, des phénomènes de dilatation et de contraction qui les accompagnent, à l'action de la gelée, de l'humidité, etc., sur la plupart des roches, même les plus dures et les plus compactes.

L'action de l'un de ces facteurs : l'infiltration des eaux météoriques ou pluviales, doit nous occuper spécialement. Mais il convient de rappeler rapidement les phénomènes produits par l'ensemble des autres agents, dont le rôle et les effets, plus faciles à étudier et à reconnaître, serviront de base et de point de départ à nos recherches.

On a parfaitement reconnu que le phénomène de désagrégation superficielle, dû aux agents météoriques, s'opère sur toute la surface de l'écorce terrestre.

Les inégalités du relief : hauteurs et profondeurs, tendent constamment à disparaître. Les roches désagrégées et les parties meubles, qui sont le résultat de leur décomposition, descendent le long des pentes et gagnent sans cesse des niveaux inférieurs. Les pluies et les torrents, les rivières et les fleuves entraînent ces débris en les pulvérisant de plus en plus; d'immenses dépôts sédimentaires s'accumulent ainsi dans la mer, non loin des rivages.

Peu à peu les contours des continents se modifient, non-seulement par suite de cet apport continu de sédiments dus aux érosions mécaniques, mais encore à cause du double travail d'érosion et de sédimentation effectué, le long des rivages, par les vagues de la mer.

Ces causes si simples, mais si universelles, modifient et transforment considérablement la configuration des terres et des mers.

Si nous quittons ce point de vue général et que nous fixions nos regards sur la surface terrestre, presque partout nous y retrouvons, nettement caractérisées, les influences des agents atmosphériques. En effet, on sait qu'il suffit d'observer une carrière récemment ouverte, une coupe nouvelle ou un talus fraîchement coupé, pour se convaincre qu'au point de vue de l'aspect, de la coloration, de l'agrégation, de la solidité et, parfois même, de la composition du dépôt, il existe des différences très-sensibles et souvent considérables entre l'intérieur et la superficie des roches.

Ces phénomènes de désagrégation et d'altération sont produits par les agents atmosphériques. Sous leur influence, la roche s'exfolie, se fissure; certains éléments se modifient ou se dissolvent au contact de l'eau; d'autres s'oxydent au contact de l'air; les agents destructeurs pénètrent, avec les eaux d'infiltration, dans les fentes et les crevasses. En hiver, la congélation agit, non-seulement en faisant fissurer et éclater la roche divisée par les vrais coins d'eau congelée qui en occupent toutes les fentes, mais aussi, en disjoignant peu à peu les parties intactes, imbibées de cette eau de carrière, que l'on sait maintenant exister en abondance dans presque toutes les roches composant l'écorce terrestre. Toutes ces causes réunies, et d'autres encore, telles que l'action corrosive et envahissante des racines d'arbres et des

plantes, etc., multipliées par un facteur d'une puissance illimitée : le temps, produisent des effets surprenants, dont l'universalité commence seulement à être appréciée.

Il faudrait plusieurs chapitres pour exposer en détail l'influence qu'ont sur la désagrégation des roches et sur le nivellement des reliefs du sol, l'*eau*, considérée sous ses diverses formes : humidité, pluie, torrents, sources, rivières et fleuves, nappes souterraines, glaces, avalanches et glaciers, ainsi que l'*air*, sous forme de gaz sec ou humide, chaud ou froid, vent, tempête et orage. Mais, tel n'est pas, nous l'avons déjà dit, le but de ce travail, qui a en vue, non ces actions mécaniques, mais l'altération chimique des dépôts superficiels, causée par les réactions qui s'opèrent à la suite de l'infiltration des eaux météoriques. Notre but est de montrer que dans certaines conditions, fréquentes d'ailleurs à la surface du globe, ces phénomènes d'altération sont très-intenses et présentent des caractères dénotant un véritable métamorphisme.

C'est pour ne pas avoir reconnu cette action que l'on est si souvent arrivé à de fausses interprétations dans les relations stratigraphiques attribuées aux parties altérées et aux parties normales d'un même dépôt.

Nous verrons enfin que l'infiltration des eaux météoriques donne la solution d'une foule de questions dans lesquelles l'altération des roches n'avait pas été reconnue, ou bien avait été à tort attribuée à des influences thermales, geysériennes ou volcaniques. Ces interprétations ont donné lieu à des hypothèses encombrantes et d'ailleurs inexactes. De plus, on ôtait ainsi aux phénomènes géologiques cette généralité, cette grandeur et cette unité d'action qui les caractérisent.

Les phénomènes d'altération par infiltration superficielle ont-ils toujours passé inaperçus? Certainement non, car bien avant nos premières recherches, provoquées en 1874, par une observation due à M. le professeur Dewalque, des remarques isolées avaient déjà été faites au sujet de cette influence particulière des agents météoriques. Toutefois, l'examen de la question sous son véritable jour, c'est-à-dire au point de vue général de ses applications stratigraphiques, n'avait pas encore été entrepris. Personne ne paraît jusqu'ici avoir entrevu la loi si simple qui régit l'altération chimique des dépôts super-

ficiels, phénomène qui donne naissance à un métamorphisme lent et continu, pouvant compter parmi les plus intéressantes des causes actuelles en géologie.

Les chimistes et les minéralogistes ont, surtout en Allemagne, mis nettement en relief toute l'importance du phénomène considéré au point de vue chimique et lithologique, mais les géologues stratigraphes n'ont guère compris jusqu'ici le parti qu'ils pouvaient tirer de ces observations. Le plus souvent, ils n'ont cru devoir reconnaître qu'un caractère local et tout accidentel aux observations qui s'offraient à eux. Ils ont parfois reconnu la nature du phénomène : l'action dissolvante d'une eau chargée d'acide, mais ils lui ont attribué des origines extraordinaires, nécessitant des hypothèses que rien ne justifiait. Lorsque, enfin, ils se sont trouvés dans la bonne voie, ils ont exposé leur manière de voir sous forme de simples essais sans jamais tenter aucune généralisation.

Nous croyons donc utile dans nos recherches sur cette question, non-seulement de faire connaître d'une manière suffisamment détaillée nos observations personnelles, mais encore de grouper en un faisceau homogène de nombreux faits restés isolés et sans corrélation entre eux.

Mettre en évidence la simplicité des causes relativement à la multiplicité des effets; démontrer l'universalité du phénomène, son importance au point de vue des recherches géologiques, attirer enfin l'attention des géologues sur un ensemble de faits constituant la base d'une thèse qui ne peut manquer de trouver partout à l'étranger, dans tous les terrains et sous toutes les latitudes, des applications de toute espèce, tel est notre but! Ce caractère d'universalité qui doit nécessairement s'imposer et se vérifier de jour en jour sera la plus sûre démonstration de notre thèse.

L'action des infiltrations superficielles ne se borne pas à produire des altérations dans les roches de la surface, ou bien dans celles en contact avec les nappes souterraines; elle donne également lieu à une importante série de phénomènes hydro-chimiques et de pseudomorphoses dans l'épaisseur de l'écorce terrestre. Ces phénomènes ont été dans ces dernières années l'objet des études d'un nombreux groupe de minéralogistes et de chimistes étrangers, qui ont montré le rôle important, non soupçonné auparavant, de l'eau d'infiltration dans la formation des minéraux et des roches.

Le *Traité de géologie et de paléontologie* de Credner, dont la traduction française a été publiée il y a deux ans [1], contient un excellent résumé de ces résultats si nouveaux et si intéressants.

Pour en revenir à l'étude plus spéciale qui fait l'objet de ce travail, c'est-à-dire à l'altération chimique et au métamorphisme des dépôts superficiels, voyons maintenant la nature exacte des agents concourant à la production de ces phénomènes, et examinons rapidement leurs rôles respectifs.

On sait que l'eau de pluie contient à l'état de dissolution de l'oxygène et de l'acide carbonique. Ainsi, M. Peligot a constaté qu'un litre d'eau de pluie contient en dissolution 25 centimètres cubes de gaz, dont 31.20 % d'oxygène et 2.40 % d'acide carbonique, c'est-à-dire une quantité plus notable de ces deux gaz qu'il n'en existe proportionnellement dans l'air atmosphérique.

D'autre part, il est établi que l'eau de pluie s'assimile, pendant son infiltration dans le sol, et surtout dans un sol végétal, une quantité supplémentaire, souvent considérable, d'acide carbonique.

Il a été démontré que les gaz tenus en dissolution dans l'eau sont, en grande partie, absorbés lors du passage de celle-ci au travers de corps poreux, comme le sont la plupart des roches. Cette absorption provient surtout des réactions qui s'opèrent lorsque l'acide carbonique et l'oxygène dissous dans l'eau se trouvent en contact avec les éléments calcaires, ferreux, etc., des dépôts traversés. L'acide carbonique disparaît presque entièrement; l'oxygène diminue dans une proportion notable.

Ainsi l'expérience qui a été faite par MM. Lefort et Poggiale sur du sable quartzeux pur (moins favorable cependant que tout autre aux réactions chimiques) a démontré que de l'eau contenant en dissolution $7^{cc}18$ d'oxygène ne renfermait plus, après le filtrage au travers de ce sable, que $5^{cc}91$ du même gaz.

Le gaz en dissolution dans l'eau de pluie est, nous l'avons dit, infiniment plus riche en acide carbonique et en oxygène que l'air atmosphérique. Par suite, l'eau pluviale qui s'infiltre au travers des dépôts superficiels et qui

[1] Credner, *Traité de géologie*, traduit de l'allemand sur la troisième édition par R. Moniez. Paris, 1878.

s'y étale souvent en nappes étendues, constitue un agent d'oxydation et de dissolution bien plus puissant que l'air atmosphérique.

On sait que l'eau chargée d'acide carbonique est un puissant dissolvant du calcaire. Mais les altérations des dépôts superficiels ne sont pas limitées aux seules roches calcaires; le contact des eaux atmosphériques suffit pour décomposer la nombreuse série des roches feldspathiques, pour réduire en terres meubles ou en argiles plastiques les roches schisteuses, pour modifier ou dissoudre certains éléments de ces dernières et surtout des roches silicatées.

Diverses expériences ont été faites à ce sujet. Elles ont démontré que la solubilité des roches dans l'eau pure et surtout dans l'eau chargée d'acide carbonique, est infiniment plus grande qu'on ne serait porté à le croire.

L'oxygène en dissolution dans les eaux météoriques, celui provenant de l'air entraîné mécaniquement dans le sol avec les eaux pluviales et enfin celui de l'air qui baigne les dépôts superficiels, donnent lieu, sous l'influence de l'humidité, à des phénomènes d'oxydation variés et très-accentués. La glauconie éparse dans les dépôts, les sels ferreux si généralement répandus dans les roches calcaires, marneuses, etc., s'oxydent et se transforment en sels ferriques, qui colorent en jaune ou en rouge les particules argileuses ou limoneuses dégagées par la dissolution du calcaire.

Le résidu de cette décomposition, s'infiltrant, avec les eaux, dans toute la masse du dépôt, en modifie profondément la coloration. Celle-ci varie du vert au jaune, du brun au rouge, suivant la nature des matières altérées, la proportion des sels ferreux ou de la glauconie et enfin suivant l'intensité plus ou moins grande des phénomènes d'oxydation.

La disparition des fossiles dans les roches calcarifères meubles, conséquence inévitable de la dissolution des éléments calcaires, est généralement accompagnée de phénomènes divers : tassement des dépôts, disparition des lignes de stratification, dissolution du ciment calcaire des bancs durs, apparences d'érosions et de ravinements, poches, puits, etc., qui doivent infailliblement dérouter l'observateur non prévenu. Celui-ci croira qu'au lieu d'une simple altération sur place et de métamorphisme actuel, il se trouve en présence de ravinements et d'érosions profondes, de séparations de couches et de dépôts d'origine et d'âge distincts. Il sera ainsi induit en erreur dans ses

conclusions sur l'appréciation des phénomènes et sur la succession géologique des dépôts observés.

La dissolution du carbonate de chaux dans un calcaire siliceux, les modifications des roches siliceuses elles-mêmes, la production si constante dans ces phénomènes d'altération, de résidus argileux rougeâtres, les apparences d'érosion et la corrosion des dépôts sous-jacents feront aussi invoquer l'influence de sources acides, d'actions hydro-thermales, d'éjaculations geysériennes, de ruissellements d'eaux acidulées d'origine interne, etc. Et cependant tous les phénomènes observés ne sont que la conséquence naturelle de l'infiltration des eaux atmosphériques, chargées d'acide carbonique et ayant pu agir pendant un laps de temps suffisant.

Au premier abord, il paraîtra peut être étonnant que l'eau et ses gaz, avec leurs effets d'oxydation et de dissolution, puissent produire des modifications si considérables dans les roches et dans les dépôts superficiels. Mais il ne faut pas perdre de vue l'influence toute puissante du temps. Comme facteur de l'air atmosphérique, agent peu énergique s'il en est, le temps produit des phénomènes de désagrégation et d'altération que personne ne songe à nier, tant ils sont puissants et universels sur la surface terrestre.

Puisqu'il faut rechercher dans l'infiltration des eaux pluviales l'origine de l'altération des dépôts superficiels, les phénomènes qui en résultent ne peuvent être localisés dans une région ou dans un terrain déterminés. La conséquence logique de cet état de choses doit être celle-ci : partout où il y a des dépôts calcarifères, des roches calcaires, argileuses, métallifères, feldspathiques, voire même siliceuses et cristallines, soumises à des phénomènes d'infiltration par les eaux météoriques, partout enfin où ces dépôts, plus ou moins meubles ou perméables, ne sont pas protégés contre les influences atmosphériques, soit par leur situation, soit par des couches imperméables ou d'autres modes de protection, partout aussi apparaîtront les phénomènes d'altération et de métamorphisme que nous allons décrire.

Par leur essence même, ceux-ci doivent être aussi universels dans leurs effets que dans leur cause.

Si ces lois du métamorphisme par infiltration sont vraies en un point, elles doivent l'être sous toutes les latitudes et dans toutes les formations, dans

tous les dépôts superficiels. Elles ont dû agir à toutes les époques de la formation terrestre, du moins sur les continents et dans les régions émergées. L'intensité seule du phénomène a pu varier, comme elle varie encore aujourd'hui. Il n'est enfin pas douteux que, l'attention des géologues étant suffisamment attirée par l'étude de cette intéressante question, l'on ne découvre de nombreuses applications, confirmant nos observations personnelles et montrant partout l'action de ces phénomènes, non-seulement sur les dépôts superficiels de l'écorce terrestre actuelle, mais encore sur ceux qui constituaient la surface du sol émergé pendant les diverses phases de l'histoire de la terre.

Avant de passer en revue l'action des infiltrations superficielles, c'est-à-dire de l'eau chargée d'oxygène et d'acide carbonique sur les diverses espèces de roches constituant l'écorce terrestre, nous ferons remarquer que nos recherches personnelles, ayant principalement porté sur les terrains tertiaires de la Belgique, c'est-à-dire sur des sédiments généralement calcarifères, il en résultera pour le chapitre consacré aux roches calcarifères, une extension plus considérable que pour les autres. Cela offrira d'autant moins d'inconvénient que c'est surtout dans les dépôts calcaires que les phénomènes d'altération se présentent dans toute leur intensité et avec la plus grande diversité d'effets; aussi, est-ce dans ces dépôts que l'étude des altérations présente le plus d'intérêt au point de vue des déductions géologiques et stratigraphiques.

Bien que notre travail comprenne un grand nombre de faits et d'observations, il n'est pas douteux que bien des applications nous auront échappé. La thèse que nous présentons en fournit de si variées, nombreuses et universelles même, que nous ne saurions raisonnablement espérer avoir tout embrassé.

Sans plus tarder, nous allons maintenant examiner successivement l'action des altérations par infiltration des eaux météoriques dans les roches feldspathiques, métallifères, siliceuses, schisteuses, argileuses et calcaires. En même temps, nous montrerons quelques-unes des applications stratigraphiques auxquelles ces études ont donné lieu dans le cours de nos recherches.

CHAPITRE SECOND.

ÉTUDE DES PHÉNOMÈNES D'ALTÉRATION PRODUITS PAR L'INFILTRATION DES EAUX MÉTÉORIQUES DANS LES DIVERSES ROCHES DE L'ÉCORCE TERRESTRE.

I. — *Roches feldspathiques.*

Généralement toutes les roches feldspathiques, plutoniennes et volcaniques sont très-sensibles à l'action des agents météoriques. C'est là un fait bien établi, et, dans ce chapitre, il nous suffira de résumer un ensemble de faits connus, auxquels nous n'aurons rien à ajouter, pour exposer complétement la nature et les effets de cette action.

Non-seulement l'eau pure amène par son contact une altération profonde des roches feldspathiques, et le plus souvent leur transformation en une terre tendre, homogène et poreuse, mais l'humidité contenue dans l'air peut donner lieu au même résultat.

La conservation des monuments granitiques de l'Égypte, opposée à la décomposition rapide du granit transporté dans un climat froid et humide, tel que celui du nord de la Russie a été signalée déjà [1] comme un exemple frappant de l'influence de l'humidité atmosphérique sur la décomposition des roches.

De la Bèche [2] rapporte, d'après M. d'Aubuisson, que dans un chemin creux, encavé à la poudre depuis six ans seulement dans le granite, on voyait la roche entièrement décomposée jusqu'à la profondeur de 3 pouces. D'apès

[1] A. de Lapparent, *Revue de géologie* pour les années 1870 et 1871, vol. X, p. 250. Paris, 1873.

[2] H. de la Bèche, *Manuel géologique;* traduit de l'anglais sur la seconde édition par Brochant de Villiers, p. 51. Paris, 1838.

le même auteur, les granites de l'Auvergne, du Vivarais et des Pyrénées orientales, sont souvent tellement décomposés que le voyageur croit marcher sur des amas considérables de graviers.

On sait d'ailleurs que le granite et les pegmatites, désagrégés et réduits à l'état sableux, n'ont besoin que d'une très-courte exposition à la pluie et aux influences atmosphériques pour se transformer entièrement en kaolin.

Le granite enfoui dans un sol humide s'altère très-rapidement; témoin, les meules en granite kaolinisé rencontrées dans les fouilles d'Alise en Bourgogne, et datant du temps de Jules César [1].

Les recherches expérimentales de MM. Daubrée, Truchot, Cossa, Beyer et d'autres, ont montré que si l'eau pure suffit à décomposer la plupart des roches feldspathiques, l'eau chargée d'acide carbonique produit une action bien plus énergique encore. De nombreuses expériences ont été faites en ce sens sur les basaltes, les laves et sur d'autres roches feldspathiques d'origine volcanique. Les plus dures et les plus compactes de ces roches, telles que certaines formes de basalte : la sélagite, par exemple, résistent assez bien au processus expérimental comme aux influences atmosphériques; d'autres, plus tendres et très-poreuses, sont facilement pénétrées par les infiltrations et se décomposent aisément; les trachytes sont généralement dans ce cas; enfin, certaines roches feldspathiques soumises à l'influence des eaux d'infiltration passent très-rapidement à l'état argileux; c'est ce que montre particulièrement une variété d'ophite : la spilite.

Les expériences de M. Beyer [2] ont démontré que le feldspath se décompose aussi très-rapidement au contact de l'eau contenant du sulfate d'ammoniaque ou bien du chlorure de sodium, substances existant dans le sol végétal et accompagnant parfois les gaz en dissolution dans les eaux qui s'infiltrent dans le sol.

On voit donc clairement que les eaux superficielles d'infiltration constituent avec le temps un puissant dissolvant des roches feldspathiques.

L'humidité atmosphérique et surtout le ruissellement des eaux pluviales et

[1] A. de Lapparent, *Revue de géologie* pour les années 1870 et 1871, vol. X, p. 250. Paris, 1873

[2] *Archives de pharmacie*, t. CL, p. 193 (1875).

torrentielles à la surface des massifs granitiques ou feldspathiques quelconques produit, avec une grande rapidité, la décomposition d'une mince couche superficielle de granit. L'acide carbonique contenu dans ces eaux dissout les sels alcalins de potasse et de soude du feldspath; le silicate friable d'alumine est emporté avec le mica et le quartz, qui, avec le feldspath, constituaient la roche granitique.

La répétition constante du même phénomène donne bientôt lieu à l'ablation d'une quantité très-sensible de la roche, dont la surface, sans cesse renouvelée et constamment altérée et décomposée, subit peu à peu une érosion considérable. Lorsque la disposition topographique ou spéciale du massif altéré ne permet pas aux eaux pluviales de s'écouler rapidement, en entraînant les résidus de la décomposition à des niveaux inférieurs, ils restent s'accumuler sur place, et l'on obtient un dépôt blanchâtre ou peu coloré, de silicate d'alumine plus ou moins mélangé de grains quartzeux et de mica, connu sous le nom de *kaolin.*

On comprend aisément, par ce qui précède, que la décomposition des roches feldspathiques doit être un phénomène général à la surface de la terre, dans les régions d'affleurement de ces roches.

Là où les roches feldspathiques, soit très-développées, soit accidentelles et localisées, sont disloquées et fracturées par des failles et des fentes, l'eau atmosphérique, qui pénètre dans celles-ci et qui y séjourne en se renouvelant sans cesse, doit nécessairement altérer les parois des fentes; elle modifie bientôt la roche feldspathique, dont le résidu terreux, devant forcément rester en place, apparait alors sous forme de filons de kaolin, parfois très-épais et très-étendus.

Lorsque des filons éruptifs de roches feldspathiques se rencontrent dans des roches imperméables et affleurent en même temps à la surface du sol, les eaux superficielles les altèrent, s'y infiltrent, en kaolinisant rapidement tout le dépôt feldspathique.

Les réservoirs poreux, ainsi formés, contiennent parfois ces eaux d'infiltration rassemblées en grande abondance, ainsi que le démontre clairement l'afflux d'eaux souterraines, souvent constaté dans les travaux d'exploitation voisins de croisements de filons de granite kaolinisés.

Les carrières de porphyre de Quenast (Belgique) ont donné lieu à quelques observations intéressantes sur les phénomènes d'altération chimique par les eaux d'infiltration superficielles.

Elles se trouvent exposées dans le beau mémoire de MM. de la Vallée Poussin et Renard sur les roches plutoniennes de la Belgique et de l'Ardenne française [1].

Ces auteurs ont constaté que le porphyre de ces carrières est parfois altéré jusqu'à une profondeur de 45 mètres, mais le microscope seul peut révéler cette modification intime de la roche.

Quant à l'altération plus prononcée que dénote la décomposition de la roche, elle est parfois bornée à une couche superficielle très-mince; mais elle peut aussi pénétrer très-avant dans la masse sous-jacente, atteindre les bancs les plus profonds et traverser même toute une exploitation.

Dans les « bancs pourris » de la zone profonde, où les eaux ont pénétré en suivant les fentes et les fractures de la roche, la décomposition du porphyre en masse friable n'est que rarement accompagnée de phénomènes de coloration brunâtre ou jaunâtre, tels qu'on les observe à la surface. Il est évident que l'oxydation des parties supérieures est due au contact de l'oxygène des eaux pluviales et de l'air qui baigne la zone superficielle du dépôt altéré.

« Une curieuse circonstance, disent les auteurs du mémoire précité, c'est que le degré d'altération des blocs et des sphéroïdes superficiels des carrières de Quenast dépend avant tout de l'épaisseur des couches meubles et argileuses qui les surmontent. En dessous de 4 à 5 mètres de sable et d'argile, la roche peut être exploitée avec avantage. Elle subit donc fortement l'influence des actions atmosphériques actuelles. »

Cette observation montre que lorsque des dépôts suffisamment épais ou bien imperméable ont protégé le sous-sol contre l'infiltration des eaux atmosphériques, l'altération chimique de la roche sous-jacente s'est fait peu ou point sentir.

[1] De la Vallée Poussin et Renard, *Mémoire sur les caractères minéralogiques et stratigraphiques des roches dites plutoniennes de la Belgique et de l'Ardenne française* (Mém. cour. de l'Acad. royale des sciences de Belgique, t. XL, 1876).

II. — *Roches métallifères.*

Les roches métallifères, se trouvant rarement à la surface du sol, n'ont pas été atteintes aussi fréquemment que les autres par les altérations dues aux agents météoriques. Cependant l'action de l'air atmosphérique et surtout celle de l'oxygène en dissolution dans les eaux d'infiltration, donne lieu à des phénomènes d'oxydation bien connus. Ils s'observent partout où les dépôts métallifères deviennent accessibles à l'influence de ces agents, soit par le fait de travaux d'exploitation, soit par le fait de l'infiltration des eaux superficielles dans les fentes, filons ou gisements quelconques de ces roches métallifères.

Les phénomènes d'oxydation modifient profondément la nature de ces dernières. C'est ainsi que la plupart des sulfures en s'altérant se changent en sulfates : la pyrite de fer devient du sulfate de fer et ensuite de la limonite; la blende se transforme en sulfate de zinc; la pyrite cuivreuse en sulfate de cuivre; le soufre donne naissance à de l'acide sulfurique, qui à son tour modifiera la roche encaissante; la galène se change en sulfate de plomb; l'argent natif en sulfate d'argent, etc., etc.

De plus, certaines réactions chimiques bien connues se produisent ensuite de ces premières modifications; il se forme ainsi des oxydes et des carbonates métalliques, donnant naissance à un grand nombre de produits : la céruse, la malachite, l'azurite, l'ocre et tant d'autres substances, dont l'origine première est ainsi due à ces phénomènes d'infiltration et d'altération produits par les agents météoriques.

La transformation du calcaire en gypse, qui en divers points s'est opérée sur une très-vaste échelle, peut quelquefois être attribuée à l'action d'eaux souterraines sulfatisées, résultant de la décomposition de pyrites voisines, oxydées par suite de l'infiltration des eaux météoriques.

La formation du gypse peut donc alors être considérée comme une conséquence directe de l'infiltration des eaux pluviales.

Pour en revenir aux phénomènes plus simples et mieux définis de l'oxydation des métaux et de la sulfatisation des sulfures, nous rappellerons, comme

exemple bien démonstratif de cette action des agents atmosphériques, le cas de certains fossiles imprégnés de sperkise ou de sulfure de fer, tels que ceux de l'argile de Londres et de l'argile de Boom, ceux de certains gisements jurassiques, etc., qui, recueillis en parfait état de conservation au sein de la roche non soumise au contact de l'air ou des eaux d'infiltration, se décomposent, et tombent en fragments dans les parties humides ou superficielles du dépôt. Parfois même le contact de l'air humide sulfatise et fait tomber en poussière dans les collections les fossiles recueillis en bon état dans les parties intactes et sèches du dépôt.

Il est parfaitement établi que lorsque l'oligiste ou le fer spathique est mis à découvert pendant un certain nombre d'années dans une exploitation à ciel ouvert, les phénomènes d'altération apparaissent peu à peu à la surface mise à nu; de plus, les infiltrations gagnent rapidement les massifs dénudés où le minerai se change bientôt en limonite ou hydrate ferrique.

L'influence de l'infiltration des eaux météoriques dans la production de ce phénomène se retrouve dans le fait bien connu de la décomposition du minerai de fer infiniment plus rapide au sein d'une roche schisteuse que dans les gisements granitiques : conséquence naturelle de la plus grande perméabilité des schistes.

Les matières diverses en suspension dans les eaux d'infiltration concourent souvent à la production de phénomènes secondaires très-intéressants. Ainsi, l'analyse de minerais de fer altérés et oxydés par suite d'infiltrations a révélé des modifications parfois très-sensibles dans la constitution chimique des minerais, et il est certain que la présence d'acide carbonique, si générale dans les minerais altérés, l'augmentation d'alumine de silice et enfin l'apparition du soufre et du phosphore ne peuvent être attribuées qu'aux réactions chimiques dues à l'existence des phosphates, sulfates, carbonates, à celle de la silice, de l'argile et des autres substances qui se trouvent fréquemment dans les eaux provenant d'infiltrations au travers d'un sol végétal.

Les failles et les filons, souvent tapissés de minerais, qui traversent certaines roches compactes forment en quelque sorte des réservoirs naturels où viennent se rassembler les eaux d'infiltration. Ces gisements métallifères montrent alors d'une manière frappante l'influence des agents météoriques et

en particulier celle de l'oxygène en dissolution dans l'eau. La partie supérieure du filon, ou parfois même celui-ci tout entier, présente une série de phénomènes d'hydratation, d'oxydation et de sulfatisation très-intéressants à étudier.

Certains gisements de pyrite de fer affleurent à la surface du sol; la décomposition de la partie superficielle des filons donne alors lieu à une espèce de croûte ou de calotte particulière, connue sous le nom de chapeau de fer.

La transformation en limonite amorphe des cubes ou sphéroïdes de pyrite de fer qui sont parfois dispersés au sein des roches paléozoïques ou crétacées est aussi due aux agents atmosphériques et se trouve toujours favorisée par l'infiltration des eaux du sol.

Dans certaines roches contenant des silicates ferreux, tels que la glauconie, par exemple, l'oxydation des matières par suite de l'infiltration des eaux météoriques met en liberté l'oxyde ferrique qui, s'infiltrant avec l'eau dans toute la masse du dépôt, colore celui-ci de diverses manières, d'après le degré d'altération et la quantité des sels ferreux. Ce phénomène s'observe souvent dans les dépôts meubles et perméables, très-riches en éléments glauconieux, tels, par exemple, que la plupart des couches tertiaires de la Belgique. Ce cas se présente encore dans divers dépôts quaternaires en France, en Belgique, etc., et, en général, dans les couches calcarifères contenant des éléments ferreux.

L'oxyde ferrique mis en liberté et s'infiltrant dans les dépôts meubles est parfois assez abondant pour donner naissance à des phénomènes de concrétionnement, d'agglutination, etc. Il se forme alors des géodes limoniteuses, de véritables grès ferrugineux, parfois assez riches pour être traités comme minerais.

Les grès ferrugineux exploités dans quelques localités de la Campine n'ont pas d'autre origine; c'est le résultat de la décomposition, par suite d'infiltrations, de la glauconie des sables sous-jacents, tantôt en place et pliocènes, tantôt remaniés et quaternaires.

Le ciment ferrugineux résultant de la décomposition de la glauconie et des sels ferreux de dépôts calcaires, peut également agglutiner des galets, etc.,

et former ainsi des poudingues récents qui expliquent la formation de certains poudingues analogues observés au sein des couches paléozoïdes.

Le mode de formation des grès ferrugineux et de minerais de fer, sous la simple influence des infiltrations, nous conduira tout naturellement à admettre que, dans certains cas, les failles et les fractures avec filons métallifères, ont dû être remplies non de bas en haut par voie d'éjaculation, mais de haut en bas par voie humide ou hydro-chimique. Les minerais de fer de ces filons auraient été formés par les dépôts successifs des eaux d'infiltration tenant en dissolution les sels ferriques enlevés aux dépôts superficiels altérés.

Les eaux d'infiltration peuvent encore contenir en dissolution diverses matières et sels métalliques qui, se rencontrant dans les fentes avec certaines substances préexistantes dans la roche, forment des métaloxydes, des sulfures métalliques et se déposant sous forme de minerais.

Il convient cependant d'ajouter que ce sont les sources minérales ou d'origine interne qui paraissent avoir le plus souvent contribué à la formation de filons métallifères.

Certains dépôts ferrugineux qui s'observent à la surface du sol sont d'origine moderne. On en rencontre un certain nombre en Belgique, et les plus importants d'entre eux montrent, par leur situation, leurs relations évidentes avec les causes qui leur ont donné naissance.

On les trouve dans les dépressions du sol, où séjournent les eaux pluviales et les nappes superficielles; ils s'étendent le long des rivières, etc., et recouvrent les régions dont le sol perméable est constitué par des roches glauconifères.

D'autres dépôts ferrugineux se rencontrent, au contraire, au sommet de nos collines tertiaires. Ils sont d'origine ancienne, mais formés par la même cause : l'altération des roches glauconieuses sous-jacentes.

Nous reviendrons tantôt sur ce sujet, dans la partie du chapitre relatif aux roches siliceuses, consacré à l'altération de la glauconie.

Les grès ferrugineux bruxelliens qui dans la vallée de la Senne forment le long de certaines lignes de fracture transversales à la vallée, des dépôts locaux peu développés, mais bien caractérisés; ceux qui ont été exploités à Groenendael dans la même assise proviennent probablement de phénomènes

de cimentation et de concrétionnement effectués, non sous l'influence d'infiltrations actuelles, mais à une époque continentale reculée.

De même, les grès ferrugineux des sables de Fontainebleau dans le bassin de Paris, ceux de divers autres dépôts, tertiaires, quaternaires, et même plus anciens, les grès rougeâtres et sans fossiles contenus dans de puissantes formations géologiques ont pu se former de la même manière que les grès actuels, à des époques diverses de l'histoire de la terre. Il y a là tout un champ d'étude à explorer, que nous nous bornons à signaler à l'attention des observateurs.

Il est inutile d'insister plus longtemps sur les effets de l'altération des roches métallifères sous l'influence des agents météoriques, ni sur les phénomènes qui s'y rattachent, parce que ces questions, ainsi que l'étude des réactions hydro-chimiques qui en découlent, font plutôt partie du domaine de la chimie et n'ont que des rapports peu directs avec les questions stratigraphiques que nous désirons mettre plus particulièrement en évidence.

III. — *Roches schisteuses et argileuses.*

On sait que les schistes, qui sont généralement de coloration sombre ou foncée, s'altèrent et deviennent jaunes, brunâtres ou blanchâtres dans les fissures et dans les endroits exposés aux agents météoriques. Au contact de l'air humide et surtout des eaux pluviales et d'infiltration, les roches schisteuses se délitent et finissent par se réduire, tantôt en terres meubles, tantôt en argiles plastiques, rappelant l'état primitif de la roche schisteuse.

Ce phénomène se produit d'une manière très-accentuée sur les plateaux de la région haute de la Belgique, où affleurent les schistes anciens des terrains primaires.

Dumont avait déjà montré en 1847 [1] que les phyllades siluriens et les phyllades deviliens et reviniens du terrain ardennais se montrent altérés par

[1] Voir son *Mémoire sur les terrains ardennais et rhénan de l'Ardenne, du Rhin, du Brabant et du Condroz* (Mém. de l'Acad. royale des sciences de Belgique, t. XX, 1847).

les agents météoriques et surtout par les eaux d'infiltration jusqu'à une grande profondeur; ils se décolorent, se délitent et se transforment en une terre argileuse tendre, compacte et peu plastique, d'une coloration jaune grisâtre ou grise, toujours plus pâle que la roche intacte; les phyllades salmiens altérés donnent, au contraire, naissance à une terre plus foncée que la roche intacte.

La nappe superficielle de terre friable ou d'argile que produit dans la région élevée du pays l'altération des roches schisteuses couvre d'un manteau toutes les inégalités du sol. On remarque qu'elle est mince sur les éminences et épaisse dans les dépressions; c'est là une conséquence du rassemblement des eaux pluviales et d'infiltration dans les parties basses et de l'énergie plus considérable qui en résulte dans le travail chimique d'altération de la roche.

Il est aisé de se convaincre que la terre meuble recouvrant nos couches schisteuses n'est pas un terrain de transport, assimilable à nos limons quaternaires, par exemple, car vers le haut du dépôt meuble on rencontre, épars et aux contours émoussés et arrondis sur les angles, des fragments parfois friables et toujours très-altérés de la roche sous-jacente; plus bas les fragments de roche augmentent en nombre et en volume; on arrive ainsi au dépôt schisteux peu altéré, mais délité, puis fissuré et crevassé et enfin à la roche intacte et non décolorée, qu'une transition insensible rattache à l'argile ou à la terre friable de la superficie.

Cette transition n'est pas toujours aussi appréciable, et il en est résulté que des géologues ont confondu avec les terrains de transport de l'époque quaternaire et rattaché à l'un ou l'autre niveau de cette période ces terres meubles ou argileuses, résidu d'altérations sur place des terrains primaires. Il en est de même pour certaines parties des Flandres et du Hainaut, où MM. Cornet et Briart nous ont dit avoir reconnu que de vastes surfaces recouvertes d'argile ypresienne altérée ont été rapportées par Dumont à la nappe du limon hesbayen. On voit combien il importe d'observer attentivement les dépôts de ce genre avant de rien décider relativement à leur âge ou à leur origine.

Divers observateurs ont signalé un curieux changement d'allures qui

affecte parfois la tête des roches schisteuses dans les affleurements où elles ont subi les altérations dues aux agents météoriques. Des coupes pratiquées au sein de la roche ont fait voir que la partie supérieure des schistes, altérée, fissurée, mais encore stratifiée et reconnaissable, s'était affaissée en se repliant sur elle-même. La roche, devenue tendre et compressible, paraissait avoir cédé sous le poids de la partie superficielle, imprégnée d'eau. Ce phénomène s'observe surtout sur les pentes et peut induire le géologue en erreur sur la véritable inclinaison des couches, d'autant plus que, dans la partie superficielle et repliée du dépôt, l'inclinaison apparente peut être en sens inverse de la direction normale des couches.

L'altération métamorphique des roches schisteuses, changées en argiles ou en terres meubles, a pu commencer à s'opérer depuis une époque géologique parfois extrêmement reculée, surtout dans les régions où les roches sont restées constamment émergées et soumises à l'influence des infiltrations, etc.

Cette altération peut se produire également dans les profondeurs de la terre lorsque, par suite de fentes, de fractures ou de failles, les eaux d'infiltration se trouvent en contact prolongé avec des roches schisteuses ou autres. Des observations faites récemment dans le bassin houiller de Liége ont même démontré que le changement souterrain et sur place d'un schiste ancien en argile plastique peut s'opérer très-rapidement sous l'influence des infiltrations actuelles.

Dans un puits, creusé aux environs de Liége, dans une région traversée par d'anciennes exploitations minières, M. Firket [1] a rencontré, sous 2 ou 3 mètres de smectique hervienne (crétacé inférieur) surmontée de dépôts quaternaires, le système houiller, représenté, vers le haut, par un psammite épais de 1 mètre environ, par de l'argile grise plastique épaisse de $0^m,40$ et, en dessous, par le schiste houiller.

Partout ailleurs dans la région, le banc de psammite et les couches imperméables de la smectique ont empêché les eaux de la surface d'atteindre le schiste, dont la partie supérieure, en contact avec le psammite, est restée

[1] A. Firket, *Transformation sur place du schiste houiller en argile plastique* (Ann. de la Soc. géol. de Belgique, t. Ier, 1874, p. 60).

intacte. Mais près du puits, il s'est formé des vides, par suite d'anciens travaux d'exploitation effectués aux environs et non remblayés; le psammite s'est fissuré et fracturé en divers points et, ainsi qu'il est facile de le constater, il s'est affaissé en disloquant les couches imperméables qui le recouvrent.

Les eaux pluviales, pénétrant alors dans le sous-sol par ces fissures, se sont étendues en nappe à la surface du schiste et en ont transformé la partie supérieure en une couche accidentelle et locale d'argile plastique très-pure. Le psammite lui-même a été attaqué et est devenu brunâtre par oxydation.

M. Firket fait remarquer que l'infiltration des eaux atmosphériques à la surface du schiste n'a pu s'opérer que postérieurement aux anciennes exploitations, qui ne remontent pas au delà de sept cents ans au maximum. Ce laps de temps a donc suffi pour donner naissance aux 40 centimètres d'argile plastique observés dans le puits.

A Tilleur, dans le même bassin, un autre puits, également creusé au voisinage d'anciennes exploitations, ayant aussi amené des épanchements de la nappe liquide superficielle, a montré au même observateur un lit de schiste transformé en argile noire et un banc de psammite changé en une argile sableuse et micacée, de coloration grisâtre.

M. Firket conclut de ces observations, que les roches schisteuses peuvent subir, dans certaines circonstances, des altérations considérables, s'effectuant sur place, dans un laps de temps relativement très-court. Il ajoute qu'il n'est donc pas nécessaire de toujours invoquer l'intervention de sources minérales pour expliquer la transformation du schiste en argile : l'infiltration des eaux pluviales suffisant pour effectuer ce phénomène en peu de temps.

On a remarqué d'ailleurs qu'il suffit de quelques années pour transformer en argile plastique un bloc de schiste houiller dit *mur*, exposé à l'air et aux intempéries.

Sous l'influence des agents météoriques, les phyllades et les schistes se transforment, avons-nous dit, en terres meubles ou en argiles; mais les roches argileuses et en particulier l'argile proprement dite (silicate d'alumine insoluble, résultant lui-même de la décomposition de roches préexistantes) ne peuvent plus se modifier de nouveau, du moins d'une manière appréciable.

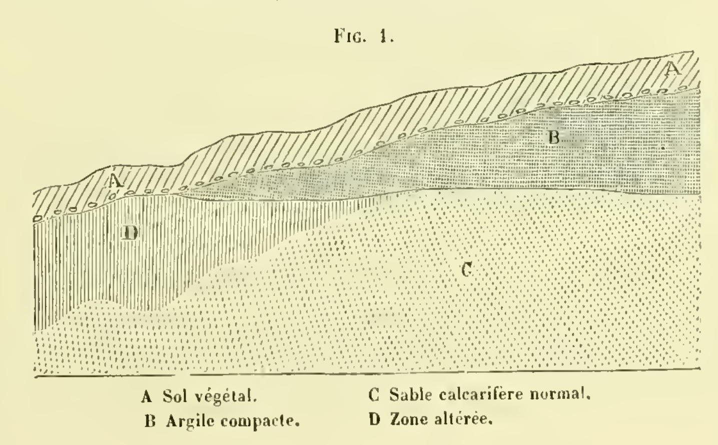
Les psammites, les argilites, les smectiques, etc., peuvent cependant offrir certains phénomènes de désagrégation et même d'altération, à cause des matières quartzeuses, siliceuses, glauconieuses ou calcaires qu'ils renferment.

Dans les plateaux du Condroz, par exemple, les psammites famenniens se montrent souvent altérés à une très-grande profondeur. Il suffit d'examiner soigneusement le dépôt dans une coupe fraîche pour se convaincre du passage graduel reliant la roche intacte à la terre très-légère qui en constitue le résidu altéré.

Les argiles, avons-nous dit, ne peuvent subir aucune action métamorphique ni une altération sensible sous l'influence des agents météoriques. Les dépôts argileux n'en jouent pas moins un rôle important dans la question de l'altération des roches. L'argile, en effet, lorsqu'elle est compacte ou suffisamment développée, s'oppose, comme corps imperméable, à l'infiltration des eaux pluviales ou des nappes imbibant le sol végétal. Elle protége donc contre les phénomèmes d'altération les dépôts perméables meubles ou compactes qu'elle recouvre.

C'est ainsi que dans la figure 1 ci-dessous, la couche d'argile compacte B a protégé contre les phénomènes d'infiltration et d'altération les sables meubles et calcarifères C. Là où l'argile manque ou s'amincit, le dépôt sableux s'imprègne de l'eau d'infiltration qui a traversé le sol végétal A et le sable calcarifère se transforme alors en un résidu quartzeux D, décalcifié et oxydé, entièrement différent, dans son aspect, du dépôt C.

Fig. 1.



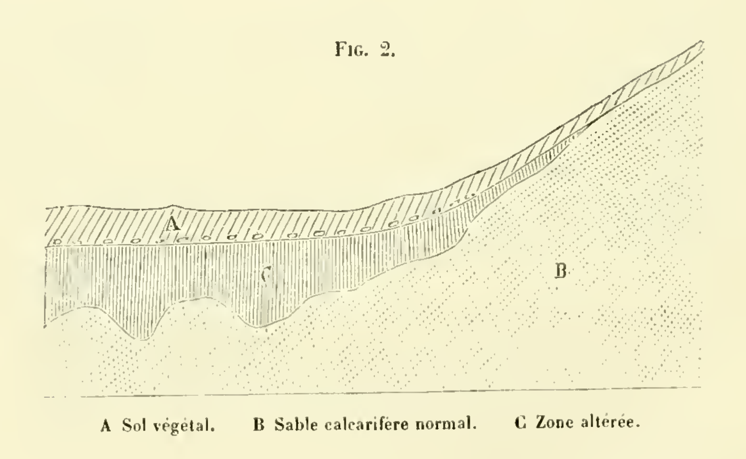
A Sol végétal. C Sable calcarifère normal.
B Argile compacte. D Zone altérée.

Ce rôle protecteur des argiles peut d'ailleurs être également rempli par une couche suffisamment épaisse de limon; tel est le cas pour le limon quaternaire, par exemple, dont certains massifs, parfois très-développés, empêchent complétement les infiltrations d'atteindre les couches sous-jacentes.

Le même effet est encore obtenu par des couches de sables gras ou argileux et même par des dépôts meubles et perméables, mais suffisamment épais pour absorber à eux seuls toute la quantité d'eau pluviale que reçoit le sol.

Puisque nous voici amené à parler de la protection des dépôts, nous ouvrirons une parenthèse pour faire remarquer que la situation de certains dépôts perméables sur les pentes, sur le flanc des collines ou des vallées suffit parfois à elle seule pour empêcher le phénomène d'altération de se produire, ou tout au moins pour en restreindre considérablement les effets. Cela résulte de ce que les eaux pluviales glissent rapidement sur la surface d'un terrain en pente et que, avec les nappes superficielles d'infiltration, elles gagnent des altitudes inférieures, où elles s'accumulent, et où les phénomènes d'altération hydro-chimique des roches se montrent dans toute leur intensité. (Voir la figure ci-dessous.)

Fig. 2.



A Sol végétal. B Sable calcarifère normal. C Zone altérée.

C'est par le même motif que les dépôts coïncidant avec la ligne de crête ou de partage de deux bassins hydrographiques ou simplement d'une forte ondulation du sol s'abaissant en pente dans deux directions opposées, se trouveront rarement très-affectés par les phénomènes d'altération. Les eaux

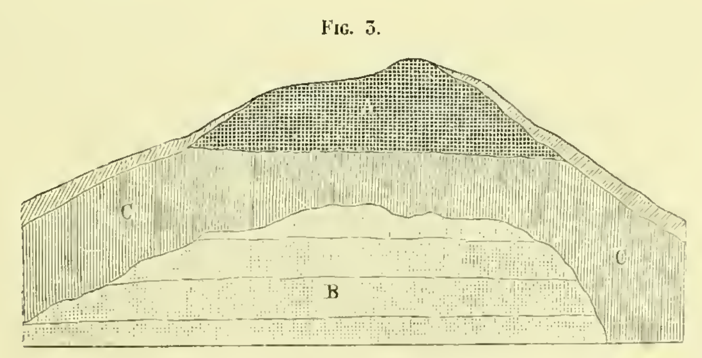
pluviales descendront en ruisselant à la surface du terrain sans s'y infiltrer, à moins cependant que le sol ne soit très-perméable.

Dans certains cas aussi, les eaux pluviales peuvent entraîner et transporter au loin le dépôt superficiel altéré, au fur et à mesure de sa formation et de son renouvellement successifs.

En étudiant les couches tertiaires de la Belgique nous avons rencontré des preuves frappantes montrant les relations étroites qui existent entre les causes de protection des dépôts du sol et du sous-sol, citées plus haut, et l'intensité des phénomènes d'altération.

Pour en revenir au rôle de l'argile, dont cette courte digression nous a quelque peu écarté, nous noterons qu'une mince couche de cette substance, bien compacte et continue, suffit parfois pour protéger efficacement les sédiments meubles sous-jacents. Par contre, un dépôt imperméable et très-épais, mais localisé ou conservé sur une étendue restreinte, ne protége nullement les couches inférieures, dont l'altération peut se faire par circulation latérale d'eaux souterraines provenant d'infiltrations voisines. Cela s'observe souvent dans certaines de nos collines tertiaires, dont le couronnement argileux n'a pu empêcher l'altération complète de toute la masse sous-jacente, attaquée latéralement et sur tout le pourtour découvert, par les phénomènes d'infiltration. (Voir la figure ci-dessous.)

Fig. 3.



A Sommet argileux d'une butte tertiaire. B Sable calcarifère normal. C Zone altérée.

Lorsqu'une argile compacte, suffisamment épaisse pour jouer le rôle de manteau protecteur, se trouve disloquée, pénétrée de fentes et de fissures,

les eaux météoriques s'y infiltrent et agissent sur les dépôts sous-jacents, malgré la présence du lit argileux. Tel est précisément le cas de la smectique hervienne observée près de Liége par M. Firket, au-dessus des schistes houillers altérés dont nous avons parlé plus haut.

Parmi les exemples de protection de couches, rencontrés pendant le cours de nos recherches, nous citerons particulièrement les hauteurs de la rive gauche de la Senne à Bruxelles, où l'argile glauconifère wemmelienne [1], conjointement avec le limon quaternaire, très-développé dans cette région, a généralement protégé contre tout phénomène d'altération les dépôts meubles et calcarifères sous-jacents. (Voir la figure 1 de la planche.)

Sur la rive droite de la vallée, où le limon est peu ou point développé et où l'argile glauconifère wemmelienne a été presque partout enlevée par dénudation, les sables wemmeliens, ainsi que les sédiments laekeniens et bruxelliens sous-jacents, ont été profondément altérés, privés de fossiles et modifiés au point que, avant nos recherches, tous les géologues indistinctement ayant étudié la contrée ont toujours cru avoir affaire à des dépôts différents de ceux, intacts et fossilifères, de la rive gauche.

Un lambeau bien développé d'argile glauconifère wemmelienne a été rencontré sur un plateau limité de la rive droite : à la plaine de Linthout

[1] L'introduction du terme *Wemmelien* est toute récente dans la nomenclature des terrains tertiaires belges. Elle est due à MM. Rutot et Vincent, qui ont séparé du système laekenien de Dumont l'étage supérieur de ce groupe et lui ont donné le nom de système wemmelien, après avoir démontré d'une manière indiscutable l'autonomie de cet horizon, qui se rattache nettement à l'éocène supérieur. Voir pour plus de détails les publications suivantes :

G. Vincent et A. Rutot, *Note sur l'absence du système diestien aux environs de Bruxelles et sur de nouvelles observations relatives au système laekenien* (Ann. Soc. géol. de Belgique, t. V; Liége, 1878; Mémoires, p. 56);

G. Vincent et A. Rutot, *Quelques nouvelles observations relatives au système wemmelien* (Ann. Soc. malacologique de Belgique, t. XIII; Bruxelles, 1878. Séance du 5 octobre 1878);

G. Vincent et A. Rutot, *Observations nouvelles relatives à la faune du système bruxellien et à celle de l'ancien laekenien supérieur, actuellement système wemmelien* (Ann. Soc. malacol. de Belgique, t. XIV; Bruxelles, 1879);

G. Vincent et A. Rutot, *Note sur le démembrement du système laekenien et la création du système wemmelien* (Ann. Soc. géol. du Nord, t. V; Lille, 1877, pp. 488-497);

G. Vincent et A. Rutot, *Coup d'œil sur l'état actuel d'avancement des connaissances géologiques relatives aux terrains tertiaires de la Belgique* (Ann. Soc. géolog. de Belgique, t. VI; Liége, 1879; Mémoires, p. 69).

à l'est de Bruxelles. Or, sous cette argile, le sable wemmelien, intact et fossilifère, se retrouve parfaitement en place à son niveau stratigraphique, comme sur la rive gauche.

Plus récemment encore, un autre massif de sable wemmelien intact et fossilifère a été découvert sur la même rive, au Parc royal de Saint-Gilles, au sud-est de Bruxelles; mais ici c'est la pente générale du sol, très-prononcée, qui a empêché le phénomène d'infiltration d'affecter profondément les sables calcarifères.

Les sables pliocènes scaldisiens du bassin d'Anvers présentent, nous l'avons reconnu, une coloration grise assez uniforme, lorsqu'ils ne sont pas altérés par le fait d'infiltrations superficielles. Généralement l'étage des *sables supérieurs d'Anvers* et, exceptionnellement, l'étage des *sables moyens* présentent une coloration jaunâtre ou rougeâtre, provenant uniquement de ces mêmes phénomènes d'altération et d'oxydation causés par l'infiltration des eaux pluviales dans ces dépôts meubles et très-perméables.

Chaque fois que nous avons rencontré des sédiments restés exceptionnellement gris dans l'étage supérieur, nous avons aussi constaté la présence, au-dessus de ceux-ci, d'une couche protectrice, ou d'une épaisseur de sédiments quelconques, suffisante pour empêcher l'infiltration des eaux superficielles. C'est ainsi qu'aux forts de Merxem et de Zwyndrecht, les sables quaternaires campiniens qui recouvrent les sables non altérés de l'étage supérieur contiennent un niveau argileux bien développé, faisant généralement défaut là où les sables supérieurs scaldisiens ont été altérés et jaunis.

Le diluvium quaternaire du bassin de la Seine fournit, notamment aux environs de Paris, un bon exemple des relations existant entre les altérations dues aux infiltrations pluviales et les causes de protection.

Originairement, le diluvium était partout gris et calcarifère. Sur les hautes terrasses, ainsi que sur les plateaux, où, depuis sa formation, ce dépôt est exposé sans protection aux influences météoriques, le diluvium s'est généralement altéré; il s'est oxydé, a été dépouillé de ses éléments calcaires, dissous par les eaux pluviales, et il est devenu un diluvium *rouge*.

Dans le fond des vallées, le diluvium — qu'une action mécanique ultérieure a alors transformé en alluvium à éléments remaniés — s'est trouvé

protégé, non-seulement par suite de la pente du sol, mais encore à cause des dépôts limoneux ou imperméables qui le recouvrent : loess, sables gras, alluvions récentes, etc., et il est généralement resté *gris* et calcarifère, sauf en certains points superficiels, trop peu protégés.

Le rôle protecteur des argiles contre l'infiltration des eaux et l'altération des dépôts sous-jacents apparaît très-nettement marqué dans les mines de sel, par exemple.

A Wieliczka, à Stassfurt, et dans la plupart des gisements connus de sel gemme, la conservation de celui-ci est uniquement due à la présence de lits d'argile compacte, qui, empêchant l'infiltration des eaux, ont préservé d'une dissolution inévitable les amas de sel.

La présence de certaines sources salées dans l'intérieur des terres s'explique aisément par l'invasion des eaux d'infiltration dans les gisements salifères, dont le manteau argileux protecteur n'avait pas l'homogénéité ou bien la continuité nécessaire pour prévenir tout accès des eaux souterraines.

Nous verrons plus loin, en traitant des roches calcaires, que certaines d'entre elles, et particulièrement la craie, présentent parfois, en des points particuliers et très-localisés, des phénomènes d'altération ayant donné naissance aux « puits naturels », aux « orgues géologiques », etc.

Si un dépôt d'argile — ainsi qu'il en existe souvent vers la base du tertiaire — recouvre la surface de la craie, celle-ci sera protégée dans tous les points où l'épaisseur et l'imperméabilité du dépôt seront suffisantes pour s'opposer à l'infiltration des eaux venant du sol. Mais, par contre, l'énergie dissolvante des eaux météoriques se trouvera concentrée sur tous les points où l'écoulement leur permettra d'entrer en contact avec la craie. C'est ce qui arrive généralement par suite d'amincissements ou de défauts dans le manteau argileux. Au lieu d'un manteau d'altération général (argile à silex, etc.), comme cela se présente en l'absence de dépôts imperméables recouvrants, on obtient alors des points spéciaux d'altération et une sorte de localisation du phénomène. Celui-ci regagne alors en intensité, comme en profondeur dans la zone altérée, ce qu'il a perdu en étendue à la surface du dépôt crayeux.

Ces circonstances, ou d'autres analogues, expliquent les dimensions parfois considérables de certains puits naturels s'observant dans la craie ou dans les dépôts calcaires des périodes jurassique ou tertiaire.

Lorsque l'argile est glauconieuse et en même temps un peu sableuse, elle n'agit plus avec la même efficacité, ainsi que nous l'avons observé maintes fois aux environs de Bruxelles, par exemple. Sous l'influence de l'humidité et des infiltrations, la glauconie se décompose, les phénomènes d'oxydation apparaissent, l'argile se marbre de taches ocreuses ou ferrugineuses, qui s'étendent bientôt au dépôt tout entier; peu à peu l'eau s'y infiltre en plus grande quantité et vient attaquer les roches ou les sables sous-jacents.

L'argile contient parfois une proportion assez notable de sels ferreux; lorsqu'en même temps elle est un peu marneuse ou sableuse, elle subit, au contact des eaux d'infiltration, une altération assez sensible. Elle devient alors, de bleue ou grisâtre, jaunâtre ou rougeâtre, et les éléments calcaires, les coquilles, etc., s'altèrent ou se dissolvent complétement. Nous avons observé des cas de ce genre dans les argiles et dans les marnes bleues du pliocène d'Italie, dans l'argile ypresienne des environs de Bruxelles, dans les argiles liasiques de la province de Luxembourg, etc.

Des argiles, compactes en apparence, mais un peu sableuses, peuvent, au contact des agents météoriques et surtout de l'eau atmosphérique, se transformer peu à peu en résidus meubles et, la végétation aidant, en bonnes terres végétales. Les argiles bleues glaciaires de la Suisse et de la Savoie en fournissent de nombreux exemples. Des échantillons de cette argile, transformée en terre meuble, recueillis dans le canton de Vaud, et analysés par M. E. Risler [1] ont montré l'inévitable diminution du carbonate de chaux due à l'action dissolvante des eaux du sol végétal. Le résidu sableux devient, au contraire, beaucoup plus apparent, et l'analyse chimique n'est pas nécessaire pour en vérifier la présence.

Par suite de la difficulté qu'éprouvent les eaux d'infiltration à traverser les couches argileuses et surtout les argiles pures, qui leur opposent une digue infranchissable, il y a une tension constante de ces eaux à profiter

[1] *Journal de la Société d'agriculture de la Suisse romande*, 1875.

des moindres amincissements ou des défauts du manteau imperméable pour s'y frayer un passage..

Dans un talus d'argile ypresienne, observé à Dilbeek, près Bruxelles, nous avons constaté le rôle curieux dévolu aux racines des arbrisseaux et des plantes comme conducteurs de l'eau d'infiltration et du phénomène d'altération.

A la surface du talus, et surtout dans les endroits exposés, l'argile se montrait un peu altérée; elle avait pris une teinte rougeâtre, résultant de l'oxydation des sels ferreux.

Dans les parties fraîchement dénudées, ayant été recouvertes par une végétation assez forte, et sous celle-ci également, l'argile était généralement intacte et d'un gris bleuâtre uniforme. Mais autour de chaque section de racine, grosse ou mince, autour de la moindre radicelle s'enfonçant dans l'argile un peu sableuse du dépôt, on remarquait une zone circulaire ocreuse et sableuse.

Cette zone se continuait invariablement au sein de l'argile, formant autour de chaque racine un manchon altéré et oxydé, d'un diamètre proportionnel à celui de la racine. Il est évident que les eaux pluviales, s'infiltrant aisément le long des racines, altéraient graduellement l'argile, en modifiaient la composition, la rendaient propre à l'alimentation végétale et à de nouvelles extensions des racines, qui à leur tour, réagissant chimiquement sur le dépôt, finissaient peu à peu par le réduire entièrement en sol végétal.

On comprend qu'après un certain laps de temps, les infiltrations successives d'une part, et l'influence de la végétation de l'autre, doivent finir par métamorphoser une argile compacte et imperméable en une terre meuble et sableuse, parfaitement perméable.

Avant de clôturer le chapitre des roches argileuses, nous aurions pu parler du limon quaternaire à un autre point de vue que celui du rôle protecteur qu'il remplit si souvent, et nous aurions pu rechercher si lui-même n'est pas sujet à certaines modifications?

Toutefois, nous croyons bien faire de reporter ces observations après le chapitre consacré aux roches calcaires; le limon étant d'ailleurs calcarifère, nous n'en pouvons convenablement entreprendre l'étude qu'après avoir exposé les phénomènes d'altération qui se passent dans les roches calcaires.

IV. — *Roches siliceuses.*

On sait que certains silex exposés à l'air se recouvrent d'une couche blanche, terne, opaque et poreuse, connue sous le nom de patine. D'autres, de translucides ou de vitreux qu'ils étaient au sein de la terre, deviennent opaques un certain temps après avoir été mis au jour. Mais là ne se borne pas l'altération du silex. Des expériences ont démontré, en dehors de toute observation géologique, que l'eau chargée d'acide carbonique a le pouvoir de dissoudre, lentement il est vrai, la silice, même non gélatineuse. On a constaté aussi que les alcalis en dissolution dans l'eau accélèrent encore ce phénomène.

Les eaux d'infiltration, et surtout celles qui ont traversé un sol végétal, doivent donc, en rencontrant des roches siliceuses ou bien les silex de la craie, par exemple, dissoudre une certaine quantité de matière siliceuse. Cela est d'ailleurs démontré par l'analyse chimique des fossiles crétacés, qui, surtout dans les zones supérieures, soumises aux infiltrations, sont généralement silicifiés. Beaucoup de foraminifères crétacés ont subi cette action de pseudomorphose bien caractérisée, n'ayant pu s'opérer qu'aux dépens des éléments siliceux dispersés dans le dépôt.

L'altération du silex, sous l'influence de l'infiltration des eaux météoriques, n'est d'ailleurs pas discutable. Nous avons souvent rencontré, et d'autres observateurs avec nous, des galets ou des fragments anguleux de silex, à moitié décomposés et effrités, épars dans des couches quaternaires, où, certainement, ils avaient été solides et résistants pendant la formation du dépôt. L'altération récente du silex s'observe surtout dans les dépôts quaternaires fortement influencés par l'action des infiltrations superficielles et très-exposés aux agents météoriques.

Au Mont-de-la-Musique, près de Renaix, nous avons vu dans le quaternaire des galets de silex intacts comme forme, mais entièrement métamorphosés en un résidu terreux, d'un blanc jaunâtre, très-léger et friable.

Ces galets se trouvaient parmi des sables profondément altérés, et rougis par oxydation d'éléments glauconieux préexistants. En certains endroits, un

coup de bêche aurait pu couper nettement en deux tous les galets rencontrés; en d'autres points du même dépôt, le silex était resté intact. Parmi les galets modifiés, il s'en rencontrait parfois d'intacts, mélangés avec eux et provenant sans doute de roches différentes et plus résistantes.

Çà et là, des fragments de silex crétacé, de grande dimension, montraient clairement la marche du phénomène d'altération, qui s'effectue en partant des bords vers le centre. Un noyau dur, non altéré, se remarquait parfois au centre d'un fragment de silex ou d'un galet, dont la partie extérieure seule était devenue terreuse, blanche et friable.

Parmi les observations analogues déjà connues, nous citerons celles de M. Marchand [1], relatives aux silex enveloppés dans l'argile rouge (résidu d'altération) qui recouvre la craie du pays de Caux. Cet observateur a parfaitement reconnu le rôle des infiltrations superficielles dans la production du phénomène. Entre autres faits concluants, il a constaté que l'altération était très-profonde dans les fragments de silex se trouvant dans l'argile rouge, près de la limite d'une couche imperméable aux infiltrations souterraines et où l'eau séjournait.

La silice cristallisée, ou quartz, s'altère, comme le silex, sous l'influence des agents météoriques.

C'est ce que l'on peut vérifier dans certains filons de fer spathique, qui ont parfois pour gangue du quartz, traversant le minerai sous forme de veines blanches et translucides, ramifiées en tous sens. Lorsque l'humidité et les eaux d'infiltration ont altéré le fer spathique et l'ont transformé en hématite ou fer hydraté, les veines de quartz présentent une structure cariée très-caractéristique; elles sont devenues opaques et entièrement corrodées.

On a constaté que certains silex altérés, et changés en résidus friables, pouvaient contenir jusqu'à 10 % de matières calcaires, mélangées avec de l'oxyde ferrique, etc. Il est probable que les eaux d'infiltration, chargées de divers principes minéraux en dissolution, ont alors donné lieu à des phénomènes de pseudomorphisme, et que du calcaire, du silicate d'alumine et de l'oxyde ferrique ont pu prendre ainsi la place de la silice dissoute. C'est un

[1] *Annales de chimie et de physique*, I, 1874.

phénomène du même genre, mais effectué en sens inverse, qui donne lieu à la silicification des fossiles à test calcaire. Ces cas de pseudomorphisme ne sont pas rares dans la nature; sous certaines influences on a vu du silex remplacé par du spath calcaire!

Le verdissement de certains silex, recouverts par des couches glauconieuses, landeniennes, par exemple, a également son origine dans les phénomènes de dissolution et d'altération chimique, dus à l'infiltration des eaux météoriques.

Lorsque les eaux d'infiltration rencontrent des sables siliceux très-purs, elles passent rapidement, et sans y opérer aucune réaction sensible, au travers de ces dépôts perméables et s'arrêtent à des niveaux inférieurs, où elles peuvent encore agir avec une partie de leurs forces dissolvantes et oxydantes.

Si des éléments calcaires ou des coquilles se trouvent au sein de sables siliceux, ils seront rapidement dissous par l'acide carbonique contenu dans les eaux météoriques.

Un sable siliceux primitivement fossilifère peut donc, à cause de ces phénomènes d'infiltration, être complétement privé de débris organiques. Ce résultat ne s'applique pas seulement aux dépôts sableux, affleurant actuellement à la surface du sol, résidus d'altérations récentes, mais encore à des couches marines, maintenant enfouies au sein de l'écorce terrestre, lesquelles ont pu représenter, autrefois, après leur émergence, des dépôts continentaux, soumis aux mêmes influences météoriques.

Nous croyons qu'en parcourant la série des terrains tertiaires, par exemple, il ne serait pas difficile de trouver et de définir, parmi certains niveaux de sables purs et sans fossiles, des vestiges d'anciens dépôts marins fossilifères, devenus continentaux par émergence et transformés ultérieurement en résidus siliceux purs, par suite de phénomènes d'altération identiques à ceux qui s'observent aujourd'hui à la surface de l'écorce terrestre.

On ne perdra pas de vue cependant, en faisant ces recherches, que certains dépôts meubles, quartzeux et sans fossiles peuvent avoir une autre origine et représenter, par exemple, des sables de dunes : dépôts généralement sans fossiles ni éléments calcaires.

Les sables, en général, résultent de la destruction de roches quartzeuses préexistantes; de même, une partie des dépôts quartzeux qui accompagnent, dans les failles et dans les filons, les argiles dites geyseriennes, proviennent quelquefois, ainsi que ces dernières, de l'altération et de la désagrégation sur place, par les eaux d'infiltration, des roches schisteuses, calcaires ou gréseuses, décomposées.

Ces sables et ces argiles oxydées peuvent aussi avoir été entraînés dans les failles, etc., avec les eaux superficielles, qui trouvaient dans ces fractures des conduits naturels d'écoulement et y déposaient les résidus sableux ou argileux dont elles étaient chargées. Dans nos terrains anthraxifères toutefois, un certain nombre des amas et des poches de sable que l'on y rencontre représentent les derniers vestiges, oxydés et altérés, de nappes sédimentaires tertiaires, qu'une dénudation postérieure a fait disparaître aux environs.

Le phthanite et le jaspe, roches siliceuses anhydres et à structure compacte, s'altèrent parfois très-rapidement sous l'action des eaux atmosphériques, voire même sous celle de l'air humide. Certains phthanites ont été signalés en Belgique comme s'altérant très-vite. On voit alors la roche perdre sa compacité, prendre une structure feuilletée, se décolorer, perdre sa dureté et devenir enfin meuble et friable.

La silice gélatineuse ou soluble entre parfois pour plus de 50 % dans la composition de certaines roches, comme, par exemple, dans la meule de Bracquegnies (Hainaut) où elle cimente des grains de quartz blancs et de la glauconie. Au contact des eaux d'infiltration, la silice gélatineuse se dissout, la glauconie s'oxyde; les grains quartzeux, libérés, rendent le dépôt friable, et il se colore bientôt en jaune plus ou moins rougeâtre, par suite de l'infiltration de l'oxyde ferrique résultant de la décomposition de la glauconie.

La silice soluble se retrouve dans divers terrains : dans la craie tufeau, dans les sables glauconieux de divers horizons géologiques. L'infiltration des eaux pluviales dans ces dépôts donne lieu à divers phénomènes de dissolution, de concrétionnement, etc., sur lesquels nous ne nous arrêterons pas, afin de passer directement à l'action des infiltrations sur les sables glauconieux.

On sait que la glauconie est un silicate ferreux à bases variables d'alumine, de potasse, de magnésie, etc., qui s'observe, soit disséminé en grains

distincts dans les dépôts crétacés, tertiaires ou quaternaires, soit comme élément constitutif principal de certaines roches verdâtres.

Sous l'influence de l'air humide et plus particulièrement sous celle des eaux météoriques, la glauconie se décompose avec une grande facilité.

L'acide carbonique s'unit aux bases, met en liberté les éléments siliceux, et donne naissance à un carbonate ferreux qui, au contact de l'oxygène, se trouve rapidement décomposé, changé en peroxyde de fer, puis en hydrate ferrique. Celui-ci, à l'état de matière impalpable, imprègne tout le dépôt, l'agglutine souvent et lui donne finalement une coloration jaunâtre ou rougeâtre très-accentuée.

La couleur des dépôts glauconifères altérés est très-variable et se modifie, non-seulement d'après la répartition des éléments glauconieux dans le sein des sédiments, d'après leur abondance, etc., mais encore suivant les diverses phases du processus d'altération. De vert foncé qu'ils sont normalement, les grains glauconieux pâlissent et deviennent d'un vert olive pâle, qui jaunit de plus en plus à mesure que la décomposition s'accentue. Une oxydation complète les fait devenir rouges ou bruns et, à l'état final d'hydrate ferrique, le résidu qui les représente, imprégnant toute la masse du dépôt ou incrustant et agglutinant les grains quartzeux de celui-ci, est d'un jaune rougeâtre ou ocreux.

Lorsque les sables glauconieux renferment des fossiles, l'acide carbonique des eaux d'infiltration ne tarde pas à en dissoudre le test calcaire; le résidu de l'altération prend alors un aspect tout particulier.

Lorsque la glauconie forme la plus grande partie des éléments constitutifs d'un dépôt meuble et perméable, les phénomènes d'oxydation deviennent très-accentués.

Dans les terrains tertiaires de la Belgique, où la glauconie est très-abondante et où ce cas d'altération profonde s'est fréquemment présenté, les géologues ont souvent été induits en erreur et ils ont pris pour des dépôts distincts et d'âges différents les zones superficielles altérées des dépôts glauconifères sous-jacents.

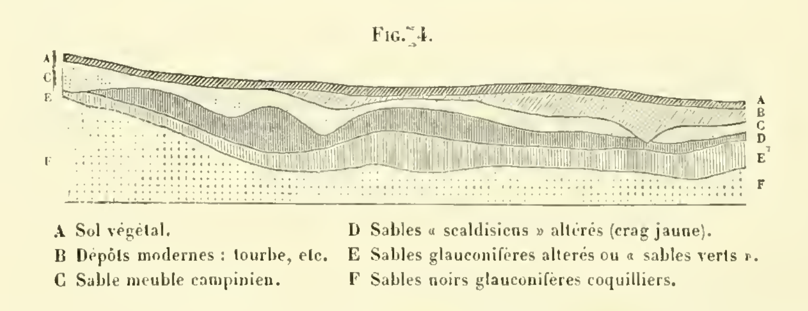
C'est ainsi qu'à Anvers, par exemple, et dans toute la région environnante, le manteau mince et étendu de sables verts glauconieux sans fossiles qui, sur

une surface immense, recouvre toutes les ondulations du sable glauconifère de l'étage inférieur avait été considéré comme une formation géologique distincte.

Il nous a été facile de reconnaître qu'il n'est en réalité autre chose que la partie superficielle altérée du dépôt sous-jacent. Ces sables verts représentent même, masquées sous un aspect à peu près uniforme, les zones superficielles altérées de trois dépôts différents, appartenant à l'étage des *sables inférieurs d'Anvers,* savoir : les sables à *Panopæa Menardi,* les sables à *Pectunculus pilosus* et les *sables graveleux.* Voir pour plus de détails notre Mémoire intitulé : *Esquisse géologique et paléontologique des couches pliocènes des environs d'Anvers* [1]. (Voir également la figure 2 de la planche, couches C et C'.)

L'étage des sables inférieurs d'Anvers est souvent recouvert par les dépôts meubles et perméables du « scaldisien », qui comprend nos sables moyens et supérieurs d'Anvers. Les sables « scaldisiens » intacts, c'est-à-dire non altérés par infiltration, sont *gris;* altérés, ils deviennent *jaunâtres* ou *rougeâtres.* C'est le « crag gris » et le « crag jaune » des auteurs.

Fig. 4.



A Sol végétal.
B Dépôts modernes : tourbe, etc.
C Sable meuble campinien.
D Sables « scaldisiens » altérés (crag jaune).
E Sables glauconifères altérés ou « sables verts ».
F Sables noirs glauconifères coquilliers.

Le croquis ci-dessus reproduit les principaux éléments d'une partie de la coupe, publiée en 1862 par M. le capitaine Dejardin, et dressée suivant le fossé capital de l'enceinte, à Anvers [2]. Cette coupe, longue d'environ 14000 mètres, montrait dans toute son étendue, la présence de la zone superficielle

[1] *Annales de la Société malacolog. de Belgique,* t. IX, 1874, pp. 83-374. Bruxelles, 1876-78.

[2] Le capitaine Dejardin, *Description de deux coupes faites à travers les couches des systèmes scaldisien et diestien, ainsi que dans les couches supérieures, près de la ville d'Anvers* (Bull. de l'Acad. royale des sciences de Belgique, 2e sér., t. XIII, 1862, p. 470).

altérée E, c'est-à-dire des « sables verts » recouvrant partout les dépôts glauconifères F sous-jacents. Cela provient du peu de protection dont ces sables glauconifères ont joui, recouverts qu'ils étaient, soit uniquement par les sables meubles et perméables du dépôt quaternaire campinien C, soit par les sédiments généralement peu épais du « scaldisien » D.

Ceux-ci, entièrement infiltrés et altérés dans toute cette région, n'ont pu arrêter les eaux météoriques, qui ont alors agi sur la zone superficielle des sables glauconifères et l'ont changée en sable vert.

Reportons-nous maintenant à la figure 2 de la planche. La coupe qu'elle représente, figurée par M. le capitaine Dejardin, est longue d'environ 17000 mètres, mais discontinue et passe par le fossé de la face principale des forts détachés d'Anvers. Nous remarquons vers la droite de cette coupe l'absence complète de la zone des sables verts.

Si l'origine que nous attribuons à la zone des sables verts est exacte, il nous faudra constater ici une cause protectrice ayant empêché les infiltrations d'atteindre en ce point à la surface du dépôt glauconifère C. Or, cette cause existe en toute évidence et consiste simplement dans l'épaisseur considérable des dépôts recouvrants du « scaldisien » B, B′ dont la partie superficielle B′ a été altérée et changée en « crag jaune » par infiltration des eaux météoriques.

Il est tout naturel, du moment que les sédiments B recouvrant les sables glauconifères C sont restés intacts et gris, que la transformation de C en sables verts C′ n'ait pu se faire, puisque l'infiltration n'a pu atteindre à ce niveau.

Le petit îlot de sables pliocènes B′ qui s'observe à gauche de la coupe, ayant été entièrement infiltré et changé en « crag jaune », n'a pu évidemment protéger, comme le massif B, B′ de droite, les sables glauconifères sous-jacents.

Les deux coupes de M. Dejardin sont intéressantes en ce sens que, publiées dans l'unique but de montrer les allures et la situation de couches considérées comme distinctes et ayant une valeur propre, elles démontrent, au contraire, la parfaite exactitude de nos vues, si différentes, faisant de ces couches : crag jaune et sables verts, de simples zones superficielles d'altération des dépôts sous-jacents.

En certains cas, les phénomènes d'altération peuvent atteindre une intensité telle que la décomposition de la glauconie donne un aspect ferrugineux aux dépôts; l'hydrate ferrique résultant de cette décomposition cimente les grains quartzeux, les fait se concrétionner et donne naissance, au sein des sables oxydés, rougis et privés de fossiles, à des incrustations, à des plaques ou grès ferrugineux et souvent à de véritables minerais de fer.

Beaucoup de minerais de fer, ainsi formés dans des dépôts de tout âge et de toute nature, ont été considérés jusqu'ici par la plupart des géologues comme étant dus à des « émissions ferrugineuses » ayant imprégné les sédiments, soit pendant le dépôt, soit après l'émersion de ceux-ci.

En diverses occasions, nous avons pu nous assurer de visu que cette intervention de sources ou d'émissions « d'eaux ferrugineuses » n'était nullement justifiée, le phénomène qui avait donné naissance aux minerais de fer n'étant autre que l'oxydation, sur place, par les eaux météoriques, de la glauconie ou des sels ferreux quelconques contenus dans la roche et parfois dans les dépôts recouvrants.

Une émission d'eaux ferrugineuses qui agglutinerait des sédiments sableux, par exemple, en les faisant se charger de minerais de fer, ne saurait avoir aucune action *dissolvante* sur les débris organiques contenus dans la roche meuble ou déjà solide; et elle n'aurait, à plus forte raison encore, aucune action *oxydante* sur les grains glauconieux du dépôt.

Les coquilles et les grains de glauconie seraient simplement empâtés, sans aucune altération, dans le magna formé par suite de l'arrivée des eaux ferrugineuses et ils s'y seraient mieux conservés que partout ailleurs dans le dépôt.

Or, dans les gisements nombreux auxquels nous faisons allusion, tous les débris organiques préexistants se trouvent représentés par de simples moules, c'est-à-dire par des cavités ayant la forme des coquilles, dont le test calcaire a immanquablement disparu par dissolution. Quant à la glauconie, elle est toujours oxydée, et a le plus souvent complétement disparu, métamorphosée qu'elle est, soit en résidu d'oxyde ferrique hydraté, agglutinant les grains quartzeux, soit en minerais de fer hydraté ou limonite, disposés en rognons, ou en plaques plus ou moins épaisses, au sein du dépôt altéré. Des émissions « d'eaux ferrugineuses », qu'elles fussent venues, soit du haut, soit du bas, auraient

uniformément imprégné et noyé dans leurs apports ferrugineux, toute la masse — toujours plus ou moins localisée d'ailleurs — des sédiments affectés.

Or, très-souvent, l'on constate au sein des dépôts ferrugineux auxquels nous faisons allusion, des zones normales plus ou moins étendues et, dans les minerais eux-mêmes, des parties centrales ou noyaux intacts, meubles et non atteints. De plus, ces minerais, loin de former des bancs compactes et continus, sont souvent dispersés en rognons, montrant parfois une structure feuilletée et géodique dénotant un processus graduel, intermittent et s'effectuant de la périphérie vers le centre en des points d'attaque nombreux et localisés.

Ces zones concentriques et cette structure particulière géodique des minerais de fer sont les caractères habituels et caractéristiques des concrétionnements limoniteux dus aux phénomènes d'oxydation produits par l'infiltration des eaux météoriques.

En dernier lieu, ces minerais de fer ne représentent jamais, dans les formations où on les observe, de niveaux stratigraphiques définis; ils se présentent à diverses hauteurs. De plus, ils se montrent *constamment* distribués, soit dans des points actuels d'affleurement, soit dans des couches souterraines représentant des phases d'émersion, des dépôts saumâtres, littoraux, etc., c'est-à-dire dans des formations ayant été suivies d'une émergence, pendant laquelle les phénomènes continentaux d'altération par infiltration ont pu se produire sous l'action des agents météoriques.

La formation de minerais de fer, par oxydation sur place des éléments glauconieux de dépôts meubles, est un phénomène très-fréquent dans les couches sableuses et autres du bassin tertiaire belge, où la glauconie est généralement fort abondante.

Parfois aussi, les sables très-glauconieux altérés changent complétement d'aspect et de couleur, sans pour cela être réellement changés en minerais de fer. Des dépôts très-différents se trouvent alors réunis sous un même facies de « sables ferrugineux » et les stratigraphes n'avaient pas distingué, sous ce masque commun d'altération, les divers dépôts qu'il recouvre. C'est ainsi que nous venons encore de reconnaître, avec MM. Rutot et Vincent, qui les premiers ont éclairci ce point, que certains dépôts de glauconie ferrugineuse épars sur les hauteurs des environs de Bruxelles, de Renaix et

des collines éocènes de la Flandre belge et française, loin de représenter, ainsi qu'on l'admettait généralement, des lambeaux de « sables diestiens pliocènes », ne sont autre chose que la partie supérieure, altérée et oxydée, des sables glauconifères formant le sommet de l'éocène dans ces régions.

D'autres dépôts glauconifères, comme ceux des environs de Louvain et du Bolderberg, par exemple, également rapportés, à cause de la similitude de leurs caractères lithologiques, à l'étage des sables diestiens pliocènes sont, au moins en partie, d'un âge plus récent. Certains d'entre eux devront être considérés comme quaternaires ou « scaldisiens », tandis que d'autres, parfois sous-jacents à ceux-ci et semblant au premier abord ne former avec eux qu'une seule masse, doivent en être distingués et représentent en toute évidence le sommet des sédiments oligocènes.

Parmi les sables « diestiens » quaternaires, il est possible qu'il faille encore distinguer ceux qui se rattachent positivement à cette période — par remaniement diluvien, continental, de couches glauconifères altérées éocènes, oligocènes ou pliocènes — de ceux qui, comme les sables glauconifères du Bolderberg, par exemple, paraissent représenter le résultat d'une phase de sédimentation marine effectuée pendant l'époque quaternaire?

Enfin, dans nos régions basses on trouve encore, sous la forme constante de sables glauconieux altérés et ferrugineux, outre les véritables sables pliocènes *diestiens,* des lambeaux ou massifs altérés de sables pliocènes *scaldisiens.*

On comprend aisément l'importance capitale des lumières jetées sur ces points, si obscurs et si embrouillés jusqu'ici, de la géologie de nos terrains tertiaires. L'identité d'aspect et de caractères que donnent les phénomènes d'altération à des dépôts si distincts et d'âges si différents, jointe à l'absence de fossiles comme points de repère, ne permettait pas de résoudre ces problèmes avant l'élucidation du rôle des infiltrations superficielles et des altérations auxquelles elles donnent naissance.

C'est surtout dans l'histoire de la sédimentation pliocène que les plus graves erreurs avaient été commises. On comprend que la présence de lambeaux soi-disant diestiens, épars sur les collines du Brabant et des Flandres belge et française, avait conduit les géologues à attribuer une extension considérable et tout à fait anormale de la mer pliocène vers le sud de nos

plaines tertiaires. Cette extension offrait, à bien des points de vue, de sérieuses difficultés; de plus, les phénomènes d'érosion auxquels il fallait faire appel pour expliquer la localisation si restreinte des lambeaux couronnant les quelques collines isolées au milieu de l'immense étendue prétendument recouverte par ces sédiments pliocènes, ne pouvaient guère s'être effectués depuis cette période récente sans avoir donné lieu à d'autres phénomènes dont les traces eussent infailliblement dû se rencontrer dans nos régions.

D'autres hypothèses ont été formulées; par exemple, celle d'après laquelle ces lambeaux de sables glauconifères soi-disant « diestiens » ne seraient autre chose que les vestiges de l'alluvionnement d'un immense fleuve pliocène ayant passé par tous les points signalés plus haut, et ayant arraché aux couches néocomiennes du bassin anglais les éléments glauconieux apportés dans le bassin d'Anvers.

Grâce à l'étude du phénomène d'altération et des conséquences qui en découlent, toutes ces difficultés et ces hypothèses encombrantes s'évanouissent aujourd'hui.

Tout en ayant parfaitement reconnu, dans notre Esquisse géologique du bassin d'Anvers, que les sables ferrugineux de nos collines tertiaires n'étaient autre chose qu'un facies altéré et oxydé de sables glauconieux préexistants, nous avions, comme cela s'était toujours fait, rapporté tous ceux-ci indistinctement à la période pliocène.

Des observations récentes faites avec MM. Rutot et Vincent, nous permettent aujourd'hui de rectifier dans le sens voulu les passages de notre Esquisse relatifs à ce sujet, et de mettre ainsi une fois de plus en lumière les résultats incontestables que l'étude des phénomènes d'infiltration et d'altération des roches peut apporter dans les recherches stratigraphiques.

Une objection nous a été présentée comme mettant en défaut l'exactitude de nos vues sur l'origine et sur la nature du phénomène qui a agi sur certains dépôts glauconieux. Nous allons la mentionner telle qu'elle nous a été faite.

Tandis que l'examen de certains massifs de sables glauconieux altérés ou ferrugineux, — tels, par exemple, que ceux couronnant les hauteurs de Bruxelles et de Renaix, — montre des sédiments ayant été uniformément

altérés et oxydés dans toute leur masse et des grains glauconieux ayant tous indistinctement subi l'action du même phénomène, d'autres couches glauconieuses, comme celle du Bolderberg et une partie de celles de Louvain, par exemple, présentent des caractères très-différents.

Ces dépôts, parfois entièrement altérés dans leurs parties supérieures, font voir plus bas un curieux mélange de glauconie, parfaitement noire et intacte, et de glauconie dont les grains ont subi divers degrés de décomposition : les uns étant verts ou jaunâtres, les autres bruns ou rougeâtres. Ces grains intacts et ceux altérés se trouvent intimement mélangés, ce qui donne lieu à une apparence toute particulière.

L'objection soulevée consiste dans la difficulté, l'impossibilité même, d'expliquer de tels effets par un phénomène d'altération dû à l'infiltration des eaux superficielles. Un dépôt soumis à cette influence montre, il est vrai, des zones d'intensités différentes dans le degré d'oxydation, mais la masse des grains glauconieux d'un point déterminé doit montrer, dans ses éléments pris isolément, une identité ou tout au moins une analogie très-grande comme aspect et comme degré d'altération.

Cette objection serait sérieuse si les phénomènes d'altération par infiltration s'étaient bornés à affecter les seuls dépôts superficiels formant *actuellement* la surface de l'écorce terrestre.

Mais par le fait même de leur essence, ces phénomènes ont dû se produire en tout temps et agir sur les dépôts superficiels successifs de cette écorce.

On doit donc admettre qu'à diverses époques certains sédiments glauconieux avaient déjà été altérés et oxydés par le fait d'infiltrations continentales, avant d'avoir été arrachés par affouillement et par dénudation aux massifs émergés aux dépens desquels ils se sont resédimentés sous les eaux de la mer.

Il en résulte alors que des dépôts intacts et des zones altérées ont pu simultanément fournir les matériaux de strates marines nouvelles. Les éléments de celles-ci se trouvaient donc *originairement* composés de grains intacts et de grains altérés.

Or, si nous revenons à nos « sables glauconieux diestiens », que remarquons-nous? C'est que ceux d'entre eux dont les grains sont uniformément altérés et oxydés dans la masse du dépôt — comme à Bruxelles et à Renaix

— représentent précisément le sommet altéré de l'éocène, soumis sans interruption aux infiltrations climatériques depuis cette période reculée jusqu'à nos jours et *restés in situ depuis leur formation.*

Ceux, au contraire, qui, comme certains dépôts glauconifères de Louvain et du Bolderberg, montrent le mélange, signalé plus haut, de grains intacts et de grains altérés, représentent précisément, d'après nous, soit des dépôts marins quaternaires, soit tout au moins des couches pliocènes très-récentes et incontestablement formées *par affouillement et aux dépens de sables glauconifères pliocènes ou oligocènes préexistants,* antérieurement émergés, et qui durent certainement être atteints en plusieurs points par les phénomènes ordinaires d'altération.

Souvent le sommet de ces dépôts a été uniformément altéré et oxydé par les phénomènes modernes et actuels d'infiltration; mais le mélange de grains altérés et de grains normaux s'observe alors plus bas, dans les parties non soumises à l'influence des agents météoriques modernes.

Non-seulement, l'objection signalée plus haut se trouve ainsi détruite, mais encore les faits sur lesquels elle est basée deviennent, au contraire, des arguments en faveur de la généralité et de l'ancienneté du phénomène d'altération par infiltration superficielle. De plus, nous y trouvons un argument en faveur de la thèse suivant laquelle nous rapportons à une période assez récente les massifs glauconieux où s'observe ce mélange de grains intacts et de grains altérés; et ces massifs, fussent-ils non quaternaires mais, comme le voudrait M. le professeur Gosselet, d'âge un peu plus ancien, c'est-à-dire « scaldisiens », le raisonnement que nous avons exposé n'en serait pas moins exact et les conclusions identiques [1].

Nous ne clôturerons pas ces considérations sur les phénomènes d'altéra-

[1] La découverte, récemment faite par MM. Cogels et van Ertborn, de fossiles pliocènes, ou tout au moins de vestiges déterminables, dans les grès ferrugineux diestiens du Pellenberg, ainsi que celle faite, peu après, par nous-même, d'un riche gisement de *Terebratula grandis* à la base des sables diestiens altérés du chemin de Steenrots, près Louvain, nous forcent à abandonner l'hypothèse que nous avons émise, avec M. Rutot, au sujet de l'âge « quaternaire » des sables glauconifères diestiens qui s'observent à l'est de Louvain. Ces dépôts sont bien pliocènes et représentent, suivant toute apparence, le littoral de la mer des sables moyens d'Anvers.

(*Note ajoutée pendant l'impression.*)

tion des dépôts glauconieux sans signaler une observation assez intéressante, que nous avons faite dernièrement à Anvers dans les travaux du Kattendyk, en compagnie de M. Rutot. Cette observation dénote un curieux cas de reconstitution des éléments glauconieux après altération et décomposition préalables.

Certains talus, découverts par les travaux, montraient, entre les dépôts pliocènes à *Trophon antiquum* et un puissant banc de tourbe quaternaire, des sables post-pliocènes renfermant un peu de calcaire et une certaine proportion de glauconie. Ces sables étaient presque partout altérés par suite d'infiltrations : les éléments calcareux avaient alors totalement disparu par dissolution, et la glauconie, décomposée et désagrégée, se trouvait répandue dans toute la masse du dépôt sous la forme d'un résidu impalpable, d'apparence argileuse et de couleur ocreuse, imprégnant la surface des grains quartzeux.

La coloration de ces sables altérés était jaunâtre; mais en certains points, voisins du banc tourbeux et notamment autour des anciennes racines qui en descendaient, on observait un changement d'aspect et de coloration très-accentué. Le talus se trouvait alors marbré de zones vertes irrégulièrement distribuées, tantôt en masses nuageuses, tantôt en tubulures cylindriques entourant les racines tourbeuses qui traversaient les sables. Ces parties vertes avaient une apparence plus argileuse que le reste du dépôt et, au premier abord, on aurait pu croire qu'elles représentaient les vestiges d'une couche spéciale verte et plus argileuse que la masse des sables au sein desquels elles se trouvaient distribuées.

Mais un examen attentif permettait de reconnaître dans ces zones vertes le résultat naturel et purement chimique d'une action réductrice ayant reconstitué en sels ferreux l'oxyde ferrique précédemment répandu dans toute la masse du dépôt par suite de la décomposition de la glauconie. Cette action réductrice était incontestablement due à l'influence des hydrocarbures dégagés par les matières organiques du banc de tourbe recouvrant.

Ce n'est pas la première fois d'ailleurs que nous avons noté des faits de ce genre. Ainsi, dans les tranchées que l'on fait si souvent dans les rues de Bruxelles pour le service des eaux et du gaz, il est facile d'observer le même

phénomène. Au voisinage des conduites de gaz placées depuis un certain temps au sein de nos sables éocènes — généralement altérés, oxydés et devenus jaunâtres dans le sous-sol de la ville — on observe que ce dépôt prend une apparence argileuse et devient vert, surtout aux environs des articulations des conduites. Il en est de même lorsque les travaux sont effectués dans un terrain où des fuites de gaz ont été constatées.

La similitude de ces zones de verdissement, ainsi formées par reconstitution des éléments glauconieux du dépôt éocène, avec la zone d'argile verte des dépôts quaternaires d'Anvers, est vraiment frappante; et, dans les deux cas, c'est bien à l'influence des hydrocarbures dégagés, ici par les gaz de la houille, là-bas par la tourbe, qu'il faut attribuer la formation de ces zones spéciales, d'origine purement chimique et dont le géologue n'aura aucun compte à tenir, du moins au point de vue de la succession et de la chronologie des terrains.

Dans les deux cas qui viennent d'être signalés, la reconstitution de la glauconie ne pouvait évidemment porter son action sur les grains glauconieux primitifs du dépôt, mais seulement sur les éléments de ceux-ci décomposés antérieurement, c'est-à-dire sur le résidu se trouvant dispersé sous forme de matières impalpables dans le sein du dépôt. Ce résidu, on le sait, fait aisément corps avec l'eau et il possède l'aspect et les propriétés d'une véritable argile. Tel est le motif par lequel le phénomène de verdissement fait réapparaître, non pas les grains glauconieux primitifs, mais un dépôt argileux verdâtre, qui n'est autre chose que la reconstitution en sels ferreux de l'oxyde ferrique imprégnant la masse des sables précédemment altérés.

L'hydrate ferrique, mis en liberté par la décomposition de la glauconie, donne encore lieu, dans certaines circonstances, à des phénomènes d'agglutination et de concrétionnement également intéressants à noter.

C'est ainsi qu'on retrouve dans la formation de l'*alios* un phénomène de concrétionnement dû à l'action des eaux superficielles d'infiltration.

On sait que l'alios est un grès quartzeux, d'un brun noirâtre, que l'on rencontre fréquemment à une minime profondeur sous le sol dans certaines plaines sableuses, comme dans les Landes, ou sous un sable caillouteux, comme dans le Médoc. Il s'observe aussi dans le sol sableux des forêts de

Fontainebleau, de Chantilly, etc., ainsi que dans d'autres localités du bassin parisien; il se retrouve également dans les plaines sablonneuses du nord de l'Europe, et même en Belgique.

L'alios est composé de grains quartzeux cimentés par des matières organiques et par un enduit limoniteux ou d'oxyde de fer hydraté, qui le rend dur et ferrugineux.

M. Faye [1] a reconnu que la formation de ce grès est due à la dissolution des matières organiques de la surface, lesquelles, s'infiltrant dans le sol avec les eaux pluviales, se concentrent, en été, lors de l'évaporation de la nappe souterraine, et se déposent à la surface de celle-ci, en cimentant les sables. L'altération, dans l'eau d'infiltration, des éléments calcaires et glauconieux, souvent contenus dans le dépôt sableux, favorise également la production du phénomène, car elle met en liberté de l'hydrate ferrique et rend l'eau calcaire, et par conséquent plus incrustante lors de l'évaporation.

On voit que si la formation de l'alios représente un phénomène assez complexe, les infiltrations superficielles y jouent le principal rôle.

Certaines roches siliceuses contiennent une forte proportion d'éléments calcaires. L'infiltration des eaux pluviales ou météoriques, chargées d'acide carbonique, produisant la dissolution de ces éléments calcaires, on obtient alors, comme résidu, une sorte de squelette siliceux, une roche poreuse, légère et spongieuse, dont certaines formes spéciales sont connues sous le nom de *silex nectique*. Cette forme particulière de silex altéré se trouve en abondance dans plusieurs régions; nous pouvons citer, par exemple, les affleurements superficiels des « fortes toises » du système crétacé moyen, en Belgique; la plaine quaternaire des environs de Lyon; diverses vallées du midi de la France, etc. Cette roche est généralement si friable qu'elle se brise au moindre choc et s'écrase sous la pression des doigts.

En Belgique, près de Tournai, on emploie comme tripoli une roche du calcaire carbonifère, provenant également de l'altération d'un calcaire siliceux, très-dur et très-compacte à l'état normal.

[1] *Académie des sciences*, 25 juillet 1870.

Dumont a signalé des altérations du même genre dans certains silex crétacés, recouvrant le sol des Hautes Fagnes, en Ardenne, et il fait remarquer que la disparition du test des fossiles donne parfois à la roche une texture celluleuse [1].

La formation des meulières est évidemment due à un phénomène du même genre que ceux indiqués plus haut.

Ces roches, représentées dans le bassin de Paris par les meulières de la Brie et par les meulières de la Beauce, consistent en bancs discontinus, ou en grands rognons irréguliers, d'une roche siliceuse à structure spongieuse ou caverneuse, noyés dans des amas d'argile impure, diversement colorée, mais le plus souvent jaunâtre ou rougeâtre. Le tout est disposé en lits relativement peu épais, recouvrant généralement les calcaires siliceux qui constituent les travertins moyen et supérieur du bassin parisien.

On a parfaitement reconnu que la meulière de la Brie, par exemple, n'est qu'un accident du calcaire siliceux, le développement de l'un de ces termes, correspondant à un amincissement de l'autre. On a vu aussi la meulière passer insensiblement au calcaire siliceux, et cela dans un bloc dont la surface seule était changée en meulière.

Quelques observateurs consciencieux ont reconnu que les argiles rougeâtres ou bariolées qui remplissent à moitié les vides et les cavités de la carapace siliceuse constituant la meulière, pourraient bien représenter le résidu argileux et oxydé de la dissolution des éléments calcaires primitivement contenus dans le calcaire siliceux.

Pour expliquer le phénomène de dissolution du calcaire, dont on apercevait les traces évidentes, on a fait appel aux hypothèses ordinaires si souvent invoquées en pareil cas. On a supposé des sources acides, des ruissellements d'eaux acidulées, des éjections geyseriennes, et même d'immenses sources d'acide carbonique, des eaux thermales chargées d'acide chlorhydrique, voire même des dégagements d'acide sulfurique! Quant à l'action toute simple, et, malgré sa lenteur, si énergique et si universelle, de l'infiltration

[1] A. Dumont, *Mémoires sur les terrains crétacé et tertiaires, etc., de la Belgique;* édités par M. Mourlon; t. Ier, Terrain crétacé, p. 518. Bruxelles, 1878.

des eaux superficielles, personne n'a songé à la mettre en avant! Et c'est là cependant que gît le nœud de la question.

Nous ne pouvons ici nous appesantir sur ce point et cependant, nous devons faire remarquer que déjà, parmi les observations publiées, il en est qui, bien que faites sans idée préconçue, démontrent clairement les connexions existant entre la transformation du calcaire siliceux en meulière et les conditions particulières de perméabilité des dépôts recouvrants, relativement aux infiltratrations venant de la surface.

Ainsi, M. Meugy a constaté, dans une carrière de travertin supérieur, à Hondevilliers, où la roche était recouverte par des sables reposant sur un lit d'argile imperméable, que le seul point de cette excavation où pût s'observer la roche cariée, favorable à l'exploitation, se trouvait précisément au-dessous d'une grande poche de ravinement quaternaire, ayant dénudé les sables et l'argile protectrice, et atteignant le travertin. Les infiltrations superficielles, traversant aisément le limon quaternaire et arrivant au calcaire siliceux, l'avaient altéré et changé en meulière, tandis que, partout ailleurs dans la carrière, le lit d'argile imperméable formant la base des sables, avait protégé la roche, restée parfaitement intacte.

De plus, dans les carrières environnantes, observées par M. Meugy, il y avait une solidarité constante entre l'altération de la roche et l'absence du sable accompagné de l'argile imperméable sous-jacente, qui sert en même temps de digue aux infiltrations. Il y avait là une liaison constante, et les ouvriers savaient par expérience que partout où le manteau sableux recouvrant l'argile était resté intact, la pierre cariée exploitable faisait constamment défaut.

Comme confirmation du rôle des eaux superficielles d'infiltration dans l'altération des calcaires siliceux de la Brie et de la Beauce, nous ferons encore remarquer que la meulière apparaît généralement quand la roche vient affleurer à la surface des plaines, quel que soit d'ailleurs le niveau stratigraphique de la zone d'affleurement. De plus, la présence des meulières est souvent intimement liée à celle du « diluvium rouge » recouvrant; et, comme nous le verrons plus loin, cette présence du « diluvium rouge » est l'indice incontestable de phénomènes d'altération par infiltration des eaux météoriques.

Le calcaire siliceux est resté généralement intact, lorsqu'il s'est trouvé recouvert dans les profondeurs du sol par des couches imperméables ou non altérées : marnes, glaises ou diluvium gris. Dans les régions dont le sol est fracturé et disloqué par des failles, les eaux d'infiltration peuvent opérer en profondeur les mêmes effets d'altération qu'à la surface, et, il est possible, par suite de semblables circonstances, de constater en un même point une zone superficielle et un niveau profond d'altération et de formation de meulière, en même temps que des zones intermédiaires, restées parfaitement à l'abri de l'invasion des eaux.

V. — *Roches calcaires.*

Les roches calcaires sont extrêmement sensibles à l'action des agents météoriques; les altérations qu'elles subissent sont parfois si profondes que le résidu de la plupart d'entre elles devient méconnaissable.

Déjà, le simple contact de l'air suffit parfois pour modifier complétement la couleur de la roche. C'est ainsi que les calcaires auxquels une certaine quantité de matière organique donne une coloration foncée, bleuâtre ou noirâtre, pâlissent et blanchissent rapidement au voisinage des fentes et sur les surfaces exposées aux intempéries et aux infiltrations de l'eau atmosphérique. C'est le résultat d'une sorte de combustion lente — au contact de l'air ou de l'oxygène en dissolution dans les eaux météoriques — des particules foncées de carbone contenues dans la roche.

Les calcaires riches en sels ferreux prennent, au contraire, une teinte plus foncée, généralement brunâtre ou rougeâtre, par suite de la péroxydation produite au contact de l'oxygène en dissolution dans les eaux, ou contenu dans l'air atmosphérique.

Presque toutes les roches calcaires contiennent des sels ferreux, même celles qui au premier abord en paraissent dépourvues. Telles sont la plupart des roches crayeuses, les calcaires blancs compactes, etc.

Nous citerons, par exemple, les roches jurassiques de la côte d'Eza et de Menton, dont la surface devient, par oxydation des sels ferreux, entièrement

rouge, mais qui, à l'intérieur, sont parfois d'une blancheur parfaite, et ne décèlent à la vue aucune trace d'éléments ferreux.

Certaines roches, fortement altérées, montrent des modifications si profondes qu'une observation superficielle aurait peine à les faire se rapporter simplement aux phénomènes d'oxydation et de dissolution produits par les agents météoriques. Il en est ainsi, par exemple, pour certains grès calcarifères, bleus ou verdâtres, du système ahrien, dans la haute Belgique. La couleur brune de la roche altérée résulte de l'oxydation des sels ferreux qu'elle contient parfois en abondance; sa structure celluleuse provient de la dissolution du carbonate de chaux qui formait le test des fossiles, et enfin sa friabilité est la conséquence de l'enlèvement, par les eaux d'infiltration, du ciment calcaire unissant les grains quartzeux de la roche.

La grande solubilité du calcaire dans l'eau tenant en dissolution de l'acide carbonique est un fait bien connu, appuyé d'ailleurs par de nombreuses expériences de laboratoire. Les eaux météoriques, toujours chargées d'acide carbonique, surtout après avoir traversé un sol végétal, constituent donc, avec l'aide du temps, un puissant agent de dissolution des dépôts calcaires.

Cette action des eaux météoriques sur le carbonate de chaux se manifeste souvent d'une manière très-sensible, bien que sur une échelle restreinte, dans certaines roches schisteuses fossilifères anciennes, exposées aux intempéries ou aux infiltrations superficielles.

Les fossiles, s'ils sont calcaires, ont alors disparu par dissolution du carbonate de chaux, et il ne reste plus à leur place qu'une quantité de cavités et de moules externes pouvant, lorsqu'ils sont abondants, donner à la roche un aspect celluleux tout particulier.

Les couches devoniennes de la Belgique, très-développées dans une région où les eaux sont vives et fortement chargées d'acide carbonique, fournissent de nombreux cas de ce genre.

Certaines roches calcaires contiennent des fossiles spathisés, agathisés ou silicifiés, ce qui rend ceux-ci plus difficilement attaquables que la gangue calcaire dans laquelle ils sont contenus. Sous l'influence des intempéries et du ruissellement des eaux pluviales, la roche calcaire s'altère et, se dissolvant

peu à peu, met graduellement en liberté, et bien conservés, les organismes primitivement contenus dans son sein.

Il en est de même pour certains calcaires jurassiques avec fossiles silicifiés, dont le résidu d'altération, parfois désigné sous le nom d'*argile à chailles*, constitue de riches gisements fossilifères.

Ce mode de dégagement des fossiles n'est pas rare dans les roches primaires de la Belgique, où nous l'avons bien souvent observé; il se remarque particulièrement dans le calcaire carbonifère de Tournai.

Les sels ferreux des roches calcaires altérées donnent généralement au résidu meuble résultant de l'attaque de la roche une coloration rougeâtre très-caractéristique, produite par l'oxydation de ces éléments ferreux. Cette coloration rougeâtre est très-constante dans les dépôts calcaires altérés, et ce caractère, joint à l'absence du carbonate de chaux, permet bien souvent de reconnaître à première vue l'origine des dépôts superficiels formés par altération chimique des roches du sous-sol.

Les roches calcaires de divers étages géologiques se montrent souvent recouvertes, dans les régions où elles affleurent, d'un manteau terreux, de coloration rougeâtre, tantôt argileux, tantôt sableux, dépôt d'épaisseur variable et dont les géologues ne s'expliquaient pas bien l'âge, ni le mode de formation. Parfois, au lieu d'une couche uniformément étendue sur la roche calcaire sous-jacente, on a constaté la présence de poches ou d'entonnoirs remplis de ces mêmes matières rougeâtres, et l'on a remarqué que ces cavités, souvent très-profondes, paraissaient suivre des directions déterminées.

Parmi les dépôts de ce genre, nous citerons, par exemple, ceux observés par M. Guignet [1] au milieu des roches calcaires du lias, de la grande oolithe et du forest-marbre de la Haute-Marne, et ceux mentionnés par M. A. Arcelin dans les roches jurassiques des environs de Mâcon [2].

Les mêmes phénomènes se retrouvent, bien accentués, dans les calcaires devoniens de la Belgique.

[1] *Comptes rendus de l'Institut*, 1869, t. LIX, p. 1028.

[2] *Les formations tertiaires et quaternaires des environs de Mâcon* (ANNALES DE L'ACAD. DE MACON. Paris, 1877).

M. G. Cotteau a fait des observations analogues dans le département de l'Yonne, sur un grand nombre de points des étages bathonien, oxfordien et corallien. Partout où ces dépôts rougeâtres ont été observés, dit M. Cotteau, la roche qui leur sert de réceptacle est abrupte et présente des traces évidentes d'érosion. Les poches, qui atteignent parfois 10 à 12 mètres de profondeur, sont remplies de sables et d'argiles rouges et contiennent du minerai de fer.

Ces dépôts meubles, oxydés, privés de carbonate de chaux et remplissant les poches de la roche calcaire corrodée, ou bien s'étendant à la surface, ne sont autre chose évidemment que le résidu de la dissolution du calcaire, par suite de l'infiltration des eaux atmosphériques chargées d'acide carbonique, agissant, soit sur toute la superficie du dépôt exposé aux agents météoriques, soit sur des parties localisées plus particulièrement exposées. L'alignement des entonnoirs, ou poches d'altération, peut provenir de la présence de failles ou de fractures constituant des zones linéaires d'attraction et d'écoulement pour les eaux d'infiltration, ou encore de la disposition particulière des dépressions du sol, influençant directement l'écoulement des eaux auxquelles sont dues les altérations de la roche.

La terre rougeâtre qui recouvre généralement les affleurements calcaires de beaucoup de contrées — et qui, sous le nom de *terra rossa*, est si bien développée dans la Carniole, par exemple — n'est autre chose que le résidu des roches calcaires sous-jacentes, infiltrées par les eaux atmosphériques.

La *latérite,* dépôt terreux rougeâtre, qui occupe de grandes étendues dans les régions tropicales de l'Inde et de l'Amérique du Sud, et qui a été observée en Chine sous des alluvions et des dépôts modernes, représente, on l'a parfaitement reconnu, le résultat de la décomposition profonde, non-seulement des roches calcaires sous-jacentes, mais encore des roches feldspathiques, schisteuses, gréseuses, etc., que l'on voit d'ailleurs insensiblement passer à l'état de latérite dans la partie supérieure. Comme l'a fait judicieusement remarquer M. de Richthofen [1], il est aisé de comprendre que les pluies abondantes et la végétation luxuriante des régions tropicales doivent singulière-

[1] Voir Neumayer, *Anleitung zu wissenschaftlichen Beobachtungen auf Reisen,* etc., 1875.

ment favoriser la désagrégation et la décomposition du sol : sous ces climats si différents des nôtres, les eaux météoriques, abondantes, chaudes, très-chargées d'acide carbonique et d'acides végétaux, attaquent rapidement et profondément toutes les roches qu'elles rencontrent.

M. de Richthofen est absolument dans le vrai lorsqu'il dit que le remaniement, par les eaux, de dépôts analogues à la latérite et ayant la même origine, mais entraînés ensuite dans des estuaires ou dans des mers peu profondes, pourrait, en s'appliquant à des époques reculées de l'histoire de la terre, servir à expliquer la formation des grès rouges triasiques et devoniens ainsi que celle d'autres dépôts analogues.

Sir Ch. Lyell [1] faisait remarquer à ce sujet que, pour se rendre compte de la formation de dépôts de limon et de sables rouges observés en divers points de l'écorce terrestre, on n'avait qu'à supposer une simple désagrégation de schistes cristallins, ordinaires ou métamorphiques. A l'appui de cette opinion, il signalait, dans la partie orientale des Grampians d'Écosse, au nord de Forfarshire, des montagnes de gneiss, de micaschistes et de schistes argileux qui sont recouvertes par un dépôt dérivant de la décomposition de ces roches : ce résidu, teint par l'oxyde de fer, est précisément de la même couleur que le vieux grès rouge des Lowlands (terres basses) du voisinage. Il suffirait, ajoute le consciencieux observateur, que cet alluvium fût entraîné à la mer ou dans un lac pour qu'il formât des couches de grès ou de limon jaune absolument semblables au vieux et au nouveau grès rouge de l'Angleterre, ou bien encore aux argiles et aux grès rouges des dépôts tertiaires de l'Auvergne.

L'absence généralement constatée de coquilles fossiles dans divers terrains anciens ou récents, riches en oxyde de fer et présentant les caractères lithologiques caractérisques du grès rouge, est une conséquence inévitable du mode de formation de ces dépôts : résidus altérés, oxydés et décalcifiés, de roches calcaires, feldspathiques ou schisteuses préexistantes et ayant été soumises pendant des périodes d'émergence aux forces destructives et dissolvantes des agents météoriques.

[1] LYELL, *Éléments de géologie*, 6e éd., t. II, p. 47.

La formation des grès, des nodules ou rognons de diverses natures disséminés dans certaines roches, celle des poudingues, etc., se rattachent très-intimement aux phénomènes d'altération par infiltration. En effet, la dissolution des éléments calcaires donne lieu à une saturation plus ou moins forte des eaux d'infiltration. En descendant dans le sein des dépôts sous-jacents, ces eaux changent donc de propriétés, et, de dissolvantes qu'elles étaient, deviennent incrustantes. Elles agglutinent et cimentent alors les sables, les galets, et les changent rapidement en grès et en poudingues.

Nous nous bornerons, sans insister davantage, à rappeler simplement ce phénomène, d'ailleurs bien connu. Il a été vérifié, non-seulement par de curieuses expériences de laboratoire [1], mais encore dans la nature. Il se reproduit même jusque dans les eaux de la mer. La formation des grès récents s'observe surtout sur les plages calcaires des régions chaudes, où l'évaporation des eaux de la mer, très-chargées de sels calcaires, étant fort rapide, l'apport continu du ciment abandonné par elles est considérable. Virlet d'Aoust [2] dit avoir constaté sur les plages sablonneuses de la Grèce la formation de grandes plaques et même de couches de grès, par l'agglutination des sables du rivage au moyen du ciment calcaire fourni par la mer.

Dans son intéressant livre, récemment publié : *Sur les causes actuelles en géologie* [3], M. Stanislas Meunier dit que « dans la mer des Antilles, par exemple, les flots sont à 32° et déposent en abondance par évaporation le calcaire qu'ils dissolvent. Celui-ci cimente le sable des grèves et donne lieu rapidement à des roches aussi dures que nos meilleures pierres de construction. Sur les côtes de l'Ascension, Darwin a trouvé un de ces calcaires dont la densité, égale à 2.63, est à peu près celle du marbre de Carrare. En plusieurs endroits de la « Côte Ferme » on exploite activement des carrières de ces pierres maritimes pour les constructions, et les excavations sont promptement remplies par de nouveaux matériaux.

[1] S. Meunier, *Les causes actuelles en géologie et spécialement dans l'histoire des terrains stratifiés*. Paris, 1879; in-8°.

[2] Virlet d'Aoust, *Phénomènes géologiques observés dans la tranchée dans la rue de Rome*, etc. (Bull. Soc. géol. de France, 2ᵉ sér., t. XXII, p. 130, 1864).

[3] *Loc. cit.*

» Sur les rives de la Mer Rouge, les blocs de roches apportés par les torrents sont, en quelques semaines, compris dans un solide conglomérat.

» Dans les mers moins chaudes le même phénomène se reproduit encore quelquefois, mais sur une échelle moins grande. Par exemple, sur les côtes septentrionales de la Sicile, les eaux à 18° déposent entre les galets du littoral un ciment calcaire, qui les convertit en poudingues... Sur les côtes de la Méditerranée elle-même, des faits analogues se produisent; des calcaires coquilliers et sableux, de cimentation actuelle, y ont été recueillis en maintes localités.

» Enfin, de plus en plus rare vers le nord, le phénomène a encore lieu dans l'Atlantique et même dans la mer du Nord. »

Les eaux météoriques ou d'infiltration, chargées des sels calcaires enlevés par dissolution aux parties superficielles de l'écorce terrestre, doivent *à fortiori* donner lieu aux mêmes résultats. Nous avons nous-même constaté le long des falaises crétacées de la côte comprise entre Douvres et Folkestone, des zones plus ou moins étendues, où la ceinture de galets qui s'étend au pied de cette côte crayeuse se trouvait changée en un poudingue assez résistant pour subir, sans se désagréger, les assauts furieux des tempêtes et des marées d'équinoxe. Ces poudingues s'observaient au voisinage de filets d'eaux et de sources sortant du bas de la falaise crayeuse; ils étaient dus par conséquent à l'action agglutinante des eaux météoriques ou d'infiltration ayant dissous une certaine proportion de sels calcaires pendant leur passage au travers du massif crayeux de la falaise.

Les poudingues qui s'observent fréquemment en Belgique à la base de certains sables glauconifères, devenus quaternaires par remaniement fluvial de strates éocènes ou pliocènes, et que les observateurs ont jusqu'ici confondus avec les dépôts diestiens, sont encore un remarquable exemple des phénomènes d'agglutination résultant de l'infiltration des eaux superficielles. C'est ainsi que nous avons constaté, au Mont de la Musique près Renaix (Hainaut), une décomposition de la glauconie ayant donné lieu à la formation d'un ciment ferrugineux, qui a empâté les cailloux et galets en les agglutinant en plaques limoniteuses. Celles-ci sont parfois devenues si dures et si résistantes qu'elles se brisent sous le choc comme une matière homo-

gène et se divisent en fragments qui sectionnent indifféremment les cailloux de silex et le ciment qui les relie.

Presque tous les poudingues quaternaires, à ciment calcaire ou ferrugineux, qui ont été signalés dans diverses régions doivent leur origine à la même cause. Nous citerons, entre autres, ceux du delta du Var, étudié par M. de Rosemont [1], lequel a parfaitement reconnu le rôle des infiltrations dans la production de cette roche.

Il va sans dire que la même explication peut se donner pour un grand nombre de poudingues qui se sont formés dans les temps géologiques, par suite de phénomènes d'agglutination indépendants de l'influence marine et après l'émergence des galets constituant ces poudingues anciens.

Au contact des argiles, qui arrêtent les eaux d'infiltration chargées de sels ferreux et de résidus divers, il se forme souvent des niveaux de concrétionnements limoniteux ou autres, pouvant donner lieu à des erreurs d'interprétation stratigraphique.

De minces zones de limonite, devenues fragmentaires sur place par suite de modifications de pression dues aux variations de l'humidité des dépôts, paraissent parfois représenter, non un simple niveau de concrétionnement, mais des zones de roches anguleuses, analogues à celles que l'on voit à la base de certaines de nos couches glauconifères, etc.

Ce cas a été constaté par nous dans la tranchée du chemin de fer de Tongres à Saint-Trond, au second pont à l'est de la station de Looz. On y voit l'argile rupelienne surmontée des sables blancs dits « bolderiens » représentant la phase d'émersion du dépôt rupelien. Les deux couches se relient en passant de l'une à l'autre d'une manière insensible, sur une longueur d'environ 1000 mètres. La liaison est absolue, indiscutable.

Or, en certains points de la tranchée on peut, surtout à l'époque des fortes sécheresses, constater vers le haut de la masse inférieure argileuse l'existence d'un niveau de concrétions limoniteuses en petits fragments irré-

[1] A. de Chambrun de Rosemont, *Études géologiques sur le Var et le Rhône pendant les périodes tertiaires et quaternaires*, etc. Paris, 1873. (Extr. Ann. Soc. lettres, sciences, etc., des Alpes maritimes.)

guliers paraissant indiquer dans l'épaisseur du massif un niveau séparatif à éléments triturés et remaniés.

Dans d'autres localités du Limbourg, le même dépôt argileux rupelien est représenté par un facies un peu différent : l'argile schistoïde. Sa surface est parfois fortement altérée. On y remarque alors des niveaux de gros fragments anguleux et irréguliers d'une roche brunâtre, paraissant représenter des débris concassés et à peine roulés d'une roche limoniteuse, bien différente du dépôt argileux dans lequel ces fragments semblent empâtés.

Ce n'est qu'en brisant ces blocs, qui sont très-durs, qu'on peut reconnaître qu'ils ne sont autre chose que le résultat d'un phénomène d'altération et de concrétionnement sur place. Ils sont formés de zones limoniteuses concentriques emboîtées, ayant chacune la forme de la surface extérieure du bloc et alternant parfois avec des cavités plus ou moins régulières, affectant la même disposition.

Les angles aigus ainsi que les surfaces planes, diversement agencées, de ces blocs limoniteux résultent de la schistosité de la roche primitive.

Il est permis de croire que des cas de ce genre, observés par Dumont en d'autres points du rupelien du Limbourg, ont contribué à lui faire établir, entre l'argile rupelienne et les sables bolderiens qui les surmontent, la ligne de démarcation qu'il a admise à la base de ces sables, constituant en partie son « système bolderien ».

Outre les phénomènes secondaires d'agglutination et de concrétionnement qui résultent de l'altération des roches calcaires par suite de l'infiltration des eaux météoriques, il en est d'autres encore dont l'étude, faite avec soin, donnera lieu à des résultats importants dans leurs applications géologiques. Nous voulons parler des dépôts locaux formés au sein des roches par le filtrage des eaux superficielles chargées des résidus des dépôts calcaires, et qui, après avoir effectué leur œuvre de dissolution et d'oxydation, se rassemblent dans les fissures, les fentes et les cavités de la roche. Ces eaux chargées de résidus limoneux, argileux, ferrugineux, ou bien contenant en dissolution des sels de toute nature, donnent naissance à des dépôts terreux, argileux ou métalliques disposés en amas, en poches ou en filons suivant la forme des cavités que ces eaux rencontrent au passage et approfondissent de plus en plus.

En Belgique, les terrains anthraxifères, et notamment le calcaire carbonifère, offrent de nombreux exemples de ces dépôts, où dominent surtout les éléments argileux et ferrugineux, et dont l'origine a donné lieu à des recherches qui jusqu'aujourd'hui n'ont guère éclairci la question.

Les illustres maîtres de la géologie belge : d'Omalius et Dumont, ont défendu avec autorité et conviction l'hypothèse de l'origine geyserienne ou interne de ces argiles rouges et de ces filons métallifères; cette opinion a été adoptée par leurs successeurs.

On ne peut nier qu'en certains points, comme aux environs de Spa, par exemple, des eaux thermales, ou d'origine interne et chargées d'acide carbonique, ne donnent encore actuellement naissance à des dépôts du même genre que ceux auxquels nous faisons allusion, et il est probable que cette cause, ayant pu se présenter à plusieurs reprises, peut, dans certains cas, être invoquée à juste titre. Mais de là à accepter cette explication comme générale, il y a loin!

On notera d'abord que l'étude des phénomènes d'altération par infiltration des eaux météoriques fait retrouver dans les résidus des zones altérées toutes les substances qui s'observent dans les poches, filons et cavités de nos terrains anthraxifères : minerais de fer ou autres, argiles rouges, lithomarge, ainsi que les résidus quelconques oxydés et décalcifiés, surfaces corrodées, etc. Cela ressortira clairement de l'ensemble des observations que nous avons réunies dans le présent chapitre des roches calcaires.

Les argiles rouges, et la lithomarge en particulier — dont l'origine geyserienne paraît si constamment admise pour les gisements de nos terrains anthraxifères — se retrouvent avec les mêmes caractères et avec des relations identiques dans les puits naturels de la craie, dans les poches d'altération d'autres dépôts calcaires compactes, indiscutablement exempts d'influences internes.

Nous les avons encore retrouvées parfaitement caractérisées vers la base des poches d'altération du diluvium rouge, dans le bassin de Paris, partout enfin où les eaux superficielles ont vivement attaqué et modifié des dépôts très-calcarifères.

Les eaux d'infiltration pourvues de leurs propriétés oxydantes et dissolvantes peuvent, grâce au temps, produire des effets bien plus considérables

et surtout plus universels que tout autre agent d'altération. Les agents internes, au contraire, doivent, par le fait même de leur extrême localisation à la surface du globe, être relégués au dernier plan. On ne saurait d'ailleurs raisonnablement attribuer à l'action de ces agents l'universalité constatée dans la distribution des gisements d'argiles brunes ou rouges, de minerais de fer, etc., dans les filons et crevasses, ainsi qu'à la surface de toutes les roches calcaires quelconques et surtout la répartition de ces gisements dans des contrées incontestablement soustraites aux influences internes.

Lorsque des dépôts meubles, sableux et calcarifères, se trouvent soumis à l'influence de l'infiltration des eaux météoriques, les phénomènes d'altération qui en résultent présentent un intérêt tout particulier, par suite des apparences trompeuses auxquelles ces phénomènes donnent généralement lieu.

Presque toujours, dans ce cas, la zone superficielle altérée privée de fossiles et modifiée dans la plupart de ses caractères, devient méconnaissable, au point de paraître former un dépôt distinct, reposant en discordance sur la couche non altérée, qui paraît ravinée par elle.

C'est là un cas très-fréquent, sur lequel l'attention des géologues n'a guère été attirée jusqu'ici.

Nos études géologiques sur les couches tertiaires de la Belgique, riches en dépôts calcarifères sableux, nous ont fait rencontrer de nombreux cas de ce genre : cela nous a permis d'élucider divers problèmes que n'avaient pu résoudre jusqu'ici les géologues qui les avaient étudiés sans l'aide des lumières apportées par la question faisant l'objet de ce travail.

Simultanément avec ces recherches, ou plutôt peu après la publication des premiers résultats obtenus, des observations identiques aux nôtres ont été faites dans les dépôts tertiaires de l'Angleterre par plusieurs géologues ayant également compris le rôle de l'infiltration des eaux météoriques dans l'altération des dépôts superficiels. Depuis lors, les communications personnelles qui nous ont été adressées en confirmation de nos observations, et les adhésions nombreuses acquises dans ces derniers temps aux vues que nous avons exposées, montrent l'extension rapide à laquelle est appelée cette étude, ainsi que la simplification considérable qu'elle est destinée à apporter dans les recherches stratigraphiques et géogéniques.

Sans entrer ici dans des détails pouvant mieux trouver leur place dans des travaux spéciaux, nous croyons utile d'examiner rapidement ce qui se passe lorsque les dépôts superficiels ou bien ceux du sous-sol, soumis aux phénomènes d'altération par infiltration pluviale, sont meubles et calcarifères.

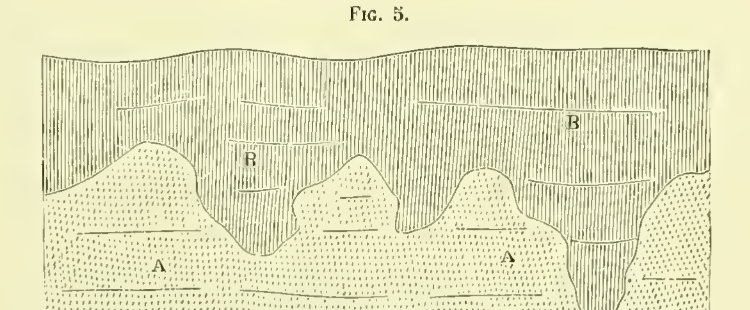
Grâce au pouvoir dissolvant de l'acide carbonique contenu dans les eaux atmosphériques, le carbonate de chaux du dépôt se dissout peu à peu et se trouve bientôt complétement éliminé. Les fossiles et les débris calcaires quelconques, devenant d'abord friables et tombant en bouillie sous les premières atteintes de l'eau d'infiltration, se décomposent bientôt entièrement et disparaissent, lorsque cet agent dissolvant a pu agir pendant un temps suffisamment prolongé.

La glauconie éparse dans le dépôt se décolore et verdit; si le phénomène s'accentue, elle se décompose; l'hydrate ferrique, alors mis en liberté, imprègne toute la masse du dépôt et la colore en jaune ou en rouge. Lorsque l'altération est moins avancée, les grains quartzeux mis à nu par l'enlèvement du calcaire et mélangés avec la glauconie verdie ou oxydée, donnent à l'ensemble du dépôt, privé de calcaire et humecté d'eau, une coloration verdâtre ou jaunâtre parfois très-accentuée. La surface de contact entre les zones intactes et les zones altérées, souvent ondulée, est le plus souvent irrégulièrement déchiquetée et apparaît dans les coupes sous forme de poches d'érosions et de sillons capricieux, résultats de l'inégale perméabilité des divers points du dépôt, rarement homogène dans toute sa masse. La section du terrain ainsi modifié rappelle, mais avec une évidente exagération dans les découpures, l'aspect d'une ligne de ravinement ou d'érosion mécanique (voir fig. 5 [1]). Cette circonstance, jointe à une modification profonde de l'aspect et de la coloration de la zone altérée, ainsi qu'à l'absence de débris organiques — qui s'oppose à la détermination paléontologique de l'âge du dépôt — a généralement induit en erreur les géologues qui se sont trouvés en présence de ce

[1] Cette figure, ainsi que celles qui suivent, ne représentent pas des coupes idéales, mais des sections de terrain, relevées pour la plupart dans les sables calcarifères de l'éocène moyen des environs de Bruxelles. Nous les avons extraites de nos carnets d'excursion, pensant qu'il était préférable, dans les considérations qui vont suivre, de ne nous occuper que des cas réellement observés par nous sur le terrain.

cas, très-fréquent d'ailleurs. Ils ont presque toujours été amenés à considérer comme dépôts distincts, d'origine et d'âge différents, les zones superficielles d'altération paraissant recouvrir en discordance les parties sous-jacentes non altérées.

Fig. 5.



A Sable meuble calcarifère. B Zone altérée (décalcifiée et oxydée).

Il suffira de rappeler les principaux résultats de nos recherches sur les couches du bassin tertiaire belge, pour prouver l'incontestable utilité qu'offre l'application de la thèse des altérations par infiltration à l'étude stratigraphique d'une région déterminée.

Mais auparavant, nous croyons utile d'exposer, d'une manière plus détaillée, les diverses conditions dans lesquelles peuvent se produire ces phénomènes d'altérations au sein des dépôts meubles calcarifères, d'indiquer leurs effets variés et enfin de rappeler, en les précisant, certains modes de vérification permettant de reconnaître l'existence de ces actions d'altération et de métamorphisme hydro-chimique.

Nous avons dit précédemment que l'infiltration des eaux superficielles, chargées d'oxygène et d'acide carbonique, donne lieu à une double action dissolvante et oxydante agissant, l'une sur le carbonate de chaux contenu dans les sédiments infiltrés, l'autre sur les sels ferreux, glauconieux ou autres, qui s'y trouvent disséminés ou à l'état de combinaison.

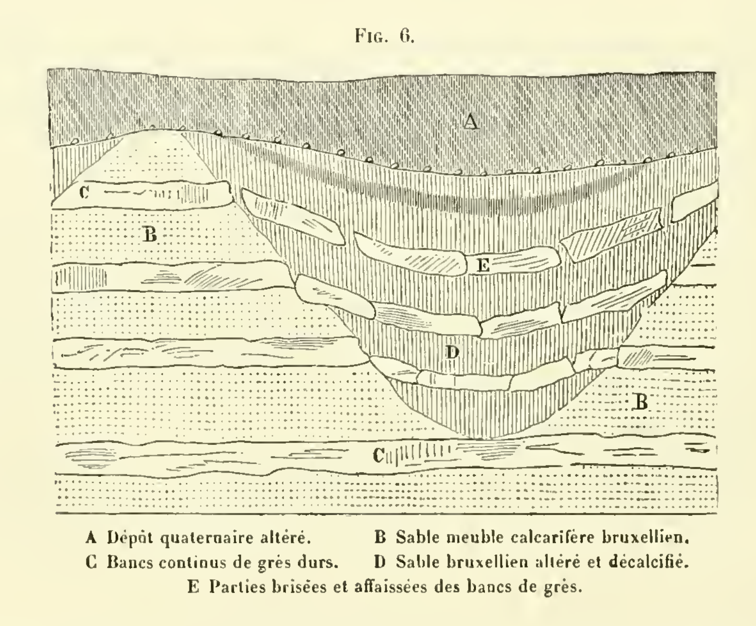
Le dépôt, privé de fossiles et se présentant avec une coloration et un facies très-différents de l'état normal, devient alors méconnaissable.

Mais, outre ces modifications capitales, les altérations qui se produisent

dans les dépôts meubles donnent encore lieu à des phénomènes secondaires, dont il convient d'étudier les principaux caractères.

L'enlèvement du carbonate de chaux, dans les dépôts fortement calcarifères, produit une diminution parfois notable dans le volume du dépôt altéré, et donne lieu à des tassements du résidu quartzeux imprégné d'eau ou d'humidité. Si des tables ou bancs continus de grès rencontrent des poches d'altération de certaine étendue, comme cela arrive parfois dans l'éocène moyen des environs de Bruxelles, on constate, surtout lorsque l'altération n'est pas très-intense, que le tassement des sables produit la rupture des bancs de grès superposés et suspendus dans la poche d'altération : ils apparaissent disloqués, brisés en fragments formant des guirlandes abaissées au sein de la poche, comme le montre le dessin ci-dessous (fig. 6), reproduisant une coupe dans les sables bruxelliens, observée par M. A. Rutot dans la tranchée du chemin de fer de Luttre.

Fig. 6.



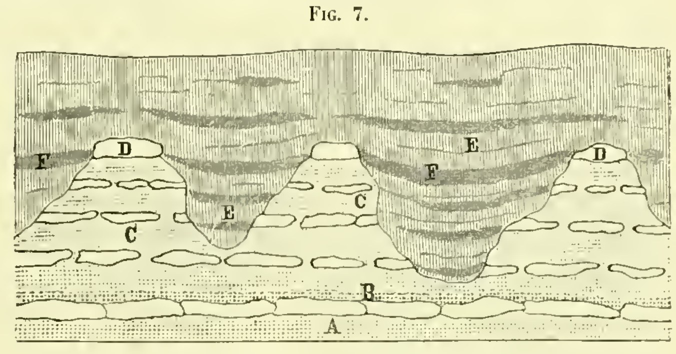
A Dépôt quaternaire altéré. B Sable meuble calcarifère bruxellien.
C Bancs continus de grès durs. D Sable bruxellien altéré et décalcifié.
E Parties brisées et affaissées des bancs de grès.

Lorsque l'altération est suffisamment intense, les grès rencontrés par les poches d'altération sont corrodés et s'effritent sous la pression des doigts, par suite de la dissolution du ciment calcaire unissant les grains quartzeux. Lorsque les grès sont très-calcarifères, le ciment se dissout complétement, les

sels ferreux et la glauconie s'oxydent, se changent en résidus ferriques et les grès se transforment en traînées de sable oxydé et rougeâtre, qui se tassent parfois comme de véritables guirlandes superposées, allant se raccorder aux parties intactes des bancs gréseux qui s'observent des deux côtés de la poche.

La coupe ci-dessous (fig. 7) représente des poches d'altération pénétrant les sédiments laekeniens, avec grès calcaires tendres; ces poches s'observaient, il y a un an encore, dans les coupes de la plaine de Tenbosch, à Bruxelles (Quartier-Louise).

Fig. 7.



A Sable calcareux bruxellien. B Gravier base du laekenien.
C Sable calcareux laekenien. D Grès calcarifères laekeniens.
E Sable laekenien altéré. F Zones ocreuses disposées en guirlandes se rattachant aux bancs de grès.

Cette coupe montre trois vestiges restés intacts d'un gros banc de grès D, dont le résidu meuble et rougeâtre F se continue nettement visible au travers des poches altérées.

Les fragments de grès plus ou moins désagrégés que l'on voit souvent dans les poches d'altération des sables éocènes des environs de Bruxelles, et qui sont les derniers vestiges sur place des bancs altérés et à moitié dissous, avaient été jusqu'ici considérés comme des fragments de roches triturées et remaniées; on les croyait apportés par les prétendus phénomènes d'érosion et de ravinement invoqués pour expliquer les apparences produites par ces phénomènes purement chimiques.

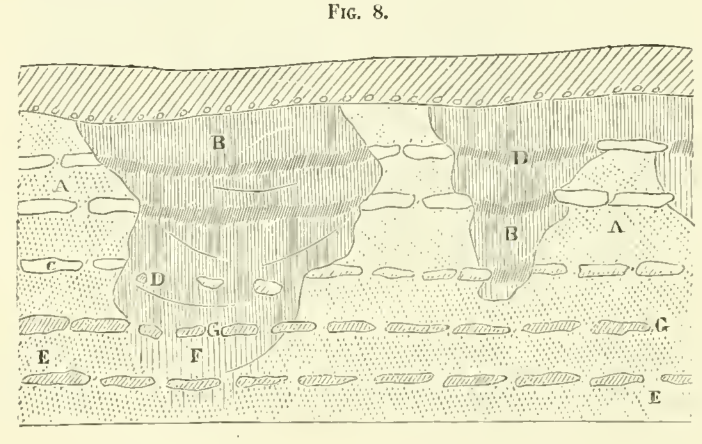
Les nombreuses poches d'altération qui s'observent dans les dépôts de notre éocène moyen rencontrent presque toujours des lits superposés de nodules de grès calcareux ou parfois siliceux.

Les grès siliceux, que l'on trouve dans l'étage inférieur bruxellien, sont généralement peu atteints par les phénomènes d'altération : le plus souvent on les voit traverser, sans modification aucune, les poches de sable altéré; dans ce cas l'hypothèse d'un ravinement des dépôts ne saurait même se présenter à l'esprit de l'observateur attentif.

La coupe ci-dessous (fig. 8) représente une poche d'altération, observée à Saint-Josse-ten-Noode (Bruxelles) et affectant à la fois les sables bruxelliens calcarifères A avec grès calcaires C et la zone de passage de ces sédiments aux sables quartzeux E avec grès silicifiés G.

Ceux-ci, représentés dans le bas de la coupe, ont été peu atteints par le phénomène d'altération, qui a provoqué la dissolution complète des grès supérieurs, à ciment calcaire.

Fig. 8.



A Sable bruxellien calcareux. B Zone altérée du même.
C Grès calcarifères bruxelliens. D Résidus altérés des mêmes.
E Sable siliceux bruxellien. F Zone infiltrée du même.
G Grès siliceux bruxelliens.

Dans l'étage calcareux ou supérieur du système bruxellien, les bancs de grès deviennent, vers le haut, de plus en plus calcaires. Dans les poches altérées de peu d'étendue, ils traversent la zone modifiée en s'effritant ou en se dissolvant en partie; dans les poches de plus grandes dimensions et profondément altérées, les grès calcareux se transforment entièrement en guirlandes meubles de sable rouge ou jaunâtre, fortement oxydées et formant parfois très-visiblement la continuation des bancs intacts des parties latérales,

non altérées, du dépôt calcarifère. Nous donnons, comme exemple, la coupe ci-dessous (fig. 9), qui a été prise dans les sables calcarifères bruxelliens de Saint-Gilles-lez-Bruxelles.

Fig. 9.

A Sable bruxellien calcareux. B Zone altérée du même.
C Grès calcarifères bruxelliens. D Grès effrités et décomposés.
D′ Résidus sableux et oxydés des mêmes, complétement altérés.

On ne doit pas s'étonner de voir des bancs de grès parfois très-durs changés en résidus meubles et sans cohérence, sous l'action prolongée des eaux d'infiltration.

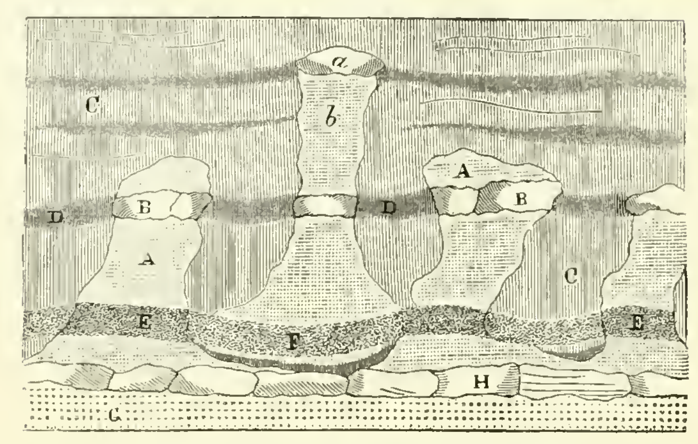
Il suffit, en effet, de se rappeler la rapidité avec laquelle le fer, ce corps si dur et si résistant, se trouve transformé en rouille lorsqu'il se trouve exposé pendant un certain temps aux intempéries. Le phénomène d'oxydation est le même dans les deux cas.

Parfois, au milieu d'une poche de sable altéré, on observe des îlots, des colonnes ou des massifs de formes variées, restés calcarifères et non altérés. Il suffit d'un grès légèrement silicifié ou plus dur, d'un petit lit ou amas argileux perdu dans les sables, ou de quelque autre cause analogue, pour protéger pendant un certain temps, contre les infiltrations et contre le phénomène d'altération qui en résulte, les sables calcarifères sous-jacents. C'est un cas que nous avons observé bien souvent.

Dans la figure 10, ci-contre, nous reproduisons l'aspect exact d'une partie de coupe observée près de la rue Defacqz, à Saint-Gilles. On y voit un fragment de grès très-dur *a* qui, ayant résisté, a visiblement protégé, contre les infiltrations venant du haut, la masse sous-jacente *b* des sables laekeniens calcarifères. A droite et à gauche, mais un peu plus bas, d'autres vestiges

de bancs gréseux ont résisté par places et ont alors chaque fois protégé les parties sous-jacentes du dépôt calcarifère.

Fig. 10.



A et B Sables et grès laekeniens, calcarifères et normaux.
C et D Les mêmes, altérés (décalcifiés et oxydés).
E et F Zone graveleuse vers la base du laekenien.
G et H Sables et grès bruxelliens (non atteints).

Les poches d'altération du laekenien s'arrêtent assez souvent, lorsqu'elles sont profondes, sur la surface du premier banc de grès, toujours très-dur et très-résistant, de l'étage bruxellien. Le gravier de la base du laekenien, qui repose au-dessus de ce grès, paraît alors remplir le fond des poches, et c'est même cette circonstance qui, dans une certaine mesure, a le plus contribué à faire admettre l'hypothèse de véritables poches de dénudation, etc.

(Voir la figure 10 ci-dessus, ainsi que la figure 4 de la planche.)

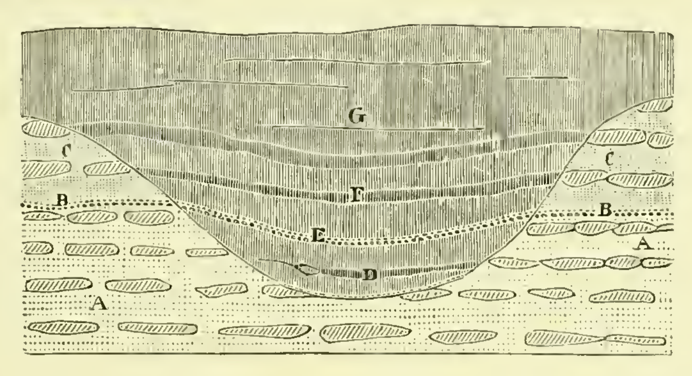
Pour en revenir aux diverses espèces de grès des dépôts éocènes des environs de Bruxelles, nous ajouterons que, dans le laekenien inférieur, les grès sont tendres, friables et très-calcarifères. Aussi, les trouve-t-on toujours complétement métamorphosés en guirlandes de sables meubles et rougeâtres, lorsqu'ils traversent des poches d'altération ayant changé les sables calcarifères laekeniens en sables verts sans fossiles. Jamais nous n'avons vu les grès laekeniens passer intacts au sein d'une poche d'altération, si minime qu'elle fût.

La figure 3 de la planche, représentant une coupe observée pendant les

travaux de déblayement de la plaine de Tenbosch (Quartier-Louise), près Bruxelles, montre un remarquable exemple de continuité des bancs de grès laekeniens, sous forme de guirlandes sableuses curieusement reliées dans une série de poches contiguës.

La coupe ci-dessous (fig. 11) représente une poche d'altération, observée rue Lesbroussart, à Ixelles, affectant à la fois les sables calcarifères des systèmes bruxellien et laekenien, ainsi que le gravier séparatif, base de ce dernier système.

Fig. 11.



A Sables et grès bruxelliens.
B Gravier base du laekenien.
C Sables et grès laekeniens.
D Sables et grès altérés du bruxellien.
E Gravier traversant la poche d'alteration.
F, G Laekenien altéré.

Les lits de galets, les bancs de graviers, les couches de fossiles plus ou moins silicifiés (comme certaines nummulites de nos dépôts éocènes), en un mot, tout ce qui n'est pas composé d'éléments calcaires ou aisément solubles, traverse complétement les poches d'altération, ou bien encore se trouve à son niveau stratigraphique spécial, lorsque l'altération, au lieu d'être localisée, s'est étendue au dépôt tout entier.

Si, en ce qui concerne Bruxelles, par exemple, les géologues avaient songé à faire ces observations si simples, ils n'auraient pas persisté à croire que les poches d'altération représentaient un niveau de ravinement et d'érosion mécanique.

Ce n'est d'ailleurs pas seulement dans l'éocène belge que cette méprise a été faite. Ce qui a principalement porté les observateurs de diverses contrées à supposer des effets d'érosion et de ravinement — là où il n'y a que des

phénomènes d'altération chimique, opérés sur place — c'est la netteté de la ligne de démarcation qui paraît exister entre les parties intactes et les parties altérées d'un même dépôt.

Lorsqu'on examine attentivement, et surtout à la loupe, cette ligne de séparation, elle apparaît beaucoup moins nette qu'on ne se l'était imaginé; on remarque aisément aussi qu'elle est due, non-seulement aux modifications subies par les éléments constitutifs du dépôt, mais encore à la présence de l'eau qui imprègne, en quantité plus ou moins grande, les sables altérés, et qui, en l'absence des éléments calcaires dissous, donne à ces sables un aspect tout particulier, qu'ils perdent en partie à l'état de siccité.

On peut s'assurer aisément, sauf peut-être en été, pendant les fortes chaleurs, de la présence de l'eau dans les poches d'altération.

Pour cela, il suffit de recueillir et de faire soigneusement sécher un échantillon recueilli à l'intérieur d'une poche. En le comparant alors avec le même sable observé sur place et à l'état frais, on verra immanquablement un changement d'aspect et de couleur, très-sensible, qui ne s'effectue pas lorsqu'on opère sur des échantillons calcarifères, intacts et non imprégnés d'eau d'infiltration.

Des couches d'hydrate ferrique, de limon ou d'argile rougeâtre ou brunâtre — parfois très-compacte et très-pure — tapissent généralement les parois ainsi que le fond des poches, surtout lorsqu'elles pénètrent dans des sables très-fins ou dans des dépôts difficilement perméables. Ces dépôts sont le résidu de la décomposition des sels ferreux contenus dans la glauconie et dans le calcaire du dépôt, résidu qui, s'infiltrant d'abord avec les eaux, se trouve ensuite arrêté dans les points les moins perméables, que l'eau seule peut traverser.

Certaines poches d'altération des sables éocènes des environs de Bruxelles montrent très-visiblement leurs agrandissements successifs, marqués par des concrétionnements limoniteux ou par des revêtements d'argile rougeâtre.

La figure 4 de la planche représente, à l'échelle du $\frac{1}{200}$, des poches d'altération fort curieuses, observées rue Defacqz, à Saint-Gilles. Ces poches affectent ici les sables et les grès calcarifères laekeniens; et trois au moins d'entre elles montrent nettement, en dehors des zones brunâtres meubles, qui sont la continuation des bancs de grès, désagrégés et dissous, des lignes

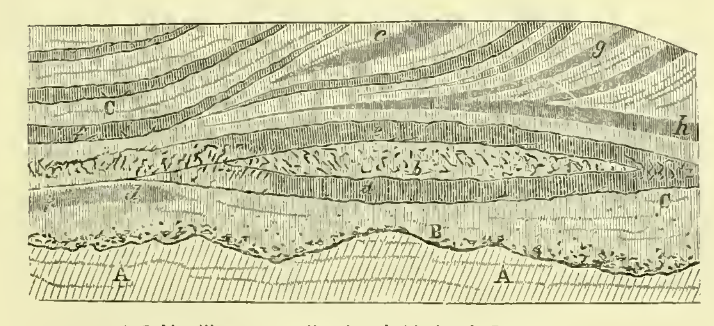
disposées en fonds de chaudron emboîtés les uns dans les autres, et constituées par des zones de concrétionnement limoniteux x. Ces zones, qui représentent les vestiges d'anciens fonds de poches, diffèrent souvent, par leur cohérence et par les dépôts limoniteux ou argileux qui les constituent, de celles indiquant la dissolution de bancs de grès.

Lorsque les sables altérés sont très-glauconieux, il arrive souvent que les apparences produites par les agrandissements successifs des poches d'altération, voire même par leur rencontre, sont des plus curieuses.

Non-seulement les lignes primitives de stratification du dépôt disparaissent complétement, comme dans toutes les poches d'altération, mais de plus l'agglutination des grains quartzeux par le résidu provenant de la décomposition de la glauconie, donne lieu, par approfondissement graduel des poches, à une succession plus ou moins régulière de zones oxydées ou limoniteuses. Ces zones sont parfois transformées en grès plus ou moins durs, marquant les diverses étapes du phénomène d'infiltration et d'agrandissement des poches.

Les caractères sédimentaires présentent alors un aspect entièrement méconnaissable, comme le montre la figure 12, représentant une coupe que nous avons relevée au sommet du Bolderberg, dans les sables glauconifères altérés du talus droit du chemin traversant le flanc N.-O. de la colline.

Fig. 12.



A Sable siliceux pur, oligocène (bolderien de Dumont).
B Cailloux, base du dépôt glauconifère « diestien ».
C, *a*, *b*, *c* Sable glauconifère légèrement alteré, verdâtre.
d, *e*, *f* Sable altéré, agglutiné en grès ferrugineux, rougeâtre.
g, *h*, *i* Sable altéré, à moitié concrétionné, jaunâtre.
x, *z* Continuation du banc d'annélides au travers des grès.

Au-dessus des sables oligocènes A, désignés par Dumont sous le nom de bolderiens, on voit un lit B de cailloux de silex noirs, formant la base du dépôt glauconifère C, considéré comme diestien et pliocène par Dumont.

Ce dépôt glauconifère est entièrement altéré en ce point et changé en sables jaunâtres ou rougeâtres, oxydés et décalcifiés, agglutinés en certains points, meubles en d'autres. En *a*, *b*, *c*, par exemple, ces sables sont restés meubles et d'un jaune olivâtre, passant au jaune rougeâtre. En *g*, *h*, *i*, les sables sont plus fortement oxydés, ils sont rougeâtres et légèrement agglutinés.

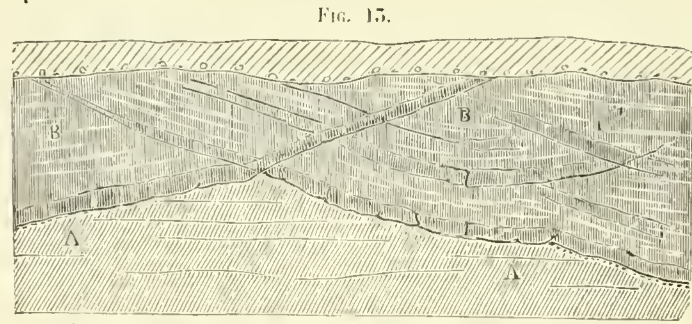
Enfin, en *d*, *e*, *f*, ils sont transformés en grès rouges foncés, limoniteux et parfois très-durs.

Il est facile de s'assurer, par l'observation, que ces zones de concrétionnement, plus ou moins accentuées, n'ont, malgré les apparences contraires, aucun rapport avec les lignes de stratification du dépôt.

D'ailleurs, la preuve évidente en est fournie par le prolongement horizontal — reconnaissable avec quelque attention — au travers des bancs durcis *x* et *z*, de la couche de tubulations d'annélides nettement visible entre *d* et *e*, en une zone où les sables, quoique altérés et oxydés, ont conservé, sinon leur couleur, du moins leur aspect primitif.

La figure 13, ci-dessous, représentant une coupe prise dans le même chemin, mais à gauche et plus au S.-E., montre d'une manière plus frappante encore, non-seulement les zones successives d'accroissement des poches d'infiltrations, mais encore leur pénétration mutuelle et leur réunion en une seule zone d'altération, paraissant, au premier abord, présenter une stratification oblique et croisée toute particulière.

Fig. 13.

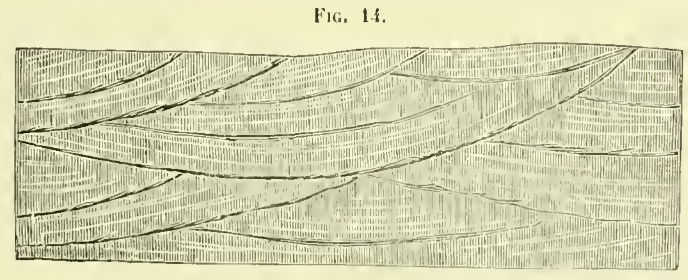


A Sable siliceux oligocène (bolderien de Dumont).
B Sable glauconifère « diestien » altéré, montrant de fausses lignes stratifiées, résultant du croisement des poches.

A Louvain, sur les talus de la route de Malines, nous avons noté des apparences analogues dans un dépôt diestien que nous identifions à celui du Bolderberg, et qui montre aussi des poches d'altération de dimensions telles, que l'observateur non prévenu, voyant dans les zones de concrétionnement des lignes de stratification, se trouverait exposé à devoir admettre des *plongements de couches* en sens différents, suivant qu'il observerait l'une ou l'autre extrémité de ces poches.

Dans les sables glauconifères diestiens de cette même route de Malines, nous avons encore noté des apparences de stratification croisée (voir fig. 14), très-accentuées. Cet aspect, résultant de la pénétration de zones d'altérations voisines, avec lignes d'accroissements successifs, se présente parfois aussi dans les grès ferrugineux résultant d'une altération plus profonde, et les bancs ainsi disposés paraissent alors en discordance de stratification.

Fig. 14.



Fausses « stratifications croisées » produites par altération sur place dans les sables glauconifères diestiens, à Louvain.

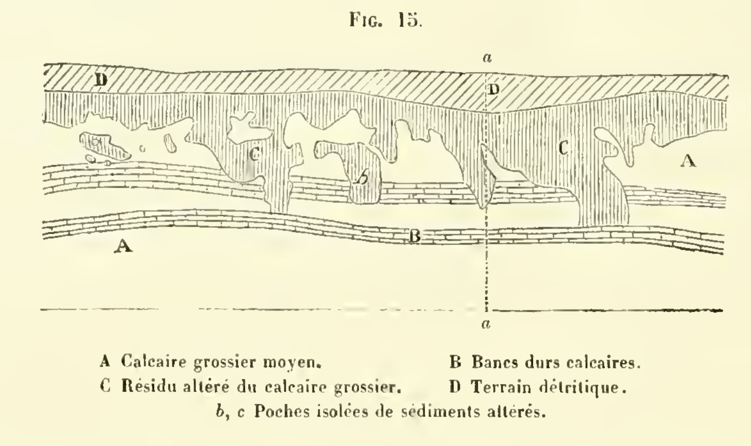
L'allure et les dimensions des poches d'altération sont très-variables. Dans les dépôts meubles et perméables, elles se relient généralement vers le haut en une zone superficielle plus ou moins épaisse, projetant vers le bas des expansions irrégulières et curieusement tourmentées.

Nous donnerons comme exemple une minime fraction de la coupe du chemin de fer de ceinture de Paris, entre la route d'Italie et la route de Choisy, publiée par M. Belgrand dans son beau livre : *La Seine*.

Cette coupe (fig. 15) représente le calcaire grossier moyen, dont la partie supérieure, couverte probablement d'un mince dépôt quaternaire et d'une certaine épaisseur de terrain détritique, a été affectée par les phénomènes

d'altération et convertie en un résidu décalcifié et oxydé rougeâtre, dont toute la masse a été considérée à tort par M. Belgrand comme un terrain de transport quaternaire.

Fig. 15.



A Calcaire grossier moyen. B Bancs durs calcaires.
C Résidu altéré du calcaire grossier. D Terrain détritique.
b, *c* Poches isolées de sédiments altérés.

On remarque, vers la droite de cette coupe, une grande poche d'altération arrêtée net sur la surface plus résistante de l'un des deux bancs durs, dont le supérieur, sans doute plus tendre, a été traversé et dissous en divers points.

La figure 5 de la planche montre une autre partie de la même coupe, où l'allure des poches d'altération est plus étrange encore; c'est un fort bel exemple des formes variées et extraordinaires que peuvent affecter les poches d'altération dans les dépôts calcaires.

Ces bizarreries dans la forme des poches d'altération se remarquent surtout dans les dépôts compactes et difficilement perméables, où les eaux d'infiltration profitent des moindres fissures, des joints de stratification ainsi que des points de faible résistance pour pénétrer irrégulièrement au sein du dépôt, dans des directions souvent différentes de celles indiquées par les lois de la pesanteur.

Dans les couches meubles et perméables de nos terrains tertiaires, les poches d'altération ont, en général, une allure plus régulière. Les sinuosités et les différences d'étendue ou de profondeur qu'elles présentent proviennent des différences de porosité, de la disposition des points locaux où a commencé l'infiltration, des inégalités de résistance des sédiments, variables dans leurs proportions de calcaire, d'argile ou de silice.

Lorsque enfin les zones infiltrées traversent des dépôts meubles avec lits ou rognons de grès, ceux-ci, suivant leur nombre, leur disposition, leur dureté, la nature de leur ciment, tantôt calcaire, tantôt siliceux, ont une grande influence sur le développement et la forme des poches d'altération.

C'est ainsi que la disparition complète des grès tendres et à ciment calcaire donne aux zones altérées une apparence trompeuse de poches de dénudation ; la résistance des grès plus durs influe fortement sur la forme des poches, et l'intégrité des rognons de grès siliceux montre clairement que l'origine du phénomène est purement chimique, et n'a aucun rapport avec une action dénudatrice.

On ne saurait mieux comparer la disposition irrégulière des poches d'altération dans nos sables éocènes avec grès calcarifères qu'à celle offerte par les traces d'humidité dont sont atteints certains murs en briques. Les mêmes causes produisent d'ailleurs les mêmes effets. Un mur formé de briques ou d'éléments semblables reliés par du ciment paraît devoir constituer un conducteur, homogène dans son ensemble, des eaux pluviales infiltrées, d'où provient l'humidité du mur. Or, cette humidité, ou zone d'infiltration, ne se présente jamais délimitée vers le bas par un trait horizontal ou régulier. Elle s'étale et se délimite en arabesques capricieuses, singulièrement contournées, rappelant en tout point l'aspect de nos zones altérées et montrant que le phénomène d'infiltration subit très-sensiblement l'influence de causes accélératrices ou retardatrices échappant à l'observation, mais facilement compréhensibles.

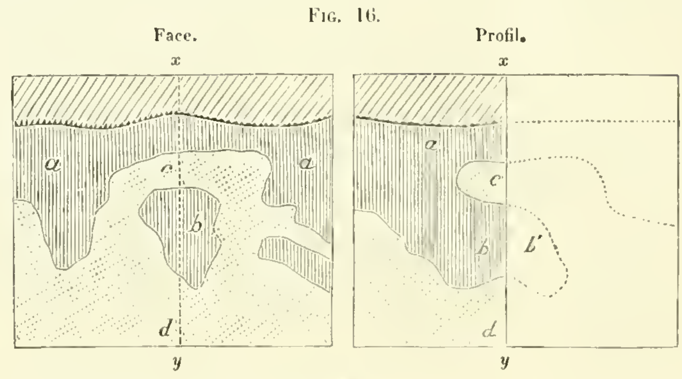
La disposition oblique, souvent constatée dans les poches d'altération, donne lieu à certains cas qui, au premier abord, ne paraissent guère explicables.

Ainsi la figure 15, extraite de la coupe de calcaire grossier, donnée par M. Belgrand, montre, sous une zone continue et irrégulière d'altération, des îlots altérés, dispersés au milieu de la masse du dépôt normal. Cet isolement ne semble pas pouvoir se concilier avec l'idée d'une altération par infiltration de haut en bas; mais, en réalité, rien n'est plus simple.

Supposons une section faite en *aa* traversant le terrain perpendiculairement à la coupe figurée. Qu'y verrons-nous? Une surface exhibant une tache d'altération séparée du sommet altéré du dépôt par une zone intacte, c'est-à-dire ayant la même apparence qu'en *b* et *c*. Le diagramme ci-des-

sous (fig. 16) permettra de se rendre clairement compte de cette disposition particulière.

Fig. 16.

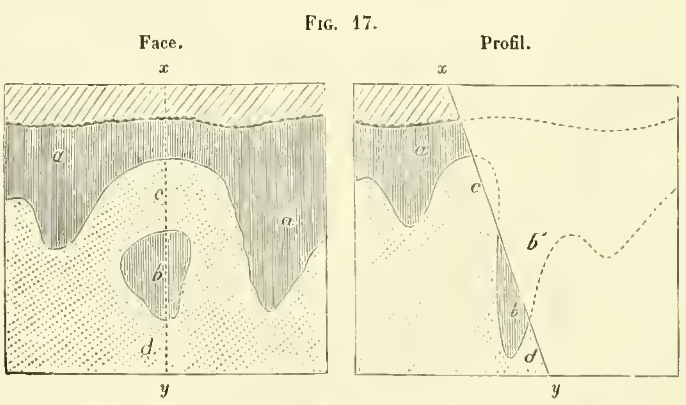


a Zone supérieure d'altération des sédiments *c*, *d*.
b, *b'* Ilot de sable altéré paraissant, vu de face, séparé de la zone supérieure d'altération.

Le dessin de face de la figure 16 représente un talus vertical exhibant, sous la zone superficielle d'altération *aa*, un ilot isolé *b* de sédiments altérés. Une section verticale faite en *xy*, perpendiculairement à la surface du talus, montrerait de profil la disposition indiquée par le dessin de droite, et le prétendu isolement de *b* dans la masse sédimentaire normale du dépôt se trouve ainsi aisément expliqué.

Le contournement et l'obliquité des poches d'altération n'est pas la seule cause de l'isolement apparent de sédiments altérés sur la surface des talus. Un talus incliné, coupant obliquement une poche verticale, peut produire le même effet, ainsi que le montre la figure 17 ci-dessous.

Fig. 17.



Les lettres ont la même signification que dans la figure précédente.

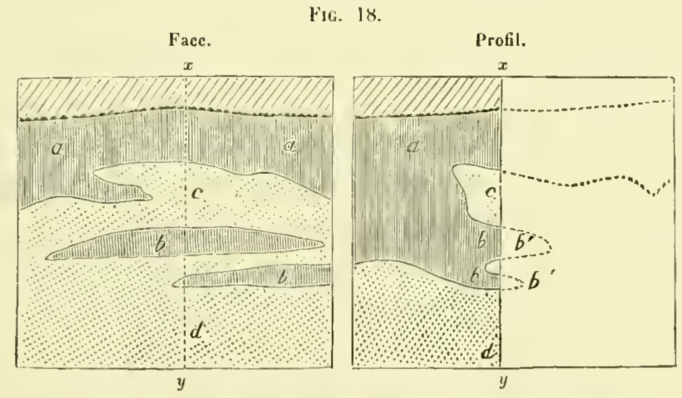
La gauche de cette figure représente un talus incliné montrant, isolé sous la zone altérée *aa*, une tache d'altération *b*.

Une section faite en *xy*, comme plus haut, montre que la poche d'altération verticale *bb'* peut, aussi bien que la poche oblique *b* de la figure précédente, donner lieu aux apparences dont nous nous occupons.

Lorsque les zones d'altération, au lieu de former des poches cylindriques ou coniques, pénètrent obliquement, sous forme de coins plus ou moins étendus, dans la masse du dépôt, les sections de celui-ci peuvent exhiber, au lieu de taches, des zones linéaires de sédiments altérés, paraissant isolées au milieu de sables intacts.

C'est ce que nous avons essayé de représenter par le diagramme (fig. 18) ci-dessous.

Fig. 18.



Les lettres ont la même signification que dans les deux figures précédentes.

Dans cette figure, les îlots *bb* sont représentés sur la surface du talus par des zones minces et allongées qui, au premier abord, paraissent constituer, avec les sables intacts, une inexplicable alternance sédimentaire de couches normales et de couches altérées, incompatible avec la thèse de l'altération par infiltration. Mais la section verticale, faite en *xy*, montrerait, de profil, dans les zones *b*, *b'* les extrémités amincies d'une poche étendue, pénétrant obliquement et en forme de coin, au milieu des sables calcarifères.

Dans les cas représentés dans les figures 16 et 18, il suffirait de creuser le talus pour constater le raccordement des massifs isolés à la masse altérée supérieure; mais il va de soi que dans la figure 17, il serait impossible de

constater ce raccordement, parce qu'il s'effectuerait dans la partie déblayée du talus.

Il en serait de même d'ailleurs pour les figures 16 et 18, dans le cas où, par une transposition facile à concevoir, la partie de droite des deux profils représenterait, non le massif enlevé, mais la partie encore existante des talus. La section des talus observés serait la même, mais les taches altérés *b'* paraîtraient alors — comme l'ilot *b* dans la figure 17 — entièrement isolées au milieu des sédiments normaux.

Bien que les détails qui précèdent, signalant quelques-uns des phénomènes secondaires constatés dans les poches d'altération, soient généralement basés sur des observations locales faites dans les dépôts éocènes du bassin tertiaire belge, et spécialement aux environs de Bruxelles, nous avons cru utile de les exposer, à cause du jour qu'ils sont appelés à jeter sur les faits du même genre qui ne peuvent manquer d'être observés dans une quantité d'autres dépôts analogues.

C'est par le même motif également, et surtout à cause de la curieuse similitude d'aspect qui existe si souvent entre les coupes de terrain montrant des poches d'altération, et celles présentant des phénomènes réels d'érosion et de ravinement, que nous allons exposer rapidement une série de remarques et d'expériences que nous avons faites dans les dépôts éocènes des environs de Bruxelles. Nous les présenterons sous une formule générale et nous allons ainsi faire connaître comment, avec un peu d'attention, on parvient sans difficulté à savoir s'il s'agit d'un dépôt altéré par suite de l'infiltration des eaux atmosphériques, ou bien d'un dépôt originairement dépourvu de fossiles et réellement distinct des couches sous-jacentes.

La disposition générale et la forme des poches, à elles seules, dans la plupart des cas, permettent, à l'observateur ayant étudié les phénomènes d'altération par infiltration, de se faire une idée exacte de la nature des phénomènes qu'il a sous les yeux. Jamais il ne confondra les ondulations d'une véritable surface d'érosion dans un dépôt meuble avec les découpures bizarres et tourmentées des poches d'altération. De même, la superposition des matériaux par ordre de densité, l'état roulé, brisé ou trituré des débris organiques, ou tout au moins leur usure et celle des roches, sont autant de

caractères exclusivement propres aux véritables surfaces de dénudation. La forme, les proportions, l'obliquité et les contournements étranges des poches d'altération, contenant parfois de véritables îlots non altérés, l'inclinaison ou la verticalité absolue des parois, tout cela est plus que suffisant pour écarter l'idée d'une ablation mécanique, de phénomènes de transport ou de dénudation. A plus forte raison, la continuité observée dans les grès durs, les nodules siliceux, les bancs de galets ou de graviers, ainsi que dans les guirlandes sableuses oxydées rattachées aux bancs de grès non altérés, montre-t-elle surabondamment que la formation des poches s'est faite par altération chimique sur place, sans remaniement ni déplacement d'aucune espèce.

L'absence de fossiles et surtout l'absence complète d'éléments calcaires, facile à constater au moyen des acides, constitue, avec la coloration jaunâtre, verdâtre ou rougeâtre, une forte présomption en faveur du rôle des infiltrations dans la production du phénomène. La présence de l'eau ou d'une certaine humidité dans les poches en forme de ravinements est aisée à constater et vient confirmer ces premiers indices.

L'examen, à la loupe, des grains glauconieux, qui sont modifiés et profondément décomposés dans le cas d'altération du dépôt, celui des grains quartzeux, qui sont alors généralement recouverts d'un enduit limoniteux résultant de l'imprégnation des sels ferriques dans la masse du dépôt, fournissent d'excellentes preuves de l'oxydation ayant accompagné la dissolution du calcaire et dérivant des phénomènes causés par l'infiltration des eaux atmosphériques.

Rien de tout cela ne s'observe lorsqu'il est question de deux dépôts d'origine et d'âge différents, dont l'un ravine l'autre. On nous autorisera à reproduire ci-après quelques détails sur une méthode expérimentale bien simple, que nous avons déjà indiquée ailleurs [1], permettant de vérifier avec certitude si deux dépôts meubles, dont l'un, privé de fossiles, paraît raviner l'autre, sont réellement distincts ou bien ne représentent que les zones intactes et les zones altérées d'une même couche géologique.

[1] E. Van den Broeck, *Seconde lettre sur quelques points de la géologie des environs de Bruxelles* (Ann. Soc. géol. du Nord, t. IV, 1876-77, pp. 106-120).

Des échantillons des deux dépôts seront recueillis autant que possible à une même hauteur et à petite distance de la ligne de démarcation délimitant une poche d'altération... ou de ravinement. On soumettra ensuite les deux échantillons à l'action de l'acide chlorhydrique dilué, ce qui permettra de constater l'absence totale d'éléments calcaires dans le dépôt quartzeux, si c'est réellement un sable altéré, et, d'autre part, d'éliminer en même temps tout le calcaire contenu dans l'échantillon représentant le dépôt fossilifère. Ce dernier résultat obtenu, on lavera soigneusement les deux résidus, qui ne contiendront plus alors que des grains quartzeux, de la glauconie, du mica et d'autres matières analogues, non solubles dans l'acide.

Sur un même slide, ou verre à préparation, on déposera ensuite côte à côte, mais de façon à ne rien mélanger, une petite quantité des deux résidus. Après les avoir convenablement humectés, on les étalera de manière qu'une couche mince et bien transparente de grains quartzeux repose sur le verre. Plaçant ensuite le slide sous le microscope, muni d'un objectif faible, on disposera la préparation de façon que le champ visuel renferme à la fois une égale partie des deux résidus quartzeux.

Si les résidus proviennent de deux couches distinctes, dont l'une a raviné l'autre, on observera, surtout avec des grossissements de 40 à 60 diamètres, des différences considérables dans l'aspect des éléments quartzeux. S'il s'agit, au contraire, d'un même dépôt, intact d'un côté et altéré de l'autre, il devra y avoir une identité parfaite dans le nombre, la forme et les dimensions des grains quartzeux des deux moitiés du champ visuel de l'objectif. La glauconie apparaîtra décolorée et oxydée d'un côté, intacte et foncée de l'autre, le lavage rapide à l'acide du dépôt calcarifère n'agissant pas sensiblement sur la glauconie du dépôt recueilli intact. De nombreuses expériences ont été faites par nous conformément à cette méthode et elles ont toujours été décisives.

Quant à la proportion relative des grains glauconieux, leur forme générale, leur dimension, etc., elles seront à peu près identiques dans les deux échantillons, s'ils appartiennent au même dépôt, à moins cependant que les sédiments provenant de l'intérieur de la zone altérée ne soient trop profondément modifiés et oxydés; dans ce cas la glauconie serait entièrement transformée en hydrate ferrique et ne se retrouverait plus qu'à l'état d'enduit

limoniteux, de couleur ocreuse, incrustant la surface de chaque grain quartzeux du dépôt altéré.

Le mica, les cristaux de quartz et les matières étrangères résistant aux acides, montreront également la même identité de formes, de dimensions et de proportions.

On peut, en se basant sur les mêmes principes, varier beaucoup ces expériences, et toujours l'identité des résidus quartzeux sera saisissante s'il s'agit d'un même dépôt, et leurs différences considérables, ou tout au moins très-sensibles, si l'on a affaire à deux couches distinctes non contemporaines, reposant en discordance l'une sur l'autre.

Si les poches d'altération traversent, sous forme de ravinements, deux ou plusieurs couches ou bien diverses zones d'un même dépôt — cas très-fréquents dans l'éocène moyen des environs de Bruxelles — on recueillera des échantillons de sable à ces différents niveaux et en série double, c'est-à-dire tant à l'intérieur qu'à l'extérieur des poches.

En étudiant au microscope, et en comparant deux à deux les résidus quartzeux, préparés comme il est dit précédemment, on observera infailliblement qu'à chaque différence dans la composition et dans l'aspect des dépôts normaux, correspondra une modification identique dans les échantillons recueillis aux mêmes hauteurs et à l'intérieur de la poche.

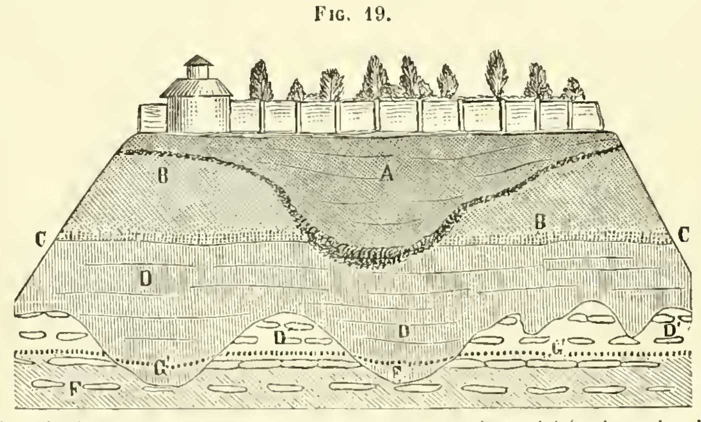
Rien de tout cela ne saurait se présenter dans les cas de remaniement ou d'érosion mécanique, dus à des phénomènes de dénudation.

Si un dépôt sableux — que l'on soupçonne être le résidu altéré d'une couche primitivement calcarifère — ne montre plus aucun vestige intact, ce qui empêche toute expérience de comparaison, il faut recourir aux acides, afin de s'assurer si le dépôt est réellement privé de tout son carbonate de chaux; il faut ensuite tenir compte de la coloration du terrain, la teinte verdâtre jaunâtre et rougeâtre étant l'indice ordinaire des phénomènes d'altération; puis on examinera à la loupe l'aspect des grains glauconieux, s'il y en a, ainsi que celui des grains quartzeux, généralement incrustés d'un enduit ferrugineux lorsque le dépôt a été altéré et oxydé par suite d'infiltrations. Il faut encore tenir compte de l'altitude relative du terrain étudié et de sa situation par rapport à la pente générale du sol, à la nappe superficielle des eaux

d'infiltration et aux directions d'écoulement des eaux. Enfin, lorsque les affleurements des dépôts en litige ne montrent pas de coupes favorables, il importe d'examiner attentivement les dépôts recouvrants, au point de vue, soit de la présence d'autres couches altérées, soit de la présence et du développement des couches argileuses ou imperméables qui pourraient s'y trouver. On ne perdra pas de vue que c'est généralement de la plus ou moins grande perméabilité des dépôts superficiels que dépend l'intensité des phénomènes d'altération dans les couches sous-jacentes.

Si un dépôt perméable, sans fossiles et non calcarifère, surmonte une autre couche où s'observent manifestement des poches ou des phénomènes d'altération par infiltration, le dépôt supérieur devra représenter un résidu entièrement altéré, puisque la couche inférieure n'a pu être atteinte par les infiltrations qu'après altération complète de toute la masse supérieure. Tel est le cas, par exemple, pour les sables jaunâtres wemmeliens surmontant, dans les coteaux de la rive droite de la Senne, les poches de sables verts représentant la zone altérée du sable laekenien (voir la figure 1 de la planche, couche D'').

Fig. 19.



A Profonde poche de dénudation quaternaire. D, D' Zones normales et altérées du système laekenien.
B Sables wemmeliens entièrement altérés. G Gravier fossilifère base du laekenien.
C Gravier de la base. G' Gravier non fossilifère (altéré).
F, F' Zones normales et altérées du système bruxellien.

La figure ci-dessus représente une coupe de 200 mètres de long, que nous avons relevée avec M. Rutot pendant les derniers travaux de déblais de la plaine de Tenbosch, près l'Avenue Louise, à Bruxelles. Cette coupe, très-inté-

ressante, montre une énorme poche de dénudation quaternaire A, creusée dans les sables jaunes wemmeliens B et qui ravine même le gravier C, base de ce système et partout altéré dans cette coupe.

Les sables verts sans fossiles D représentent la zone d'altération du laekenien calcarifère blanchâtre D′ et l'altération a même atteint en F′ les sables calcareux bruxelliens F surmontés du gravier séparatif G, G′. Il est évident qu'avant d'avoir pu atteindre les couches laekeniennes et bruxelliennes, les eaux d'infiltration qui ont altéré ces sédiments calcarifères ont dû pénétrer toute la masse du dépôt wemmelien B et y produire les mêmes effets d'oxydation et de dissolution. C'est d'ailleurs ce que l'observation fait reconnaître à toute évidence.

Si, dans la majorité des cas, on ne doit s'attendre à trouver autre chose que des dépôts entièrement altérés au-dessus d'autres montrant des zones superficielles d'altération, il n'en est cependant pas toujours ainsi.

Une coupe du Wyngaerdberg, relevée à Saint-Josse-ten-Noode par M. Rutot, et que notre confrère nous a communiquée (voir la figure 6 de la planche), montre clairement un cas d'intercalation de zone normale entre deux dépôts altérés.

Le limon brun A′ du sommet de cette coupe représente en effet une zone superficielle d'altération du limon jaune calcarifère A sous-jacent.

A un niveau inférieur, le sable vert C′ représente la zone superficielle d'altération de la couche calcarifère blanchâtre C, qui est le laekenien (couche à *Ditrupa*).

Le dépôt normal et calcarifère A se trouve donc intercalé entre deux couches altérées, A′ et C′ oxydées et privées d'éléments calcaires.

Voici l'explication bien simple de ce fait :

La couche B est formée d'argile wemmelienne et de sables glauconifères remaniés, vestiges de couches wemmeliennes préexistantes; elle représente le *diluvium ancien*, dépôt quaternaire sur lequel repose A, A′. Or, entre le dépôt de cette couche quaternaire B et celui des sables laekeniens C, C′, il s'est écoulé un espace de temps immense correspondant aux périodes oligocène, miocène et pliocène et pendant lequel (sauf pendant le dépôt des sédiments wemmeliens qui ont succédé aux couches C, C′) il y a eu *émergence* continue

de la région où a été levée cette coupe. Le phénomène d'altération par infiltration a donc commencé à se produire au sein de l'*ancien sol laekenien* bien avant l'arrivée des sédiments quaternaires, et les eaux météoriques qui ont agi en C' ne sont donc nullement les mêmes que celles qui, depuis une période très-récente, ont commencé à attaquer le dépôt de limon quaternaire A. La distinction du phénomène ancien et du phénomène récent se trouve ici nettement établie et elle constitue la solution d'un cas qui peut se présenter fréquemment.

Nous ajouterons cependant que, le plus souvent, les poches d'altérations de nos sables éocènes, tout en ayant une origine très-reculée, s'agrandissent et s'étendent sans cesse par suite de l'infiltration continue des eaux pluviales. Le phénomène aurait alors été continu, bien qu'il paraisse cependant probable, qu'après le dépôt de l'ergeron, ou loess calcaire, dans nos contrées, il a dû subir un temps d'arrêt résultant de la résistance de ce manteau protecteur.

Pour en revenir aux diverses significations que l'on peut attribuer à des dépôts sableux, privés d'éléments calcaires, il ne sera pas inutile, avant de terminer ces considérations, de faire remarquer que les *sables de dunes* appartenant à divers horizons géologiques, — les seuls dépôts à peu près où l'absence de fossiles et d'éléments calcaires soit un caractère ordinaire ou normal — se distinguent suffisamment des dépôts marins altérés et chimiquement privés de calcaire. On les reconnaît à leur grain quartzeux, lisse, d'aspect particulier et de grosseur sensiblement uniforme; à l'absence de tout enduit ferrugineux et enfin à la situation excentrique de ces dépôts meubles dans les bassins géologiques, dont ils ne peuvent représenter que la région littorale ou la phase supérieure d'émersion.

Des dépôts de sables ou de grès calcarifères peuvent aussi, après avoir été atteints par les phénomènes d'oxydation, résultant de l'infiltration des eaux météoriques et changés en résidus rougeâtres ou brunâtres, devenir parfaitement purs, meubles et blancs. Ce sont alors des phénomènes mécaniques de lavages successifs, dus aux eaux pluviales, qui ont entraîné les particules d'hydrate ferrique ayant antérieurement recouvert et empâté les grains quartzeux.

Ceux-ci alors constituent des amas ou des zones superficielles de résidus quartzeux blancs.

Ce fait a déjà été observé depuis longtemps et, comme exemple, nous citerons le remarquable passage suivant, extrait du Mémoire, publié en 1847 par Dumont, sur les terrains ardennais et rhénan de l'Ardenne, etc.

Parlant des quartzites verdâtres du système devillien de l'Ardenne, Dumont dit, page 10 : « Sur les plateaux où le quartzite est directement et » depuis longtemps exposé aux intempéries, il a subi des modifications plus » ou moins prononcées. Le premier degré d'altération consiste en change- » ments de couleurs. Le quartzite offre d'abord quelques taches rougeâtres, » puis devient entièrement rouge par la suroxydation du fer qu'il contient; » il devient ensuite grenu ou schisto-grenu et se transforme en grès rouge » brique, qu'une altération plus grande convertit en grès jaune par hydra- » tation de l'oxyde ferrique, et quelquefois en *grès blanchâtre* par dissolu- » tion ultérieure et complète de cette dernière substance.

» A mesure que la texture se modifie, la roche perd de sa cohérence et » finit par devenir friable. »

Ce que Dumont a observé dans les quartzites se produit, avec plus de facilité encore, dans certains dépôts meubles. Les dépôts sableux de l'éocène supérieur (wemmelien) nous ont montré divers exemples de cette transformation, dont toutes les phases se montraient bien reconnaissables.

Si nous nous sommes étendu assez longuement sur les phénomènes d'altération dans les dépôts meubles calcarifères, c'est parce que l'infiltration des eaux atmosphériques y donne lieu à un ensemble de phénomènes très-intéressants et à des modifications si profondes que les observateurs non prévenus s'y laissaient aisément tromper, prenant souvent pour des couches distinctes les zones superficielles d'altération.

Nous avons eu moins pour but de résumer nos observations spéciales sur les couches sableuses éocènes de la Belgique que de donner une idée générale des divers cas pouvant se présenter partout ailleurs, et dont les dépôts observés par nous permettent de se rendre exactement compte.

Comme nous l'avons dit tantôt, nos recherches sur « les sables verts sans fossiles » de l'éocène moyen des environs de Bruxelles, sont un remarquable

exemple de la simplification apportée par la découverte du rôle des altérations dans l'étude de certaines questions stratigraphiques insolubles auparavant.

On nous permettra de rappeler rapidement les données du problème que nous avons été appelé à résoudre.

Les couches calcarifères éocènes de toute la région située à droite de la vallée de la Senne ont, depuis longtemps, été signalées comme se trouvant dénudées par un puissant dépôt de sables verts et jaunâtres, sans fossiles ni calcaire, ravinant tantôt le laekenien, tantôt le wemmelien, tantôt encore le bruxellien, et parfois même les trois assises superposées. (Voir la figure 1 de la planche, où ces sables sont représentés par les dépôts verdâtres D′, E′ et F′.)

Personne n'avait jamais songé à contester l'existence de ce phénomène, tant son évidence paraissait bien établie.

Les premiers géologues qui se sont occupés des effets de cette dénudation, les ont rattachés à des bouleversements « diluviens » ayant érodé la surface des dépôts bruxelliens avant la sédimentation laekenienne.

Voici, par exemple, ce qu'en dit M. H. Le Hon dans sa *Note sur les terrains tertiaires de Bruxelles,* etc. (BULLETIN SOC. GÉOL. DE FRANCE, 2e sér., t. XIX, 1862, p. 804.)

« La partie supérieure de ce système (bruxellien) est toujours reconnaissable. Partout elle est caractérisée par des traces de grands lavages, des excavations et des érosions violentes...

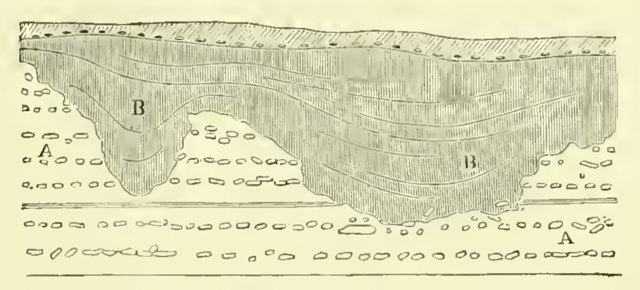
» A Bruxelles, sur les flancs et les crêtes de la vallée d'érosion où coule la Senne, les ravages des eaux diluviennes ont été formidables. Malgré les bancs nombreux de pierres dont les couches bruxelliennes étaient en quelque sorte charpentées, ou peut-être à cause de cette force même de résistance, les eaux creusèrent des excavations et de longs ravinements, qui présentent parfois jusqu'à 10 et 12 mètres de profondeur. Là les bancs pierreux ont été arrachés et leurs débris concassés jonchent la superficie du système. Le croquis ci-dessous pourra en donner une idée. »

Nous représentons dans la figure 20 la coupe prise à Schaerbeek par M. Le Hon, et qui montre, d'après lui, le laekenien B déposé dans les grandes poches d'érosion du bruxellien A.

Cette coupe représente, en réalité, une poche d'altération creusée dans le

bruxellien calcarifère et s'arrêtant sur les grès siliceux de la masse inférieure de la même assise.

Fig. 20.

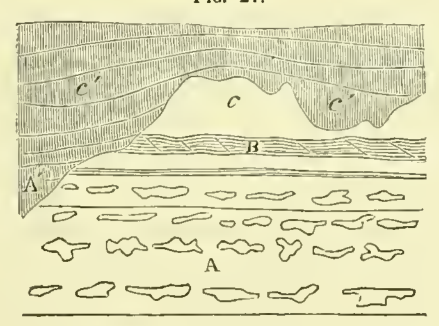


A Sables et grès calcarifères bruxelliens, siliceux vers le bas.
B Zone superficielle altérée : sables verdâtres sans fossiles.

L'illustre géologue, sir Ch. Lyell, auquel Le Hon avait précédemment fait remarquer ces immenses « poches d'érosion », les avait aussi signalées dans son *Mémoire sur les terrains tertiaires de la Belgique et des Flandres françaises,* publié à Londres en 1852 [1] et traduit en français en 1856 [2] par Le Hardy de Beaulieu et Toilliez.

« La figure suivante, dit Ch. Lyell, représentant une coupe prise à Dieghem fait voir la manière dont la couche à *Nummulites laevigata,* ainsi que les bancs inférieurs et supérieurs, ont été dénudés jusqu'à une profondeur qui va parfois à 6 ou 8 mètres. » (Voir fig. 21.)

Fig. 21.



A, A' Sédiments bruxelliens; normaux et altérés.
C, C' Sédiments laekeniens; normaux et altérés.
B Gravier séparatif à *N. laevigata.*

[1] *Quart. Journ. Geological Society,* vol. VIII, 1852, p. 277.
[2] *Annales des travaux publics de Belgique,* t. XIV, 1856, p. 359.

Cette coupe représente en réalité les sables bruxelliens A, surmontés du gravier à *N. laevigata* B, formant la base du laekenien C. Quant aux sables verts et sans fossiles, qui paraissent raviner cet ensemble, ils sont bruxelliens en A′, laekeniens en C′, et ne représentent autre chose que les résidus, oxydés et décalcifiés, des sédiments de ces deux assises.

L'analogie que présentent, au premier abord, les poches d'altération avec les effets d'un phénomène d'érosion est si frappante, que, lors de la réunion de la Société Géologique de France en 1863, à Liége et à Bruxelles, l'étude des carrières de Schaerbeek, qui fut faite par les excursionnistes dans le but d'observer la disposition relative des deux systèmes bruxellien et laekenien, et de vérifier l'existence des ravinements signalés par Le Hon, ne donna lieu à aucune observation contradictoire. On peut s'en assurer par la lecture du compte rendu de la session, fait par M. le professeur Dewalque, et dans lequel il dit que « ces ravinements étaient très-prononcés et que la Société a pu en observer de beaux exemples. »

Le rapporteur ajoute que ces ravinements, observés également à Saint-Gilles, dans la même excursion, mais au-dessus des sables calcarifères laekeniens, surmontant le bruxellien, paraissaient avoir une valeur stratigraphique et une importance telles que, d'après lui, il y avait lieu de démembrer le système laekenien de Dumont, c'est-à-dire d'en rapporter la partie inférieure calcarifère au bruxellien et de faire commencer le laekenien avec les sables verts sans fossiles, remplissant les prétendues poches d'érosion. Ainsi, si nous nous reportons à la figure 7, par exemple, les couches de sables et de grès calcarifères C, D auraient dû se rattacher au système bruxellien A, tandis que la zone altérée E, F aurait seule représenté dans cette coupe les sédiments laekeniens.

Cette opinion, défendue de nouveau par M. Dewalque dans son *Prodrome d'une description géologique de la Belgique*, publié en 1868, est actuellement abandonnée par lui; mais elle montre dans quelles erreurs d'interprétation stratigraphique on est exposé à tomber lorsqu'on ne se rend pas un compte exact des effets si curieux du phénomène d'altération.

Pendant ces dernières années, les géologues belges se sont généralement trouvés d'accord pour reconnaître dans la couche roulée à *Nummulites laevi-*

gata, sous-jacente au laekenien calcarifère, la ligne de séparation entre les systèmes bruxellien et laekenien; mais on ne savait que faire des sables sans fossiles, verts ou jaunes, remplissant les prétendues poches de ravinement qui paraissaient dénuder tantôt l'un, tantôt l'autre de ces systèmes, et quelquefois tous deux en même temps. (Voir la figure 1 de la planche, couches D′, E′, F′; voir aussi figures 3, 4 et 6, couches A′, B′, C′.)

Bien que de nombreux géologues se fussent occupés de l'étude des couches tertiaires des environs de Bruxelles, aucun d'eux n'avait pu déterminer exactement l'âge de ces sables verts, ni celui des autres sables sans fossiles qui les surmontent. De plus, certains sables laekeniens fossilifères de la rive gauche, paraissant localisés dans cette région, n'avaient pu être nettement identifiés avec aucun des dépôts de la rive droite. Les couches sableuses et sans fossiles, de cette rive, étaient considérées, en tout ou en partie, soit comme tongriennes (oligocènes), soit comme laekeniennes (éocènes); une partie même des dépôts les plus supérieurs avaient été rattachées à la série rupelienne, c'est-à-dire à l'oligocène moyen. Quant aux géologues qui, avec raison, considéraient les « sables verts sans fossiles » comme laekeniens, ils les croyaient bien distincts des sables calcarifères de ce système, qu'ils paraissaient si profondément et si constamment raviner. (Voir la figure 1 de la planche, couche E′.)

Or, nous avons reconnu et démontré que les sables verts sans fossiles E′ de notre bassin éocène, si bien développés sur la rive droite de la Senne, à Bruxelles, représentent tout simplement la zone superficielle altérée des sables blancs calcarifères E du laekenien. Nous avons montré aussi que les sables jaunâtres D′ qui surmontent les premiers, représentent la masse, presque partout altérée sur la rive droite de la Senne, à Bruxelles, de l'étage wemmelien D, resté généralement intact et fossilifère sur la rive gauche.

Quant aux argiles et sables A′, B′ et C qui surmontent les sables jaunâtres D, nous avons reconnu, avec MM. Vincent et Rutot, que ce sont les termes supérieurs de l'étage wemmelien, constamment altérés partout, par suite de leur exposition continue à l'influence des agents météoriques.

Le prétendu niveau de ravinement et d'érosion, autrefois signalé à la

base des sables verts ou jaunes, est une pure illusion; c'est la ligne de séparation des zones intactes et altérées de nos sables calcarifères, sans distinction d'âge ni de couche. De ce qui précède, il résulte enfin que l'apparente anomalie signalée dans la disposition et dans la constitution des couches éocènes des deux rives de la Senne s'évanouit complétement.

Quant à la cause qui a donné lieu à l'altération si générale des dépôts de la rive droite, en laissant intacts ceux de la rive gauche, elle a déjà été indiquée dans le cours du présent travail, à propos du rôle protecteur des couches imperméables. Ces couches sont, nous l'avons dit (p. 30), épaisses et bien développées sur la rive gauche, tandis qu'elles font généralement défaut sur la rive droite, où les sables calcarifères bruxelliens, laekeniens et wemmeliens se montrent presque partout à découvert.

La question de l'origine et de la signification des sables verts et jaunes sans fossiles, dont nous avons annoncé sommairement la solution en juin 1874 [1], a été exposée par nous pour la première fois en détail au Congrès de la Fédération des Sociétés scientifiques de Belgique, tenu à Bruxelles en juillet 1876 [2]. Depuis, rattachée et appliquée aux recherches stratigraphiques que nous avons faites en commun avec MM. Rutot et Vincent dans notre bassin éocène, elle a encore fait l'objet de diverses communications [3] et nous avons été assez heureux pour lui voir conquérir les suffrages de tous nos confrères de Belgique, surtout de ceux qui, ayant étudié la géologie de nos dépôts tertiaires, ont pu se convaincre de l'exactitude de ces observations. Il en est d'ailleurs de même pour les géologues étrangers qui, depuis la publication de ces résultats, sont venus visiter les couches éocènes des environs de Bruxelles. Nous citerons en particulier MM. Potier, Carez et M. le

[1] *Annales de la Société géolog. de Belgique*, t. Ier, 1874 (Bulletins, séance du 21 juin 1874).

[2] *Moniteur industriel belge*, vol. III, n° 25, 10 août 1876, p. 554 (Compte rendu du Congrès de la Fédération, etc.). Voir aussi *Annales de la Société belge de microscopie*, t. II, 1875-76 (Bull., p. xlix, Rapport de M. Cornet sur les travaux du premier congrès de la Fédération, etc.).

[3] E. Van den Broeck, *Lettre à M. Gosselet sur l'éocène moyen des environs de Bruxelles* (Annales Soc. géol. du Nord, t. III, 1875-76, pp. 174-185). — Idem, *Seconde lettre sur quelques points de la géologie des environs de Bruxelles* (Annales Soc. géol. du Nord, t. IV, 1876-77, pp. 106-120). Voir aussi la réimpression de ces deux lettres à Lille, en juillet 1879, sous le titre : *Aperçu sur la géologie des environs de Bruxelles.*

professeur Gosselet, lequel, avec les élèves de la Faculté de Lille, est venu récemment vérifier ces résultats et a, pour d'autres points encore, reconnu l'exactitude des éclaircissements apportés par les données du phénomène d'altération par infiltration des eaux météoriques.

Mais ce premier fait acquis, tout important qu'il fût, n'était qu'un premier pas de fait dans une voie féconde.

C'est surtout la connaissance du *facies altéré* des divers termes stratigraphiques de la série wemmelienne qui devait fournir les résultats les plus considérables et les plus inattendus, s'appliquant, non pas à une région déterminée, mais à un ensemble de dépôts disséminés sur une surface comprenant plus de la moitié du bassin éocène belge.

Nous avons déjà dit que c'est suivant les circonstances ayant plus ou moins favorisé le phénomène d'infiltration, dans sa durée ou dans son intensité, et surtout suivant la proportion d'éléments glauconieux du dépôt infiltré, que la coloration du résidu d'altération varie du vert au jaune ou du rouge au brun. C'est grâce aux mêmes causes aussi que les sables très-glauconieux du dépôt wemmelien se sont métamorphosés en *sables jaunes,* très-oxydés, tandis que ceux moins glauconieux du laekenien sous-jacent, et par conséquent moins atteint, se sont transformés en *sables verts,* moins oxydés.

De même, les couches sableuses surmontant l'argile glauconifère wemmelienne, connues sous le nom de « sables chamois », représentent le résidu, profondément altéré et oxydé, privé de tout élément calcaire, d'un terme supérieur de la série wemmelienne, qui, par suite de sa situation superficielle dans tous les affleurements connus de ce système, ne s'y retrouve nulle part à l'état normal. D'après certains sondages exécutés dans la région comprise entre Malines et Anvers, le système wemmelien, s'enfonçant rapidement sous le sol, est recouvert par des dépôts protecteurs plus récents et montre tous ses termes stratigraphiques à l'état normal. C'est le seul point où nous ayons retrouvé au-dessus de l'argile glauconifère les « sables chamois » non oxydés et contenant des Nummulites wemmeliennes [1].

[1] Une intéressante découverte, qui vient d'être faite par MM. Velge et le major Hennequin, a définitivement confirmé l'exactitude de l'interprétation ci-dessus indiquée, de l'âge des sables chamois wemmeliens. Cette découverte consiste dans la constatation qui a été faite, en diverses

Nous avons déjà vu précédemment, dans le chapitre consacré aux phénomènes d'altération dans les dépôts glauconieux, que la partie la plus supérieure des sédiments du système wemmelien, toujours profondément atteinte dans les régions d'affleurement, a souvent été changée en un dépôt ferrugineux, qui, jusqu'ici, avait été considéré comme se rattachant, non à la période éocène, mais à la sédimentation pliocène.

Ces divers résultats de l'étude de nos couches éocènes wemmeliennes et autres ont été constatés et nettement démontrés en des points où il était aisé, le phénomène une fois reconnu, d'établir la corrélation de ces diverses zones d'altération avec les couches normales et non altérées qui y correspondent. Il devenait facile alors, connaissant le double facies normal et altéré de chacun de nos dépôts éocènes, de définir et de synchroniser avec les couches types et normales, les nombreux dépôts et lambeaux de sédiments éocènes qui sont épars dans les plaines et sur les collines du bassin tertiaire belge, dépôts dont la détermination avait jusqu'ici donné lieu à tant de doutes, de difficultés et surtout d'interprétations erronées.

MM. Vincent et Rutot, plus spécialement que nous encore, se sont attachés à l'étude stratigraphique détaillée de notre bassin éocène; et, dès les débuts de nos recherches sur la question de l'altération, ils ont compris toute la portée de nos observations. Aussi, avons-nous rapidement et sûrement résolu en commun les problèmes que la stratigraphie seule avait été impuissante à élucider.

Afin de donner une idée de l'importance des résultats obtenus, nous rappellerons que, par suite de l'étude attentive des phénomènes d'altération dans les couches éocènes du bassin tertiaire belge, il est actuellement acquis :

1° Que dans la plupart de nos dépôts éocènes, et notamment dans le bruxellien, le laekenien et le wemmelien, certaines couches qui avaient toujours été considérées comme formant des horizons distincts et qui avaient été rapportées à des périodes diverses et souvent confondues avec des dépôts

localités à l'ouest de Bruxelles, de la présence d'empreintes bien reconnaissables de coquilles et de Nummulites éocènes, dans des points d'affleurements de sables chamois altérés et changés en grès ferrugineux. La faune wemmelienne recueillie dans ces grès est parfaitement caractérisée. (*Note ajoutée pendant l'impression.*)

absolument différents, ne sont autre chose que des zones superficielles d'altération par infiltration;

2° Que certaines lignes de démarcation, de prétendus niveaux de dénudation, etc., généralement considérés comme séparant des étages géologiques ne sont autre chose que la ligne de contact entre les zones intactes et les zones altérées d'un même dépôt;

3° Qu'un grand nombre de dépôts sans fossiles de notre bassin éocène, et dont la stratigraphie ne parvenait pas à faire reconnaître l'âge ni les relations de synchronisme, se trouvent aujourd'hui nettement définis et rattachés à leurs horizons respectifs;

4° Qu'enfin, par suite des progrès que la question des altérations a fait faire à nos connaissances sur la constitution du bassin éocène belge, un remaniement considérable de la carte géologique de cette région est devenu indispensable, du moins en ce qui concerne la répartition et l'extension des dépôts.

Nous n'insisterons pas davantage sur la portée de ces résultats, dont l'énoncé est assez frappant par lui-même pour montrer toute l'importance des applications de notre thèse.

Comme remarque accessoire, nous ajouterons qu'il n'est pas douteux que la proportion considérable de carbonate de chaux tenu en dissolution dans les eaux souterraines de la plus grande partie de notre bassin éocène, et notamment à Bruxelles, ne provienne précisément de l'abondance du calcaire dissous par les eaux d'infiltration dans cette aire étendue, si riche en dépôts calcarifères aisément perméables.

Si nous passons maintenant au bassin pliocène belge, nous y trouvons une confirmation nouvelle de la nécessité de s'appuyer sur l'étude des phénomènes d'altération pour établir les relations réelles de cette succession de dépôts meubles et perméables.

On sait que les dépôts constituant le système scaldisien de Dumont avaient été généralement divisés, d'après leur faune et surtout d'après le caractère de la coloration de leurs sédiments, en deux étages distincts : l'inférieur, appelé crag gris et le supérieur, appelé crag jaune.

Dans certains points du bassin, la comparaison des faunes montrait des

différences très-sensibles justifiant complétement la division des sables scaldisiens en deux étages; mais il fut bientôt reconnu qu'il n'en était pas de même partout. Les résultats obtenus devinrent si contradictoires que les listes d'ensemble des fossiles des deux étages du *crag gris* et du *crag jaune* ne présentèrent plus les caractères tranchés constatés lors des premières recherches.

On en vint alors à douter de la réalité de l'existence de deux étages distincts dans les dépôts scaldisiens. Divers observateurs, parmi lesquels nous citerons M. le professeur Dewalque, reconnurent alors que le caractère de la coloration n'avait nullement la valeur distinctive qu'on lui avait attribuée : la couleur des sédiments n'offrant aucune relation définie avec les caractères paléontologiques du dépôt.

Par un revirement assez brusque, on attribua alors à des influences locales, sans importance et sans fixité, les différences de couleur et d'éléments fauniques, constatées par les premiers observateurs.

Quant à la division des sables scaldisiens en deux étages, elle allait être définitivement abandonnée, lorsque parut, en 1874, une Notice de M. Paul Cogels [1], montrant, qu'en certains points des environs d'Anvers, il existait réellement des zones distinctes parmi les dépôts du système scaldisien.

Nos recherches sur les couches pliocènes de la région d'Anvers nous amenèrent à confirmer et à nettement définir ces premiers résultats.

Après en avoir reconnu toute la portée, plus étendue que ne le pensait M. Cogels, nous pûmes établir qu'il existe dans les sables « scaldisiens » deux étages géologiques bien distincts, d'âges différents, nettement caractérisés par leur faune, par leurs éléments lithologiques et par leurs conditions de sédimentation.

Ces deux étages, auxquels nous avons donné les noms de *sables moyens d'Anvers* et de *sables supérieurs d'Anvers,* sont séparés par une lacune de sédimentation, marquée par un niveau de dénudation, qui jusqu'ici avait échappé aux recherches. La figure 7 de la planche montre en B ce niveau

[1] P. Cogels, *Observations géologiques et paléontologiques sur les différents dépôts rencontrés à Anvers lors du creusement des nouveaux bassins* (Annales de la Soc. malacol. de Belgique, t. IX, 1874, pp. 7-32).

de dénudation, séparant l'étage des sables moyens A de l'étage des sables supérieurs B. Nos deux étages, cela va sans dire, ne correspondent nullement aux anciennes divisions en *crag gris* et en *crag jaune*, composées l'une et l'autre de couches hétérogènes, d'âges différents, et réunissant simplement des dépôts distincts, mais de coloration semblable.

Dans la figure 7 de la planche, l'ancien « crag gris » serait représenté par les zones A, B, C réunies, tandis que le « crag rouge », délimité par la couleur du terrain, serait constitué par C′, D′, E′.

Or, si nous nous demandons d'où provient l'étrange confusion qui, pendant si longtemps, a régné dans l'étude des couches scaldisiennes du bassin d'Anvers, nous reconnaîtrons aisément qu'elle résulte uniquement de l'interprétation inexacte des phénomènes d'altération qui ont affecté ces dépôts.

Ces couches scaldisiennes, meubles, peu épaisses et très-perméables, ont été presque partout altérées, oxydées et rougies sur une certaine épaisseur, par le fait de l'infiltration des eaux atmosphériques. Nous avons reconnu que tous les dépôts « scaldisiens » étaient plus ou moins *gris* primitivement et que la coloration jaunâtre ou rougeâtre de la zone supérieure est uniquement due à l'oxydation des sels ferreux et de la glauconie du dépôt. Cette coloration jaunâtre se présente aussi bien dans les *sables moyens d'Anvers,* quand ils sont exposés aux intempéries, que dans les *sables supérieurs d'Anvers,* où elle est presque constante.

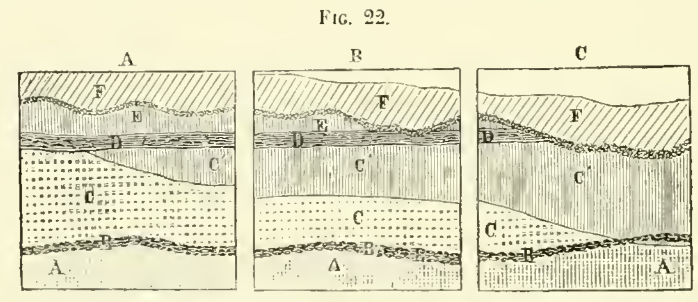
Si, en fait, elle est à peu près générale dans ce dernier étage et fort rare dans l'autre, c'est une conséquence inévitable de la situation respective des deux dépôts, dont l'un, plus constamment et plus directement exposé aux infiltrations, recouvre et protége l'autre.

En tout cas, il est maintenant bien établi que la coloration des dépôts est entièrement indépendante de leur âge et de leur signification stratigraphique. Nous avons en effet rencontré des sables moyens présentant la coloration jaune, indice de l'oxydation du dépôt; par contre, de nombreux géologues ont pu s'assurer, lors des travaux récents de prolongement du Kattendyk, que l'étage des *sables supérieurs* s'y présente en certains endroits avec une coloration grise bien accentuée, la même à peu près que celle des *sables moyens* sous-jacents. La faune de ces dépôts, leurs caractères lithologiques

et un niveau de dénudation les séparent très-nettement au point de vue chronologique.

Dans les mêmes travaux, les coupes étendues pratiquées dans ces dépôts pliocènes, pour la construction des nouvelles cales sèches, montraient la zone des sables supérieurs à Trophon infiltrée et rubéfiée jusqu'à un niveau représentant souvent la moitié de la hauteur du dépôt; ce niveau, variable dans son allure, s'abaissait parfois jusqu'à quelques centimètres de la base des sables supérieurs ou bien, au contraire, remontait jusqu'au milieu du banc coquillier, qui s'observait vers la partie supérieure de ce dépôt.

Fig. 22.



A Sables moyens, *gris*, à *I. cor.*
B Banc coquillier, base des sables supérieurs.
C Sables supérieurs, *gris*, à *Trophon antiquum*, non altérés.
C', D, E Sables supérieurs à *Trophon antiquum*, altérés et *rubéfiés*.
F Dépôts quaternaires et modernes.

Les trois coupes réunies dans la figure 22 représentent des sections de terrain pliocène prises en différents points des travaux, aux cales sèches. Dans toutes les trois, le dépôt A représente l'étage des sables moyens d'Anvers à *Isocardia cor* (ancien *Crag gris, partim*) ; B est la couche roulée, à éléments remaniés, formant la base des sables supérieurs à *Trophon antiquum* C, C', D, E.

C est la partie inférieure, restée normale et grise, de cet horizon. Ce niveau correspond aussi à l'ancien *Crag gris, partim,* et le mélange d'éléments fauniques constaté en B paraissait autrefois relier très-intimement C et A, surtout lorsque le dépôt B, très-développé, était à peu près le seul représentant de l'horizon des sables supérieurs à Trophon. C' représente la zone d'infiltration, oxydée et rougie, de C, et l'on voit le développement de cette zone varier d'après le point observé. Elle descend plus ou moins dans la masse du

dépôt, suivant l'importance du massif pliocène enlevé par dénudation ultérieure. D est un banc coquillier, avec organismes *in situ*, s'étendant très-régulièrement au sein des sables à Trophon, et E représente un dépôt plus argileux appartenant à la même formation. C'est l'absence de ces deux dernières zones, difficilement perméables, qui, dans les cas de ravinements quaternaires intenses, a fait s'abaisser fortement la limite de la zone altérée, comme le montre le dessin C de la figure 22.

En F on trouve les sables et limons quaternaires et modernes formant, aux cales, le sommet des coupes observées.

Dans la figure 7 de la planche, nous avons représenté une coupe réelle, et des plus explicites, relevée dans ces mêmes travaux d'Anvers.

La simple inspection de cette figure permet de s'assurer combien était fausse la base de distinction adoptée autrefois pour la délimitation de nos étages pliocènes supérieurs, distinction uniquement fondée sur la différence de coloration des sédiments.

M. le professeur G. Dewalque, dans une note [1] postérieure au *Prodrome*, a judicieusement fait remarquer le danger qu'il y avait de baser des subdivisions sur la couleur des dépôts.

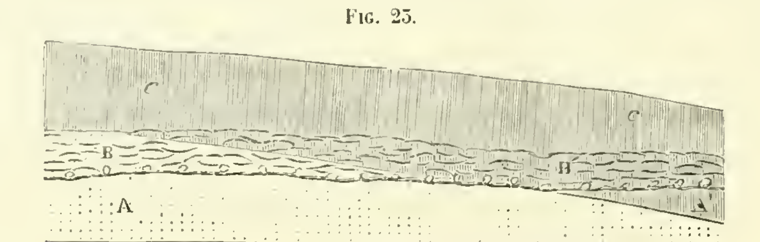
A Zwyndrecht, sur la rive gauche de l'Escaut, en face d'Anvers, on voit l'étage des sables supérieurs à *Trophon antiquum* reposer sur les sables moyens à *Isocardia cor*, par l'intermédiaire d'un banc coquillier, correspondant au banc inférieur figuré plus haut dans les coupes des cales sèches.

La zone d'altération et de rubéfaction qui, sur toute l'étendue de la coupe observée par M. Dewalque, avait affecté les sables supérieurs, descendait peu à peu au travers du banc coquillier, épais de $0^m,80$, et ensuite au sein du sable sous-jacent qui, à l'autre extrémité de la coupe, longue d'environ 50 mètres, se montrait rubéfié à son tour sur 1 mètre, c'est-à-dire sur la moitié de son épaisseur visible. M. Dewalque fait remarquer dans sa note que l'inclinaison de la zone rubéfiée était dans le même sens que celle de la surface du sol, c'est-à-dire suivant la direction d'écoulement et d'infiltration des eaux superficielles.

[1] G. DEWALQUE, *Notes sur quelques localités pliocènes de la rive gauche de l'Escaut* (ANN. DE LA SOC. GÉOL. DE BELGIQUE, t. III, pp. 12-20).

La figure 23 montre, d'après M. Dewalque, cette disposition, que nous avons retrouvée nous-même en d'autres points du bassin d'Anvers.

Fig. 23.



A, A′ Sables moyens à *Isocardia cor.*
B, B′ Banc coquillier, base des sables supérieurs à *Trophon antiquum.*
C, C Sables supérieurs à *Trophon antiquum.*
(Les parties traversées par les traits verticaux sont rougeâtres; les autres sont restées grises.)

Dans cette coupe, A, A′ représentent les sables moyens à *Isocardia cor,* B, B′ le banc coquillier à éléments remaniés formant la base des sables supérieurs à *Trophon antiquum* C, C. On voit la zone rubéfiée C, B′, A′ descendre avec la pente du terrain et affecter successivement les diverses strates pliocènes de cette coupe. La couche supérieure C, non protégée, se montre partout altérée et rubéfiée, comme c'est d'ailleurs le cas général à Anvers.

Il n'est pas nécessaire d'entrer dans plus de détails pour faire comprendre, étant données l'origine et la signification réelles des caractères de la coloration, que les géologues et les paléontologues qui divisaient les sables « scaldisiens » de Dumont en deux étages basés sur ce caractère, ont dû se heurter à des difficultés et à des contradictions vraiment insurmontables.

La dissolution des éléments calcaires et l'oxydation des sels ferreux ne sont pas toujours en relation constante d'intensité, au point de vue de la comparaison mutuelle de leurs effets, dans les dépôts meubles et perméables soumis aux phénomènes d'altération. Ainsi, à Anvers, nous avons constaté que les sables supérieurs ou moyens pouvaient être fortement oxydés et rougis par suite d'une altération profonde de la glauconie, sans que les débris coquilliers fussent dissous. D'autre part, les sables glauconifères sous-jacents de l'étage inférieur se trouvaient simplement verdis par suite d'une altération partielle ou moins intense de la glauconie; et cependant, dans ce dépôt inférieur moins oxydé, tous les éléments calcaires, coquilles, etc., avaient

entièrement disparu par suite de la dissolution complète du carbonate de chaux dans le dépôt!

Ce fait, qui paraît anormal au premier abord, n'est qu'une conséquence toute naturelle des conditions spéciales dans lesquelles s'est ici produit le phénomène d'altération. Il est à remarquer, en effet, que si l'oxydation de la glauconie peut se faire au simple contact de l'air humide ou de l'oxygène en dissolution dans les eaux atmosphériques s'infiltrant rapidement et à de nombreuses reprises au travers des sables meubles, il n'en est pas de même pour la dissolution du calcaire, qui exige une action continue et prolongée de l'acide carbonique contenu dans les eaux d'infiltration. Il faut donc, pour que les débris coquilliers puissent être attaqués et le calcaire dissous, que l'eau séjourne pendant un temps assez long dans les dépôts affectés par les phénomènes d'infiltration.

Les sables moyens et surtout les sables supérieurs d'Anvers, où la proport ion d'éléments quartzeux est toujours considérable, sont généralement peu épais et très-perméables; les eaux pluviales qui les arrosent par intermittences s'y évaporent rapidement, ou bien descendent à un niveau inférieur, sans pouvoir dissoudre les éléments calcaires des couches sableuses. Or, c'est précisément parce que les eaux pluviales ou d'infiltration s'arrêtent au niveau du dépôt moins perméable des sables glauconieux inférieurs, où elles s'étendent en nappe persistante, que la zone altérée de ce dépôt (le sable vert) est généralement privée, par dissolution, de ses éléments calcaires, c'est-à-dire de débris coquilliers, etc.

D'un autre côté, la glauconie si abondante de ces sables inférieurs d'Anvers, en relation moins directe avec l'oxygène de l'air que la glauconie des dépôts recouvrants, laquelle a aussi en grande partie absorbé l'oxygène des eaux d'infiltration, s'oxyde moins aisément. C'est par ce motif que la coloration verte est si fréquente dans les sables inférieurs altérés, tandis que la coloration jaune ou rougeâtre s'observe plus communément dans les sables moyens et supérieurs. (Voir la figure 4 et la figure 2 de la planche.)

La zone infiltrée et modifiée des sables glauconifères d'Anvers présente parfois sur un espace très-limité, dans une même coupe, tous les degrés possibles d'altération. Ainsi, dans un talus du fossé de l'enceinte fortifiée d'An-

vers, entre les Portes Léopold et de Borsbeek, nous avons trouvé certaines parties du dépôt fossilifère à Pétoncles entièrement changées en sable vert sans un atome de matière calcaire et sans aucune trace de fossiles; d'autres points de la coupe, moins altérés, contenaient encore quelques fossiles à moitié décomposés, et tombant en bouillie au moindre contact; en certains points concrétionnés du dépôt, les fossiles étaient représentés par des moulages à moitié durcis et d'aspect ferrugineux. Le dépôt oxydé, devenu rougeâtre ou ocreux, rappelait alors, à s'y méprendre, l'aspect ordinaire des « sables ferrugineux diestiens ».

Dans la zone des sables glauconieux grisâtres à Panopées, que nous avons étudiés au Kiel et à Burgh, près d'Anvers, ces phénomènes d'altération par infiltration des eaux atmosphériques se montraient également avec une intensité variable et donnaient lieu à des colorations différentes. Dans les deux localités précitées, les sables à Panopées reposent sur un lit épais et imperméable d'argile oligocène retenant les eaux au niveau des sables, qui, dans les dépressions de l'argile, sont alors fortement altérés. Les fossiles, ordinairement friables et tombant en bouillie, manquent en beaucoup de points, où ils sont dissous. Ce phénomène est général dans la zone superficielle des sables à Panopées, changés en sables verts, parfois jaunâtres ou rougeâtres et fortement oxydés. Des coupes fraîches du terrain permettent d'observer la transition insensible de cette zone superficielle à la partie fossilifère; mais, dans certains cas, la partie la plus altérée simule, au sein des sables simplement verdis, ou bien intacts et fossilifères, des poches d'érosion paraissant remplies par le sable rougeâtre et oxydé.

Une observation intéressante, qui nous a été fournie par les coupes récentes des travaux de prolongement du bassin du Kattendyk à Anvers, montre que les phénomènes de rubéfaction par oxydation, dus aux influences météoriques, se produisent parfois avec une très-grande rapidité. C'est ainsi que la surface de talus creusés dans des massifs de sables supérieurs à Trophon non altérés, surface qui se montrait parfaitement grise et normale au moment de la mise à nu, se trouvait être sensiblement oxydée et jaunie, sur une épaisseur d'environ 5 millimètres, après une exposition d'à peu près trois semaines aux influences météoriques. Les coupes des cales, creusées dans un terrain humide, offraient

en plusieurs points le même phénomène bien caractérisé, partout où il y avait eu exposition à l'air libre de surfaces restées grises et normales. Il est à remarquer que l'oxydation ne peut s'opérer aussi facilement dans des sédiments se trouvant à un niveau d'eau constant que dans des dépôts alternativement secs et traversés par l'infiltration des eaux superficielles. Il en est tout autrement de l'action *dissolvante,* favorisée, au contraire, par la persistance de séjour des eaux d'infiltration.

Des phénomènes analogues à ceux que nous avons observés à Anvers, à Bruxelles et ailleurs en Belgique, ont été constatés récemment en Angleterre par différents géologues.

MM. Whitaker, Wood Jr et Harmer [1] ont simultanément reconnu qu'un dépôt sableux rougeâtre sans fossiles, surmontant et paraissant raviner dans certaines localités les couches pliocènes du *Red Crag,* n'est autre chose que la partie supérieure altérée et oxydée du dépôt fossilifère sous-jacent, traversée par l'infiltration des eaux superficielles chargées d'acide carbonique ayant amené la dissolution du calcaire.

MM. Whitaker et Dalton, du Geological Survey d'Angleterre, ainsi que MM. Potier, de Lapparent, de Cossigny, Dollfus et d'autres géologues en France, en Angleterre et en Belgique, ont bien voulu, dans des communications particulières, nous faire part de diverses observations du même genre, confirmant l'universalité du phénomène d'altération des dépôts superficiels par infiltration des eaux météoriques.

Lorsque l'attention des géologues parisiens sera suffisamment attirée sur ce fructueux champ d'étude, il n'est pas douteux que bien des cas analogues à ceux que nous avons rencontrés dans l'éocène et dans le pliocène de Belgique soient signalés en de nombreux points du bassin de Paris, qui contient des dépôts meubles fort semblables à ceux de l'éocène belge.

Dès maintenant déjà, nous pouvons faire remarquer que les dépôts non calcarifères, sablo-argileux, de coloration rougeâtre et prétendument quaternaires, qui ont été signalés aux environs de Paris comme pénétrant, en forme

[1] S. Wood and F. W. Harmer, *Observations on the later tertiary Geology of East Angliæ* (Quart. Journ. Geol. Society, February 1877, p. 74). — W. Whitaker, *Note on the Red Crag* (Idem, vol. XXXIII, 1877, p. 122).

de découpures, bizarrement contournées, dans le calcaire grossier meuble, ne sont autre chose que des poches d'altération de la roche sous-jacente, lesquelles se présentent sous le même aspect que celles étudiées par nous dans les dépôts éocènes des environs de Bruxelles. A Paris également, les bancs intercalés de grès durs ont été dissous et le résidu en a été oxydé; de plus, les phénomènes de tassement et d'effondrement produits par la disparition du calcaire et l'imprégnation des sables ont parfois permis à certains galets quaternaires recouvrants de descendre dans ces poches et de compléter ainsi l'illusion. Il est certain que, pour beaucoup d'observateurs, ces sables argileux rougeâtres, contenant des galets vers le haut et se reliant ainsi au terrain quaternaire, paraîtront constituer la base de ce dépôt.

La figure 5 de la planche représente une minime partie d'une belle coupe de calcaire grossier moyen, soigneusement relevée par M. Belgrand. Il suffit d'y jeter un coup d'œil pour se convaincre, par la seule forme et les allures des poches, que le dépôt rouge, décalcifié et oxydé, recouvrant dans cette région le calcaire grossier ne peut représenter une couche sédimentaire. Il est aisé de reconnaître dans ces découpures bizarres et tourmentées une zone superficielle d'altération du dépôt calcaire sous-jacent. Cette coupe montre, en divers points, des phénomènes de dissolution des bancs calcaires, semblables à ceux que nous avons si fréquemment constatés dans les sables à grès calcarifères de l'éocène moyen du bassin tertiaire belge.

Les dépôts meubles et calcarifères des *sables moyens* du bassin parisien, tels que ceux des gisements classiques de Guespelle et du Fayel, les sables fossilifères de Fontainebleau, ceux de Bracheux et bien d'autres sédiments analogues, étudiés par nous lors de nos courses dans le bassin de Paris, nous ont montré des zones superficielles de dépôts ocreux décalcifiés, parfois concrétionnés, ferrugineux et transformés en grès durs, qui incontestablement n'ont d'autre origine que l'altération par voie hydro-chimique, des sédiments calcarifères sous-jacents. Ces zones, devenues différentes, n'ont donc nullement la valeur stratigraphique ni la signification que leur attribuent les géologues qui les ont le plus souvent signalées et décrites comme des dépôts distincts, ayant leur rang dans l'échelle stratigraphique normale des horizons auxquels elles se rattachent.

Ce n'est pas seulement dans les dépôts superficiels du sol actuel que l'on doit s'attendre à trouver des zones d'altération par infiltration des eaux météoriques. Le même phénomène s'étant produit en tous temps, les traces qu'il a dû laisser doivent nécessairement se retrouver aussi sur d'anciennes surfaces continentales ou émergées, aujourd'hui recouvertes par d'autres dépôts, soit normaux, soit altérés à leur tour.

La coupe du Wyngaerdberg, dont nous avons parlé précédemment, et qui se trouve représentée par la figure 6 de la planche, nous a montré l'existence de deux phases successives du phénomène d'altération, dont la première s'est effectuée pendant un espace de temps compris entre l'émersion des sédiments éocènes et la période quaternaire, et la seconde après le dépôt du loess ou ergeron.

A Cortryck, entre Aerschot et Louvain, nous avons vu une coupe assez étendue montrant 2 mètres de sables glauconifères diestiens (pliocènes), dont la partie supérieure seule avait été infiltrée et changée en sables ferrugineux rougeâtres.

Au-dessus d'un épais banc de cailloux roulés, formant la base de ce dépôt, il y avait, sur toute l'étendue de la coupe, 1 mètre de sable glauconieux non altéré et d'un gris verdâtre. Ce sable glauconieux reposait sur des sédiments rupeliens (oligocène moyen) qui se montraient blancs, meubles et normaux en certaines places, altérés et rubéfiés en d'autres et parfois même concrétionnés en bancs rougeâtres assez durs, un peu limoniteux. Parmi les cailloux de la base du diestien, il y avait quelques fragments de cette roche durcie, montrant que sa formation était antérieure au ravinement pliocène.

De l'ensemble de ces faits, il résulte clairement que les phénomènes d'altération ayant affecté les sables rupeliens sont antérieurs à ceux qui ont agi sur les sédiments diestiens. Les premiers se sont effectués pendant la période d'émersion comprise entre le dépôt de l'oligocène moyen et la sédimentation pliocène, tandis que les seconds sont postérieurs à celle-ci.

Mais on peut aussi constater des phases distinctes du processus d'altération dans le sein d'une succession de dépôts marins, tous placés hors de l'influence des phénomènes actuels d'infiltration des eaux météoriques.

Nos recherches sur les terrains tertiaires de la Belgique nous ont montré

quelques cas de ce genre. D'autres nous ont été communiqués par des collègues.

Nous citerons, par exemple, l'observation faite au Mont Panisel par notre confrère M. A. Rutot. Vers le sommet de la colline, un chemin creux lui a fait voir le sable ypresien présentant une zone superficielle altérée et oxydée — non point par un niveau d'eau actuel, qui ne saurait se maintenir à cette hauteur, où l'on ne constatait d'ailleurs aucune humidité — mais par des infiltrations antérieures à la sédimentation paniselienne.

En effet, les sables glauconifères paniseliens qui recouvraient les sables ypresiens ne montraient presque aucune trace de décomposition ni d'altération, et l'on sait cependant combien la glauconie est sensible à l'influence des eaux d'infiltration!

Il est donc logique de conclure que, dans la région du Mont Panisel au moins, il y a eu, entre la sédimentation des sables ypresiens et le dépôt du sable paniselien, un certain temps d'arrêt causé par une oscillation du sol qui a permis au sable ypresien émergé de subir l'influence de l'infiltration des eaux pluviales et des agents atmosphériques.

MM. Cornet et Briart nous ont également communiqué une coupe inédite qu'ils ont levée pour accompagner une *Note sur la constitution géologique des collines tertiaires faisant, dans le Hainaut, la séparation entre les eaux de la Meuse et de l'Escaut*. Cette note a été résumée par eux dans les *Annales de la Société géologique de Belgique,* où elle a paru (Bulletin, t. V, p. lxxiv) sans la coupe que nous donnons ici et qui met en pleine évidence l'altération ancienne des argilites de Morlanwelz avant la sédimentation bruxellienne, qui s'effectua au-dessus de la surface émergée des premières.

La figure 8 de la planche représente, d'après le dessin que nous ont obligeamment communiqué MM. Cornet et Briart, un massif de sables et d'argiles tertiaires, parcouru, à une vingtaine de mètres de profondeur, par une galerie horizontale de drainage, longue de 828 mètres, que rencontrent sept puits verticaux et trois forages. Ce sont les données fournies par les travaux exécutés à cette occasion qui ont amené les résultats que nous allons brièvement indiquer.

Dans cette figure, A et B représentent des dépôts quaternaires et modernes; C′ et D′ représentent le sable bruxellien, remanié vers le haut, en C′, par

dénudation quaternaire, altéré dans la plus grande partie D′ du dépôt et passant, vers le bas, à un sable marneux E, d'un blanc grisâtre avec grès calcaires.

On remarque que le sable marneux a arrêté l'infiltration des eaux superficielles, qui n'ont pu pénétrer plus avant.

La couche F, F′, sous-jacente à ce sable marneux calcarifère, est constituée par un dépôt d'argilite de Morlanwelz, dont la partie supérieure F′, jaune ou brune, décalcifiée et oxydée, est profondément altérée et où les fossiles n'existent plus qu'à l'état d'empreintes.

Le bas F de la couche, non altéré et de couleur gris-bleuâtre plus ou moins foncé, est calcarifère et contient des fossiles avec leur test.

En G, G′ enfin, on trouve un sable fin, micacé, gris-bleuâtre dans ses parties non altérées G, et renfermant les mêmes fossiles que la couche F. A l'entrée de la galerie, dans le flanc de la colline, on trouve ces sables, décalcifiés et oxydés G′ sur une longueur d'environ 60 mètres.

La figure 8 de la planche indique nettement les rapports des zones intactes et altérées de ces divers dépôts et il nous suffira, pour faire comprendre toute l'importance de ces données, de reproduire textuellement le passage final de la note de MM. Cornet et Briart.

« Le fait le plus important, disent-ils, qui ressort de cette description, c'est que la partie supérieure des argiles est altérée, quoique se trouvant entièrement recouverte par une couche marneuse du terrain bruxellien qui ne l'est pas du tout. L'altération des argilites, qui ne peut être que le résultat des influences atmosphériques, est donc antérieure au dépôt des marnes bruxelliennes.

» Or, ces influences atmosphériques n'ayant pu exercer leur action que pendant une émersion du sol, nous devons en conclure que notre pays a subi un soulèvement assez notable et assez prolongé entre le dépôt des argilites ypresiennes et celui des premières assises bruxelliennes. »

Cet exemple suffira, croyons-nous, pour montrer le rôle important que l'étude des phénomènes d'altération est parfois appelée à prendre dans les recherches géologiques et pour faire ressortir les lumières que cette étude peut apporter dans l'élucidation de certaines questions avec lesquelles elle ne paraît, au premier abord, avoir aucune relation.

Nous allons maintenant passer à l'étude des phénomènes d'altération observés dans les roches crétacées et spécialement dans la craie blanche.

Depuis longtemps, il est bien établi que l'attaque de la craie par une eau légèrement acidulée ou chargée d'acide carbonique donne lieu à la dissolution du carbonate de chaux et à la production d'un résidu généralement composé d'une proportion variable de sable siliceux, mais surtout d'une certaine quantité d'argile brunâtre ou rougeâtre, d'aspect ferrugineux.

La conséquence rationnelle de la facilité avec laquelle l'eau chargée d'acide carbonique attaque et dissout la craie est que, partout où les couches de craie affleurent à la surface du sol, partout aussi les eaux fluviales et d'infiltration doivent donner naissance à des phénomènes d'altération et de dissolution très-accentués. Il est logique de conclure aussi que ces phénomènes ont dû commencer à se produire dès l'émergence de la craie et qu'ils se sont effectués jusqu'à nos jours, en se perpétuant pendant toute la période tertiaire, du moins partout où les dépôts crétacés continuèrent à rester émergés ou bien furent recouverts par d'autres sédiments, mais de façon cependant à rester soumis à l'influence des agents météoriques. Or, nous trouvons précisément dans les dépôts connus sous le nom d'*argiles à silex*, qui recouvrent la surface de la craie en affleurement ou sous des dépôts quaternaires ou tertiaires, tous les caractères du résidu chimique provenant de la dissolution lente de la roche par l'eau atmosphérique chargée d'acide carbonique.

On a beaucoup écrit sur l'origine et sur l'âge des argiles à silex, que l'on avait, jusque dans ces dernières années, considérées comme des dépôts distincts, tantôt crétacés, tantôt tertiaires, ou bien se rattachant spécialement à la période quaternaire. On en a fait tantôt des produits geyseriens ou éruptifs, tantôt du terrain « sidérolithique » ; on a aussi regardé ces argiles comme des résidus de remaniement tertiaire ou quaternaire de divers étages crétacés et enfin comme des dépôts glaciaires ou erratiques.

Dans ces derniers temps cependant, on a dû se rendre à l'évidence et, sans parler des géologues anglais et allemands qui ont étudié cette question, plusieurs observateurs français, MM. de Mercey, Meugy, de Lapparent, Dollfus, Gosselet, etc., ont reconnu l'origine chimique de l'argile à silex et

ils ont constaté que ce dépôt n'indique aucun phénomène de transport ou de déplacement mécanique dû à l'action des eaux marines. Pour expliquer cette origine chimique, M. Meugy et d'autres géologues ont cru devoir faire intervenir des sources acides et d'autres phénomènes de ce genre mettant en jeu des eaux d'origine interne. Ayant observé que l'argile à silex rappelait singulièrement certains caractères « d'érosion », du diluvium rouge, on a attribué à ces deux dépôts, non-seulement une origine semblable, ce qui est exact, mais encore une formation commune et un même âge. C'est ainsi que M. Meugy suppose que des sources acides, ayant donné naissance à la fois au diluvium rouge et à l'argile à silex, ont dû se faire jour entre le dépôt du diluvium gris et celui du loess.

M. de Lapparent a parfaitement reconnu que les argiles à silex n'ont pas d'âge déterminé; cet observateur judicieux s'est assuré que l'argile à silex a pu se former à plusieurs reprises et pendant diverses phases de la période tertiaire.

S'il est vrai que M. de Lapparent et plusieurs de ses confrères français reconnaissent maintenant l'origine purement chimique de l'argile à silex et la formation sur place de ce dépôt, par dissolution de la craie, il n'est pas moins vrai aussi qu'ils sont généralement restés sous l'idée que ces phénomènes chimiques sont dus à des causes spéciales : sources acides, actions thermales, éjections geyseriennes, etc., et se trouvent intimement liés avec les phénomènes éruptifs, avec la production des failles et des lignes de fracture, au voisinage desquelles on les observe souvent.

M. G. Dollfus, dans une note publiée il y a quelque temps sur les couches tertiaires des environs de Dieppe [1] a, le premier à notre connaissance, très-exactement défini les conditions de dépôt de l'argile à silex. Parlant de dépôts observés aux environs de Dieppe, il dit : « La craie, dans toute la région, pré-
» sente les traces évidentes d'altérations superficielles : le plus généralement
» elle est recouverte d'argile à silex, qui, par sa nature, sa composition, sa
» situation, est un produit ou résidu chimique de l'altération de la craie par
» les agents atmosphériques... Cette argile est une formation continue, qui a

[1] G. Dollfus, *Description et classification des dépôts tertiaires des environs de Dieppe* (Ann. de la Soc. géol. du Nord, t. IV, 1876-77, p. 19).

» commencé à se former depuis l'émersion définitive de la craie, qui a duré
» pendant toute la période tertiaire et qui se poursuit encore : elle a été certainement dispersée ou remaniée en bien des points, à plusieurs reprises,
» mais elle a toujours recommencé à se former quand la craie a pu être
» atteinte par les eaux atmosphériques. Elle s'est formée également sous les
» terrains dont elle pouvait être recouverte toutes les fois que ces terrains
» étaient perméables, et nous la retrouvons aussi tapissant les poches profondes formées par la dissolution de la craie, dans lesquelles les formations
» tertiaires ont pu glisser et s'affaisser. »

Plus récemment encore, M. le professeur Gosselet, dans sa Note sur l'*Argile à silex de Vervins* (Ann. Soc. Géol. du Nord, t. VI, 1879, p. 317) a clairement exposé la même thèse et, pour lui aussi, l'action si simple, mais si puissante, des phénomènes de dissolution dus à l'infiltration des eaux pluviales suffit pour expliquer les observations faites jusqu'ici au sujet de l'argile à silex. « Fidèle à la théorie des causes actuelles, dit M. Gosselet, je repousse
» toute ingérence de principe inconnu. Je ne veux pas, dans le cas présent,
» de ces agents internes, si commodes pour voiler l'ignorance où nous
» sommes souvent des causes réelles des phénomènes naturels [1]. »

[1] Notre attention vient d'être attirée, depuis la rédaction de notre texte, par un intéressant article de M. Ribeiro, intitulé *Sur le terrain quaternaire du Portugal* (Bull. de la Soc. géol. de France, t. XXIV, 2e série, p. 695). Dans ce travail l'auteur signale certaines relations existant entre le phénomène de l'altération des roches par les eaux atmosphériques et l'argile rouge qui recouvre les formations calcaires de tous âges, étudiées par lui en Portugal.

« Les argiles rouges, dit-il, qui accompagnent constamment la surface des régions calcaires... se manifestent dans notre sol calcaire de tous les âges, remplissant les fentes et les anfractuosités de ce sol et en recouvrant en partie la surface... Sur plusieurs points de notre sol, nous avons trouvé une liaison intime entre les argiles en question et l'altération du même sol calcaire, déterminée aussi bien par l'action des eaux de l'intérieur *que par celle des agents externes*. Nous dirons même que ce phénomène ne s'est point borné à un endroit précis ni à un étage désigné de la série sédimentaire du pays. En effet, nous avons rencontré des calcaires subcristallins du jurassique supérieur, entre Lagos et le cap Saint-Vincent qui, *sous l'action des agents atmosphériques actuels,* donnent une argile identique à l'argile rouge quaternaire en question et se confondent avec elles. On observe un phénomène semblable dans les calcaires granulaires, jaunes et blancs, des étages néocomien et crétacé moyen de Cascaes, d'Ericeira... Et il faut remarquer que l'altération du calcaire peut être suivie, dans la localité, dans toutes ses phases jusqu'à la disparition complète de la roche que l'argile rouge remplace. »

(*Note ajoutée pendant l'impression.*)

Maintenant que l'origine chimique et la formation sur place de l'argile à silex ne peuvent plus être sérieusement contestées, maintenant aussi que l'action dissolvante des eaux météoriques sur la craie est un fait bien établi, il n'est plus guère nécessaire de repousser une à une les hypothèses encombrantes et si peu justifiées qui mettent en jeu des actions thermales, des sources ou des éruptions d'eaux acides.

On nous permettra cependant de passer rapidement en revue les principales objections qui ont été présentées.

Nous avons dit plus haut que les géologues qui, reconnaissant l'impossibilité de considérer l'argile à silex comme un terrain de transport, y ont reconnu un dépôt chimique effectué sur place, ont généralement fait appel à des agents extraordinaires, tels que des sources ou des éruptions d'eaux acides! Ils ont été jusqu'à calculer gravement l'effrayante quantité d'acide chlorhydrique nécessaire pour dissoudre les massifs de craie dont l'argile à silex représente le résidu chimique.

On peut s'étonner de voir des observateurs devant, par la nature même de leurs études, être familiarisés avec la valeur du temps en géologie et avec la puissance et la grandeur des effets d'érosion mécanique et chimique produits sur les surfaces continentales par les agents météoriques, trouver si difficile d'admettre l'épaisseur des massifs crayeux dont le résidu de dissolution est représenté par l'argile à silex. On peut se demander aussi comment il ne leur est pas venu à l'esprit que, si considérables que soient les quantités d'acide chlorhydrique mises à leur disposition par l'hypothèse, elles ne fourniront jamais des résultats de dissolution aussi énormes et aussi généraux à la surface des roches crayeuses du globe entier que l'*acide carbonique des eaux pluviales,* multiplié par ce facteur d'une puissance infinie qu'on appelle le *temps*.

On a souvent mis en avant l'hésitation des géologues à admettre l'épaisseur des massifs crayeux qu'ils croient nécessaires — en admettant nos vues — d'invoquer comme source du résidu d'argile à silex. Ce qui rend surtout cette objection si persistante c'est, croyons-nous, l'idée fausse que l'on se fait généralement de la différence de volume existant entre une masse donnée de roche calcaire ou crayeuse et son résidu de dissolution.

On nous répondra peut-être par des expériences de laboratoire. Mais celles-ci — en admettant qu'elles se montrent défavorables à nos vues, ce qui reste à démontrer — ne pourront servir d'argument qu'après avoir été faites dans des conditions identiques à celles où se produisent les diverses actions que nous offre la nature. La dissolution pure et simple d'une roche calcaire ou crayeuse par un acide donnera lieu peut-être à un résidu argileux assez faible, tandis que si cette attaque est lente et conduite de manière à permettre en même temps l'*oxydation* des sels ferreux contenus dans la roche, la combinaison des deux résidus argileux et ferriques donnera lieu à une masse bien différente.

L'oxydation des sels ferreux produit en effet une sorte de foisonnement et une incontestable augmentation de volume, dont la formation de la rouille nous fournit un frappant exemple. Une mince lame de fer, s'oxydant sous l'influence des intempéries, se trouve, après un certain temps, transformée en une masse de rouille d'un volume bien supérieur. C'est la combinaison de l'oxygène de l'air humide avec le fer qui donne lieu à cet accroissement de volume, dont les armes anciennes de nos musées d'antiquités fournissent des exemples familiers à tout le monde.

Il en est absolument de même dans l'altération des roches calcaires et crayeuses, qui toutes contiennent des sels ferreux. C'est le foisonnement et le mélange du résidu ferrique de ces sels avec les particules argileuses résultant de la dissolution du calcaire qui donnent lieu à la formation du dépôt assez considérable d'argile rouge constituant l'argile à silex, et qu'un simple groupement des particules argileuses prises isolément n'aurait en effet pu produire.

Si des argiles à silex, entièrement dépourvues d'éléments sableux ou grossiers, recouvrent une région dont le sol est constitué par une roche crayeuse grossière ou mélangée de grains de quartz, on ne pourra arguer de ce fait, sans s'être au préalable assuré si l'argile fine recouvrante ne provient pas de la dissolution préalable de couches crayeuses préexistantes, plus fines et plus pures que le substratum actuel de cette argile. Il y aura également lieu d'examiner, dans la négative, si l'argile à silex ne montre pas les caractères d'un dépôt stratifié; elle pourrait représenter le résidu fin et purifié d'une

argile à silex formée sur place ailleurs et remaniée par des phénomènes de transport quaternaires ou modernes. Cette dernière cause a d'ailleurs souvent étendu le dépôt d'argile à silex au-dessus de couches tertiaires postérieures à sa formation, ce qui a même été présenté, bien à tort, comme une objection à la thèse de la formation sur place de l'argile à silex par l'infiltration des eaux superficielles dans des roches crayeuses.

D'étroites relations ayant été souvent constatées entre la disposition des failles ou des lignes de fracture et la présence des dépôts de sables dits éruptifs, des poches d'argile à silex, etc., on a généralement conclu à des relations communes d'origine entre ces deux séries de phénomènes; mais ces relations s'expliquent tout naturellement par le fait que les failles et les fractures étant pour les eaux superficielles ou d'infiltration de véritables centres d'attraction, des conduits naturels d'écoulement, il est logique d'y constater l'extension plus grande des phénomènes d'altération et de dissolution résultant du séjour prolongé de ces eaux.

On a parfois remarqué que les argiles à silex se trouvent localisées sur le bord abaissé des failles. C'est une conséquence de la tendance des eaux superficielles à se réunir dans les dépressions du sol; elles y exercent des phénomènes d'altération plus intenses que sur les sommets des pentes, où, ne pouvant se maintenir, elles influencent moins les dépôts.

La continuité, parfois constatée aussi, du dépôt d'argile à silex sur les bords relevés et sur les bords abaissés d'une faille, n'implique nullement, ainsi qu'on l'a cru généralement, que la formation de ce dépôt doive nécessairement être antérieure à la production de la ligne de fracture. Cela peut signifier simplement que la surface de la craie a été altérée partout, par suite de circonstances spéciales, toujours faciles à retrouver. Il est d'ailleurs évident que les phénomènes d'altération produits par les agents atmosphériques et les infiltrations superficielles, en rapport direct avec les données topographiques et hydrographiques, n'ont aucune relation avec l'âge des couches ou des dépôts.

C'est aussi par l'examen attentif des données topographiques et par l'étude des phénomènes de remaniement, postérieurs à la formation de l'argile à silex, que l'on parviendra à écarter les prétendues difficultés qui ont été

signalées et qui ne sont que les conséquences normales de conditions particulières ou locales.

Quant aux objections générales que l'on a faites à la thèse de l'origine hydro-chimique de l'argile à silex, elles tombent devant l'évidence des faits, dûment interprétés.

Les argiles ferrugineuses ou plastiques, les sables siliceux meubles ou cimentés, les poudingues, le fer hydraté, le minerai de fer en grains, qui, avec les argiles à silex, s'observent souvent en poches, en filons ou en nappes au voisinage des lignes de fracture, sont très-généralement les résidus d'altération, de dissolution, de concrétionnement et de métamorphisme hydro-chimique de dépôts, soumis, par leur situation même auprès de ces fentes attirant les eaux, à des phénomènes accentués d'altération sur place. Le plus souvent cependant, ces dépôts sont regardés à tort comme d'origine interne et en connexion avec des phénomènes volcaniques ou geyseriens.

Dans son étude *Sur l'étendue du système tertiaire inférieur dans l'Ardenne et sur les argiles à silex* (Ann. Soc. géol. du Nord, t. VI, 1879-80, p. 340), M. Ch. Barrois, qui admet, quoique sans grande conviction, la véritable cause de la formation de l'argile à silex, étudiée par lui dans l'Aisne et dans l'Ardenne, se trouve forcé de reconnaître les relations intimes existant entre ces argiles à silex recouvrant la craie, l'argile brune à fossiles siliceux qui recouvre les terrains jurassiques de l'Ardenne et les *minerais de fer en grains* qui, communs aux deux dépôts, se relient surtout au premier. La formation de ce minerai de fer, par le fait d'actions chimiques dues aux influences météoriques, est appelée à jeter un grand jour dans la question du *sidérolithique*.

C'est d'ailleurs ce qu'un observateur consciencieux, M. Virlet-d'Aoust, avait déjà fait remarquer en 1864 (Bull. Soc. géol. de France, 2e sér., t. XXII, p. 138). D'autre part M. G. Dollfus, après un voyage en Suisse, nous écrit ce qui suit : « J'ai vu, en Suisse, que le *sidérolithique* n'est que l'altération continentale ou d'émersion des jurassique et crétacé inférieur calcaires, pendant l'éocène. »

Nous croyons utile de rappeler à ce sujet d'intéressantes observations faites par M. Virlet-d'Aoust et signalées par lui, en 1859, dans le *Bulletin de la Société géologique de France* (2e sér., t. XVI, p. 445).

Faisant remarquer les inconvénients qui peuvent résulter de l'emploi de l'expression : terrain ou étage sidérolithique, M. Virlet-d'Aoust signale le fait que certaines oolithes sont le résultat de concrétions formées par transports moléculaires postérieurement au dépôt des masses qui les renferment. Il a vu, dans des dépôts oolithiques ferrugineux, en Bourgogne et en Franche-Comté que « les grains coupent les feuillets ou zones du terrain encaissant » et il ajoute « qu'avec un peu d'attention on peut parfois apercevoir ces zones se prolonger à travers les grains eux-mêmes, circonstance bien importante à noter parce qu'elle démontre l'interposition postérieure du fer, phénomène qui nous a été si clairement révélé pour la première fois par les grandes oolithes ou nodules de fer carbonaté lithoïde, qu'on rencontre au milieu des bancs argileux zonés de l'*Oxford Clay* des environs de la Voulte. » « Cette pénétration postérieure, continue l'auteur, est encore mieux démontrée par les fragments réellement roulés qu'on rencontre parfois à travers ces masses ferrugineuses; car ils ne coupent pas les zones, mais, au contraire, ils sont contournés et enveloppés par elles. »

La coloration brune ou rougeâtre de l'argile à silex est due à l'oxydation des sels ferreux de la craie, changés en hydrate ferrique. Dans certains cas, les eaux superficielles ont pu se charger mécaniquement, pendant leur passage au travers de couches quaternaires ou autres, recouvrant la craie, de particules limoneuses qui se trouvent ensuite arrêtées au passage dans les endroits les moins perméables, se déposent et peuvent alors, conjointement avec les résidus chimiques d'altération, former des bandes d'argile plastique ou très-pure revêtant les poches d'altérations creusées dans la craie.

Lorsqu'au lieu d'agir sur la craie blanche, les infiltrations superficielles ont lieu dans la craie glauconieuse, ou bien sur de la craie recouverte par des dépôts tertiaires glauconieux, tels que le landenien, le résidu de l'attaque se présente tantôt sous la forme d'un sable vert siliceux, tantôt sous la forme d'une argile verte, véritable dépôt chimique, analogue à l'argile à silex et formé comme elle par altération sur place.

En Angleterre, où ces dépôts ont été bien étudiés, MM. Hughes, Whitaker et Codrington ont reconnu qu'ils sont uniquement dus à la dissolution des parties supérieures de la craie par l'infiltration d'eaux chargées d'acide carbonique.

L'*argile à chailles* de certains dépôts jurassiques a la même origine, et le passage entre la roche intacte et la zone superficielle altérée qui la recouvre est si évident que le moindre doute à ce sujet est depuis longtemps rendu impossible. On sait que cette argile constitue un riche gisement de fossiles *silicifiés*, mis en liberté par suite de la dissolution de la roche calcaire au sein de laquelle ils se trouvaient primitivement renfermés.

Lorsqu'une argile à silex, surmontant la craie, se trouve à son tour recouverte par des dépôts tertiaires, il y a lieu d'examiner tout d'abord si ceux-ci sont altérés ou non, s'ils sont perméables en tout ou en partie et enfin si les eaux du sol peuvent s'infiltrer à la surface de la craie. Dans l'affirmative, l'argile à silex, bien que située sous des dépôts tertiaires, peut être d'origine récente. Ce serait alors à peu près le même cas que celui de cette argile plastique du bassin de Liége, mentionnée page 25 et se formant actuellement, sous des couches crétacées, à la partie supérieure de schistes houillers.

Dans le cas d'une argile à silex reposant sur la craie et recouverte elle-même de couches tertiaires imperméables ou non altérées, on ne pourrait évidemment rapporter à des phénomènes actuels d'infiltration la formation du dépôt. C'est aux phénomènes d'altération effectués après l'émersion de la craie et avant l'abaissement du sol ayant donné lieu à la sédimentation tertiaire, que doit alors se rattacher la formation de l'argile à silex en question.

Parmi les argiles à silex anciennes se trouvant dans ce cas, il en est beaucoup, qui, par suite de l'invasion des eaux tertiaires par lesquelles elles furent recouvertes, ou bien par suite de remaniements fluviaux antérieurs à cette invasion, ont dû subir une sorte de lavage sur place; les particules argileuses délayées et en partie dispersées dans les eaux, ont disparu et il est alors resté soit un résidu sableux, soit un conglomérat de sables et de silex non roulés. Ces dépôts, parfois encore un peu argileux et oxydés, forment ce que l'on appelle parfois des *sables à silex*. Ceux-ci peuvent également être constitués par remaniement quaternaire ou moderne d'argiles à silex formées à la surface actuelle du sol crayeux.

Ces *sables à silex* sont donc, soit un véritable produit de lavage sur place

d'une argile à silex d'âge quelconque, soit le résultat de l'introduction, dans un dépôt préexistant de cette nature, de sédiments quartzeux et de grains glauconieux amenés par l'invasion des eaux d'une mer tertiaire qui serait venue le recouvrir.

Il est facile, au moyen de lavages éliminant les particules légères et argileuses de l'*argile à silex*, de s'assurer expérimentalement qu'elle donne souvent naissance à un résidu siliceux, qui est bien le *sable à silex*. On devra tenir compte toutefois de cette circonstance que l'expérience en question ne peut évidemment donner lieu à l'apport mécanique des grains quartzeux et glauconieux, d'origine tertiaire, constatées dans certains dépôts remaniés de sables à silex.

Par suite de lavages ou de remaniements quaternaires ou modernes, très-accentués, il peut ne subsister dans une région déterminée, primitivement recouverte d'argile à silex, que des amas épars de silex entièrement déchaussés de leur gangue argileuse et sableuse. Cette circonstance paraît s'être présentée à diverses reprises et n'a pas toujours été bien interprétée.

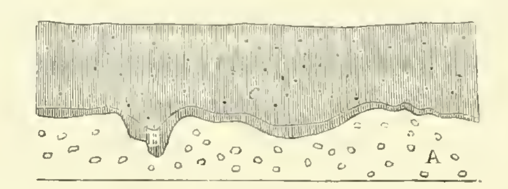
Lorsque la surface de la craie est recouverte, non d'argile à silex, — impliquant une altération chimique du dépôt par infiltration des eaux météoriques — mais de ce produit particulier de désagrégation mécanique de la craie, qui est connu sous le nom de *grève crayeuse*, on observe parfois, au-dessus de cette zone décomposée, des dépôts plus ou moins développés de sables siliceux, purs, non stratifiés, qui, dans certains cas, ont été rapportés au terrain tertiaire. D'Archiac a signalé des dépôts de ce genre dans la région orientale du département de l'Aisne, où M. Ch. Barrois les a étudiés à son tour tout récemment [1].

Il nous paraît résulter très-clairement des observations de M. Barrois que ce sable siliceux de l'Aisne, reposant sur la grève crayeuse et surmonté lui même du limon quaternaire, n'est autre chose que le résidu de la dissolution sur place de la couche superficielle de la grève crayeuse. Ce résidu siliceux a aussi été déplacé et entraîné en divers points des vallées, où il constitue, à l'état remanié, des dépôts manifestement quaternaires.

[1] Ch. Barrois, *Sur les sables de Sissonne (Aisne) et les alluvions de la vallée de la Souche* (Ann. de la Soc. géol. du Nord, t. V, 1877-78, p. 84).

Le passage suivant de la notice de M. Barrois est relatif à la coupe, reproduite ci-dessous (fig. 24), d'une sablière montrant un phénomène particulier accompagnant la superposition des sables siliceux de Sissonne (Aisne) sur la grève crayeuse. Nous le reproduisons en entier, parce qu'il montre que l'auteur exprime lui-même, quoique avec une certaine réserve, l'opinion que nous venons d'émettre sur l'origine du sable siliceux surmontant la grève crayeuse.

Fig. 24.



A Grève crayeuse, sable et fragments de craie.
B Argile brune.
C Sable en lits bruns et jaunes.

Faisant allusion au mince lit d'argile brune, figuré dans cette coupe, M. Barrois dit :

« La séparation nette qui existe ici entre le sable et la grève crayeuse » mérite de fixer l'attention, car elle n'est pas habituelle, et l'on observe » ordinairement un passage insensible du sable à la grève sablo-crayeuse » pure. On a probablement ici un exemple de ces altérations de sable dues » aux agents atmosphériques, sur lesquelles M. Van den Broeck a récemment » insisté : le sable jaune de la partie supérieure devait contenir primiti- » vement de la grève crayeuse comme celui de la base, mais les eaux plu- » viales chargées d'acide carbonique, qui se sont infiltrées dans ces sables, » ont dissous ces fragments calcaires et laissé leur résidu sous forme d'un » cordon argileux brun, au point où la décomposition s'est arrêtée. »

M. Barrois fait ensuite cette remarque importante que l'argile brune qui forme cette veine est identique par tous ses caractères à l'argile brune à silex de la craie de Picardie.

Si, dans la coupe précédente, le résidu argileux et oxydé de la dissolution de la grève crayeuse s'est déposé sous forme d'un mince lit brunâtre, c'est

sans doute parce qu'en ce point l'écoulement latéral des eaux d'infiltration ne pouvait s'effectuer librement comme partout ailleurs, où les eaux entraînent avec elles, en circulant dans le dépôt, les fines particules limoneuses et oxydées qu'elles tiennent en suspension après avoir effectué la décomposition de la roche calcaire.

Dans les conclusions de sa notice, M. Barrois considère les sables « de Sissonne » comme quaternaires. Cela est exact en ce sens que les sables siliceux sont parfois recouverts par le limon quaternaire et qu'ils se trouvent également déposés dans les vallées, où ils s'observent en stratifications fluviales et irrégulières, appartenant à la formation diluvienne. Mais les sables de Sissonne ont pu commencer à se former bien avant l'époque quaternaire par altération de la grève crayeuse sous l'influence des agents météoriques, et il n'est pas douteux non plus que partout où ces sables siliceux, purs et non remaniés, affleurent au-dessus de la grève crayeuse, aux dépens de laquelle ils sont formés, ils doivent être plus anciens que dans le fond et sur les flancs des vallées, *où ils ont été dispersés par remaniement ultérieur*. Dans leurs points normaux de formation, ils doivent encore continuer à s'accroître actuellement par suite de la dissolution graduelle des éléments calcaires de la grève crayeuse, soumise à l'action continue de l'infiltration des eaux météoriques.

Ce que nous disons ici s'applique à tous les dépôts de ce genre ayant la même origine. Ces couches superficielles, résidus altérés de formations quelconques, n'ont pas d'âge déterminé, comme les couches sédimentaires.

L'apparition des phénomènes d'altération qui leur ont donné naissance peut, à la rigueur, être rapportée à telle ou telle époque déterminée, mais l'activité des agents météoriques, ainsi que l'accroissement de ces dépôts, qui ont pu être interrompus à diverses reprises, se sont généralement continués jusqu'à nos jours, du moins lorsqu'il s'agit de dépôts superficiels ou non protégés contre l'infiltration des eaux météoriques.

Les puits naturels de la craie ont, depuis longtemps, attiré l'attention de nombreux observateurs, et les hypothèses les plus diverses ont été émises pour expliquer ces phénomènes.

Les puits naturels ne sont pas localisés dans le terrain crétacé seulement :

on en a rencontré dans divers dépôts calcaires et, plus rarement, dans certaines couches purement sableuses.

Dans le bassin de Paris, on en a observé dans les sables inférieurs, dans le calcaire grossier, dans les sables moyens, dans le calcaire lacustre de Saint-Ouen, dans le gypse, dans les marnes supérieures, etc. En Belgique, nous en avons vu dans le sénonien, dans le maestrichtien, dans le sable landenien et on en a signalé dans nos terrains primaires.

Nous avons retrouvé entre les poches d'altération formées par l'infiltration des eaux atmosphériques dans les sables éocènes des environs de Bruxelles et les puits naturels ou orgues géologiques de la craie de telles affinités que la similitude d'origine de ces poches et des puits naturels ne saurait un instant être contestée. Après tout ce qui a été dit dans ce travail sur le rôle des infiltrations dans l'altération des roches calcaires, il ne peut plus subsister aucun doute sur l'exactitude de la thèse défendue, depuis un certain temps déjà, par d'habiles observateurs anglais, tels que Lyell et Prestwich, en ce qui concerne le mode de formation des puits naturels.

Il suffit d'examiner quelques puits, ou même de lire simplement les descriptions données, pour retrouver dans la constitution des puits naturels tous les caractères des phénomènes d'altération; ils s'y présentent même avec un aspect tout à fait semblable à celui constaté dans les poches d'altération des dépôts calcarifères ou sableux des terrains tertiaires de la Belgique, de la France, etc.

Résumer rapidement les principaux caractères des puits naturels revient, comme on va le voir, à rappeler les descriptions données tantôt par nous au sujet des poches d'altération dans les dépôts calcarifères de l'éocène moyen. En effet, dans les puits de la craie, comme dans les poches de nos sables calcarifères, le carbonate de chaux, dissous, fait complétement défaut. Le test calcaire des fossiles a également disparu. Au voisinage des cavités ou puits de la craie, la roche est devenue tendre, friable et poreuse; un commencement d'attaque a parfois donné lieu à une craie un peu colorée, à moitié décomposée et où l'on distingue un mélange de sable fin, d'argile et d'oxyde de fer. Les parois et le fond des puits sont visiblement corrodés et apparaissent souvent comme désagrégés et décomposés.

L'enlèvement des éléments calcaires à l'intérieur des puits donne lieu, tout comme dans les poches de nos dépôts éocènes, à une forte diminution de volume, amenant des tassements et un effondrement graduel des dépôts recouvrants, lesquels descendent peu à peu dans l'intérieur des puits. C'est ainsi que des fragments de roches tertiaires ou quaternaires s'observent parfois vers la partie supérieure des puits de la craie, où leur poids les a fait descendre.

Si ces débris sont calcaires, ils s'altèrent et disparaissent très-rapidement; les grès et d'autres roches plus résistantes peuvent se maintenir intacts plus longtemps, surtout vers le haut des puits, où les eaux d'infiltration, ne pouvant se rassembler, agissent avec moins d'intensité que vers le bas.

Les galets et le gravier quaternaire qui forment, dans certaines circonstances, un manteau superficiel recouvrant la craie, sont disposés souvent en lits légèrement déprimés — par suite de tassements — au-dessus des puits dans lesquels ils ont d'ailleurs aussi pénétré : plus bas, on voit les galets prendre une position oblique et s'incliner de plus en plus vers l'axe du puits; ils occupent ensuite la position verticale au sein de celui-ci et, présentant leur grand axe ainsi que leur centre de gravité vers le bas, ils montrent clairement qu'ils ont été entraînés par leur poids, ainsi que par les tassements et l'approfondissement successif du puits.

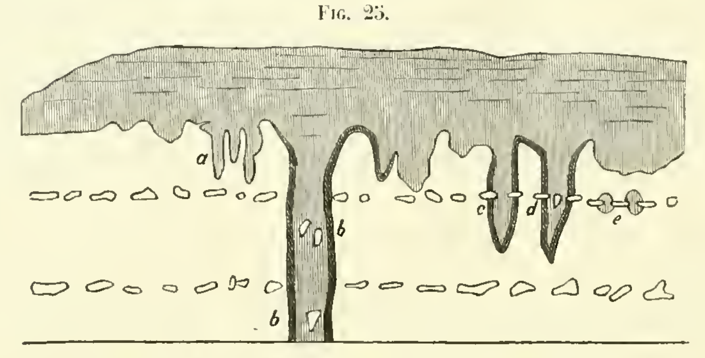
Les bancs de silex que rencontrent dans la craie les poches ou les puits de faibles dimensions, n'ont guère subi de modification et se continuent souvent, sans aucun déplacement, au sein de ces puits. Les silex qui se trouvent en saillie sur la face intérieure des puits n'ont été ni déplacés ni modifiés, toute l'énergie dissolvante des eaux d'infiltration ayant agi sur le carbonate de chaux, plus facile à attaquer que le silex.

Dans les puits d'une certaine étendue, au contraire, les bancs de silex se trouvent représentés par des rognons isolés, non sensiblement altérés, mais souvent descendus à un niveau un peu inférieur à celui des bancs *in situ*. Ces silex n'ont subi d'autre mouvement que celui imprimé lentement à tout le résidu du puits par l'affaissement graduel résultant de la disparition du calcaire.

La figure 25 représente, d'après Lyell, des « tuyaux de sable » (puits natu-

rels) dans la craie, à Eaton, près de Norwich. (Voir *Éléments de géologie*, 6e éd., Paris, t. Ier, p. 132.)

Fig. 25.



Puits naturels dans la craie, à Eaton (Norwich), d'après Lyell.

« Ces cavités, dit Lyell, étaient d'une forme très-symétrique : les plus larges avaient au delà de 3m,50 de diamètre et quelques-unes avaient été suivies par le forage jusqu'à 18 mètres de profondeur. Les plus petites variaient de quelques centimètres à un décimètre de diamètre et rarement elles descendaient à plus de 3m,65 au-dessous de la surface. Sur un point où trois d'entre elles se présentaient, comme en *a*, très-rapprochées les unes des autres, la roche interposée, composée de craie blanche, tendre, n'était aucunement brisée. Toutes les cavités se dirigeaient vers le bas et se terminaient en pointe; du sable et des cailloux roulés occupaient généralement les parties centrales des tuyaux, tandis que les côtés et le fond étaient tapissés d'argile.

» Les actions mécaniques, dit plus loin le même auteur, qui ont été invoquées pour expliquer la formation de ces cavités ne peuvent avoir creusé les tuyaux de sable *c* et *d*; car on voit plusieurs gros silex de la craie faisant saillie hors des parois de ces tuyaux et n'ayant pas subi l'effet de l'érosion, bien que le sable et les graviers aient pénétré à plusieurs décimètres au-dessous. Dans d'autres cas, tels qu'en *bb*, on rencontre, à différentes profondeurs au sein des matériaux meubles qui remplissent les tuyaux, de semblables nodules siliceux, conservant encore leur forme irrégulière et leur encroûtement blanchâtre. Ces nodules proviennent évidemment des lits réguliers de silex qui se trouvent au-dessus. Il faut aussi remarquer que le tracé du même

tuyau *bb* se continue quelquefois jusqu'à une certaine distance au-dessus du niveau de la craie au travers des sables et graviers qui la recouvrent; la destruction de toute marque de stratification ne laisse aucun doute sur la réalité de cette continuation. Quelquefois, comme dans le tuyau *d*, les lits sus-jacents de gravier se courbent en bas, vers l'embouchure du tuyau et prennent une direction presque verticale, ainsi qu'il arriverait si des couches horizontales eussent fléchi graduellement par défaut de support. On peut expliquer tous ces phénomènes en attribuant l'élargissement et l'approfondissement des tuyaux de sable à l'action chimique de l'eau chargée d'acide carbonique extrait du sol végétal ou des racines d'arbres en décomposition... »

Cet extrait, malgré sa longueur, devait prendre place ici à cause de l'intérêt que présente la coupe figurée par Lyell ainsi que la réunion des divers cas présentés par les puits qui s'y rencontrent.

Tous les caractères des puits naturels, soit ceux signalés plus haut, soit ceux indiqués dans la coupe de la figure 25, se retrouvent, à un degré plus ou moins accentué, mais toujours très-reconnaissables, dans les poches d'altération par infiltration que nous avons observées, à Bruxelles, dans les sables éocènes à bancs de grès siliceux.

Quant au résidu quartzeux formant l'intérieur des puits de la craie, ou d'autres roches calcaires, il provient, dans la plupart des cas, de la décomposition de la roche elle-même, comme l'ont d'ailleurs montré diverses expériences de laboratoire.

Ce résidu peut également provenir de l'effondrement de couches sableuses recouvrantes. Souvent, les deux causes agissent simultanément.

Le phénomène de la production de l'argile rouge ou brune qui garnit les parois des puits naturels a été singulièrement interprété par la plupart des géologues qui s'en sont occupés. On a fait appel, pour l'expliquer, à des éjaculations geyseriennes, à des phénomènes éruptifs ou d'origine interne, alors que la dissolution du calcaire ou de la craie, mettant en liberté l'argile que ces roches contenaient, produisant l'oxydation de leurs sels ferreux ou de leurs éléments glauconieux, est la cause toute naturelle de la formation du résidu d'argile rouge qui, partout et toujours, dans les roches calcaires, accompagne les phénomènes d'altération par infiltration.

Cette argile, parfois très-pure et très-compacte, tapisse les moindres sinuosités des parois des puits et en recouvre surtout le fond. Ce résidu fin qui, par suite de l'attaque du dépôt calcaire, s'est d'abord trouvé en suspension dans les eaux d'infiltration, a passé aisément au travers des dépôts meubles remplissant l'axe des puits, et s'est ensuite arrêté sur les bords et surtout au fond des puits, dont les parois difficilement perméables laissaient peu à peu infiltrer l'eau, mais arrêtaient l'argile ferrugineuse qu'elle tenait en suspension. L'argile rouge se forme constamment le long des parois, par suite de l'attaque continuelle du calcaire; ce dépôt s'épaissit donc peu à peu et s'avance lentement au sein de la roche, au fur et à mesure de la dissolution du calcaire et de l'agrandissement des puits.

Les poches d'altération des sables calcarifères des environs de Bruxelles nous ont montré, dans certains cas, des phénomènes absolument identiques, dont l'origine ne saurait être contestée.

Nous avons dit plus haut que le résidu sableux remplissant certains puits naturels de la craie peut provenir en partie des terrains de transport recouvrants qui s'y sont graduellement effondrés.

De même, les eaux d'infiltration, avant d'attaquer la craie, peuvent avoir traversé et oxydé un dépôt quaternaire ou autre, et s'être chargées, au sein de celui-ci, de particules limoneuses ou d'un résidu argilo-ferrugineux provenant de l'attaque de ce terrain superficiel, résidu qui se joint ainsi à celui résultant de la dissolution du dépôt calcaire.

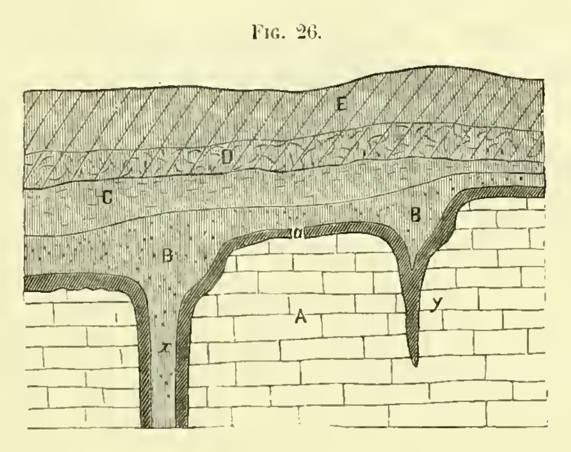
Le croquis suivant (fig. 26) représente les données principales d'une coupe publiée par M. Van Horen [1] et dans laquelle on voit deux puits naturels *x* et *y* creusés dans la craie sénonienne du Brabant, dans un talus entre Jandrin et Wansin.

Le massif crétacé A est recouvert d'un dépôt d'âge indéterminé, passant vers le bas à un sable brun rougeâtre B; tous les deux sont oxydés et décalcifiés; le dernier seul pénètre dans les puits, comme en *x*. Ils sont séparés de la craie par un mince lit d'argile brune ferrugineuse *a*, qui suit toutes les irrégularités de la surface de la craie et borde les puits dans toute leur

[1] F. Van Horen, *Sur l'existence de puits naturels dans la craie sénonienne du Brabant* (Bull. Acad. royale des sciences de Belgique, 2e sér., t. XXX, n° 7, 1870, p. 57).

étendue, les remplissant même entièrement lorsqu'ils sont de petite dimension, comme en *y*. D'après M. Van Horen, et suivant l'opinion exprimée par M. le professeur Dewalque, dans son rapport sur le travail de ce dernier,

Fig. 26.



A Craie blanche traversée par les puits *x*, *y*.
B Sable rougeâtre oxydé se reliant au tufeau remanié C.
D, E Diluvium et limon quaternaire, altérés.

l'argile brune *a*, imprégnée de limonite, ne saurait être considérée comme le résidu laissé en place par la dissolution des couches superficielles C, D, E. M. Dewalque, dans son rapport, dit que « la formation de l'argile brune résulte de l'infiltration des eaux superficielles, qui arrivent à la craie, chargées de particules limoneuses en suspension, lesquelles s'arrêtent à la surface de la craie, roche infiniment moins perméable que les sables qui la recouvrent et y forment lentement la couche argileuse dont il s'agit, tandis que la craie est dissoute par l'acide carbonique. »

Tout en admettant, en partie, ce mode de production du résidu argileux *a*, nous croyons cependant le phénomène plus complexe. Suivant nous, la couche en question résulte, non-seulement de l'arrêt, causé par le filtrage mécanique des matières en suspension dans les eaux d'infiltration, mais encore et surtout de l'attaque de la roche crayeuse, dont les sels ferreux, oxydés et mis en liberté, en même temps qu'une certaine proportion d'argile, donnent naissance à ce résidu rougeâtre ferrugineux.

La couleur et les caractères lithologiques de la couche d'argile brune *a*,

la proportion d'éléments ferrugineux qu'elle renferme et *son égal développement sur les surfaces horizontales et verticales,* sa puissance uniforme sur toutes les parois des puits qu'elle borde, sont autant de caractères montrant clairement la nature chimique de ses relations avec les surfaces qu'elle recouvre. Ces caractères seraient tout autres si l'argile brune *a* était produite par un phénomène mécanique de descente verticale.

Mais on pourrait toutefois admettre que les matières entraînées par les eaux d'infiltration se soient confondues avec le résidu de dissolution sur place et que la réunion de ces dépôts semblables, mais d'origines différentes, ait donné lieu au développement assez considérable de la couche argileuse qui recouvre la surface de la craie et tapisse les parois et le fond des puits.

En thèse générale, les zones d'altération qui, sous forme de filons verticaux ou obliques, traversent de haut en bas les roches calcaires mises à nu dans les talus, représentent, comme dans la figure 26, des coupes faites au travers de véritables puits, c'est-à-dire de poches allongées, plus ou moins cylindriques, s'enfonçant irrégulièrement et à des profondeurs variables au sein de la roche. Mais il n'en est pas toujours nécessairement ainsi.

Il peut arriver que la surface visible altérée représente la section transversale d'une zone étendue de sédiments altérés, se prolongeant le long d'une fente ou d'une fracture ayant donné naissance à la zone d'altération et qui aurait été rencontrée par le talus ou la coupe de terrain exhibant cette section.

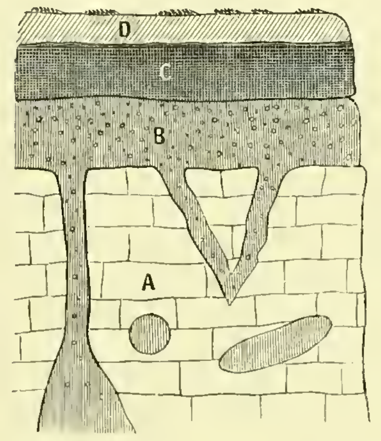
Si les fentes ayant servi de centre d'attraction aux eaux d'infiltration et par conséquent aux phénomènes d'altération, s'enfoncent obliquement dans le dépôt calcareux, les zones d'altération paraîtront évidemment obliques dans la section du terrain. Elles s'y présenteront sous la forme apparente d'un « puits » oblique, sinueux et quelquefois bifide, brisé ou contourné suivant la direction et la disposition des fentes préexistantes ou bien suivant les diverses conditions de perméabilité des différentes parties d'un même dépôt.

La figure 27 représente, d'après Stanislas Meunier, des puits naturels remplis d'argile rouge traversant le calcaire grossier à Ivry et montrant l'irrégularité d'allures de ces poches.

On a observé en Angleterre, dans un dépôt crétacé *redressé,* une série de « puits » obliques situés les uns près des autres, tous parallèles entre eux,

et qui n'étaient autre chose que les sections transversales de zones d'altération et de dissolution provenant de l'infiltration des eaux dans les joints de stratification du dépôt.

FIG. 27.



A Calcaire grossier traversé par des puits naturels.
B Argile rouge.
C et D Limon quaternaire et terre végétale.

De véritables puits cylindriques peuvent également prendre des formes irrégulières et sinueuses par suite de la variabilité des résistances que rencontre l'infiltration des eaux.

Une coupe verticale du terrain peut alors montrer des surfaces limitées d'altération formant des sections rondes ou ovales paraissant isolées au milieu des dépôts intacts. (Voir la figure 27 ci-dessus.)

Les formes bizarrement contournées de certaines poches d'altération des sables éocènes des environs de Bruxelles, surtout dans les couches inférieures, permettent de se rendre compte, par analogie et avec une extrême précision, de tous les cas de ce genre rencontrés dans les puits naturels de la craie.

Le meilleur moyen de s'assurer si un « puits naturel » est réellement une cavité cylindrique limitée, ou s'il représente la section transversale ou oblique d'un filon ou d'une zone étroite d'altération, se prolongeant au loin dans la masse du dépôt, consiste à vider de son résidu une certaine hauteur du « puits ». Si, après avoir enlevé le résidu, on rencontre une paroi circulaire

ininterrompue formée par la roche intacte, on a évidemment alors affaire à une véritable poche produite par accroissement latéral et par approfondissements successifs.

La plupart des puits naturels observés dans les terrains crétacé, tertiaire, ou jurassique partent de la base du terrain quaternaire recouvrant. C'est assez dire que les phénomènes d'altération qui ont donné naissance à ces puits sont alors dus à l'infiltration d'eaux météoriques post-tertiaires.

Dans la craie, on a souvent reconnu que ces puits prennent naissance au fond de dépressions ou d'entonnoirs creusés dans la roche calcaire et remplis par les galets et les cailloux roulés du diluvium quaternaire.

Il importe peu que ces entonnoirs proviennent eux-mêmes d'érosions mécaniques à la surface de la craie, antérieures au dépôt quaternaire, ou bien qu'ils soient le résultat d'une ablation produite par les phénomènes chimiques de dissolution. Suivant toute apparence, les deux causes ont agi simultanément, mais ce qui est bien certain, c'est que ces entonnoirs, de même que toutes les dépressions de la surface de la craie, ont servi et servent encore actuellement de centres d'attraction et de réceptacles aux eaux météoriques.

Des dépressions, insignifiantes d'abord, ont pu, par suite des phénomènes de dissolution, s'agrandir et s'étendre. Les eaux atmosphériques s'accumulant sans cesse et depuis des siècles dans les cavités préexistantes ou en voie de formation et se rassemblant constamment vers le centre de celles-ci, ont fini, en dissolvant peu à peu le calcaire sous-jacent, par se frayer des chemins représentés par ces puits ou orgues géologiques. Il est à noter que plusieurs de ces puits, très-profonds et très-anciens, servent d'écoulement aux eaux du sol, qui peuvent ainsi atteindre, dans le sein de la terre, des couches plus perméables, où elles se répandent en nappes souterraines.

On a remarqué que les puits naturels sont plus rares dans les couches sableuses que dans les dépôts calcaires compactes. C'est une conséquence toute naturelle de la facilité d'imprégnation des dépôts meubles, dont la masse se laisse traverser d'une manière plus uniforme et plus aisée par les eaux d'infiltration, qui ne doivent pas s'y creuser lentement et graduellement des conduits spéciaux d'écoulement.

De même, les *puits naturels* de la craie, qui représentent des phénomènes *localisés* d'infiltration et d'altération des roches crayeuses, s'observent surtout dans les régions où la surface de celles-ci se trouve généralement protégée ou recouverte par des dépôts imperméables, tandis que l'*argile à silex,* qui représente un phénomène *général* d'altération, est surtout développée dans les contrées où toute la surface de la craie a été ou est encore directement soumise à l'influence des agents météoriques.

Avant de terminer les considérations relatives aux puits naturels, nous ferons remarquer que des phénomènes analogues à ceux produits par l'infiltration des eaux superficielles depuis le dernier retrait des eaux de la mer, ont également dû avoir lieu à des périodes continentales antérieures. C'est pourquoi l'on peut parfaitement rencontrer dans le sein de l'écorce terrestre des puits naturels anciens, ne recevant plus les eaux d'infiltration auxquelles ils ont servi de conduits d'écoulement pendant d'anciennes phases d'émersion. Ces puits aboutissent alors vers le haut à d'anciens dépôts terrestres, à moins que des dénudations postérieures à leur formation n'aient fait disparaître ces dépôts continentaux.

Ce sont là des cas analogues, dans leurs relations avec le terrain environnant, à celui des argiles à silex anciennes que l'on trouve, surmontant la craie, sous des dépôts tertiaires imperméables ou non traversés par les infiltrations actuelles.

Lorsque, par suite d'infiltrations intenses et prolongées, la dissolution du carbonate de chaux s'est opérée sur une grande échelle, dans un dépôt de craie traversé par des bancs réguliers et nombreux de silex, on observe parfois au-dessus de la craie des zones épaisses ou des poches localisées, d'où le calcaire a entièrement disparu et où les rognons de silex, pressés les uns contre les autres, forment des accumulations parfois considérables, qu'au premier abord on serait tenté d'attribuer à un puissant phénomène de dénudation et de ravinement. Des observateurs non prévenus y ont été trompés, bien qu'il suffise d'un examen attentif pour s'assurer aisément que l'on se trouve en présence d'une simple apparence de remaniement, due à la dissolution de la gangue crayeuse des rognons de silex et au tassement de ceux-ci en amas, dont les éléments sont parfaitement intacts et non roulés.

Avec un peu d'attention, on peut même retrouver dans la série verticale des silex ainsi accumulés les caractères différentiels qui distinguent généralement les zones superposées de bancs de silex en place dans les dépôts crayeux intacts.

Sous l'influence des agents météoriques et surtout de l'infiltration des eaux pluviales, certaines roches calcaires argileuses se transforment peu à peu en dépôts meubles, favorables à la culture. Parmi les modifications qu'ont alors subies ces dépôts, on remarque invariablement, dans les analyses qui ont été faites, la dissolution ou tout au moins la diminution considérable du carbonate de chaux et l'oxydation des éléments ferreux changés en hydrate ferrique, imprégnant et colorant le résidu décomposé de la roche.

La marne, soumise aux phénomènes d'infiltration, s'altère d'une manière très-sensible, surtout lorsqu'une certaine quantité de particules finement sableuses la rend assez facilement perméable.

Nous avons eu l'occasion, à diverses reprises, de constater d'intéressants phénomènes d'altération dans les marnes pliocènes du midi de la France et de l'Italie.

Les marnes bleues, qui représentent dans ces contrées un horizon pliocène très-étendu et bien défini, sont ordinairement recouvertes d'une zone jaunâtre, sableuse, paraissant, le plus souvent, constituer un dépôt distinct des marnes bleues sous-jacentes. En certains points, cette zone paraît même avoir été confondue, surtout lorsque les fossiles y font défaut, avec les dépôts d'un horizon pliocène supérieur : les sables jaunes astiens.

Nous avons aisément pu reconnaître que le sable argileux jaunâtre surmontant les marnes bleues ne représente le plus souvent autre chose que la zone superficielle altérée de celles-ci, dont le carbonate de chaux est dissous en tout ou en partie et dont les sels ferreux, oxydés, imprègnent le dépôt de leur coloration jaunâtre. Les coquilles de la zone altérée sont friables, décomposées ou bien tombent en bouillie; parfois elles sont entièrement dissoutes et il n'en reste alors, dans les sables un peu concrétionnés, qu'un moulage absolument vide. Lorsque l'altération est moins intense, les fossiles peuvent rester en assez bon état au milieu des sables marneux oxydés et jaunis.

Il est à remarquer que la zone superficielle altérée de ces marnes pliocènes se présente à peu près partout avec la même épaisseur : la partie restée intacte et bleuâtre du dépôt marneux varie seule d'épaisseur. Dans les localités où les couches pliocènes sont extrêmement amincies par le fait de dénudations ultérieures, la zone jaunâtre n'en persiste pas moins et forme invariablement le sommet du dépôt marneux; parfois même la zone bleuâtre disparaît et se trouve entièrement remplacée par les sables marneux jaunâtres et oxydés. Cette circonstance qui, de même que l'identité des éléments fauniques dans les deux dépôts, s'oppose entièrement à l'hypothèse de deux couches distinctes, est la conséquence du processus des phénomènes d'infiltration ayant affecté partout une épaisseur constante de ces dépôts homogènes et suffisamment compactes.

A ce sujet, on ne peut s'empêcher d'espérer qu'un jour peut-être, lorsque des expériences auront été faites pour calculer le temps nécessaire pour effectuer l'altération d'une épaisseur donnée de ces marnes pliocènes, il sera possible d'obtenir, à l'aide de cette base naturelle, l'évaluation approximative du temps qui s'est écoulé depuis l'émergence des dépôts pliocènes jusqu'à nos jours. Peut-être aussi que des séries de résultats de ce genre, judicieusement choisis, permettront un jour aux géologues de déterminer avec plus de précision qu'aujourd'hui la durée probable de la période quaternaire? Il y a là, en tout cas, un curieux champ d'étude à explorer, mais que nous nous bornerons simplement à indiquer.

ANNEXE.

LES INFILTRATIONS DANS LES DÉPÔTS QUATERNAIRES.

Nous avons dit, en terminant le chapitre relatif aux roches argileuses, que nous comptions reporter, après l'étude des phénomènes d'altération dans les terrains calcaires, tout ce que nous avions à dire des dépôts quaternaires.

Ces dépôts, par le fait même de leur superposition au-dessus de tous les autres, constituent la nappe superficielle par excellence et doivent être le siége de phénomènes d'infiltration plus intenses et plus généraux que dans les autres terrains de l'écorce terrestre. On peut donc à priori admettre qu'ils ont subi des altérations considérables, et cela sous tous les facies lithologiques qu'ils présentent et dans les diverses contrées dont ils recouvrent le sol.

C'est la variabilité très-grande de leurs éléments constitutifs qui nous a empêché de rattacher l'étude des terrains quaternaires au chapitre des roches argileuses ou calcaires. Ces terrains forment un groupe naturel et important, au point de vue de l'étude des phénomènes d'altération par infiltration, et bien que nous n'ayons fait porter nos recherches que sur deux de leurs types : le limon hesbayen de Belgique et le diluvium du bassin de Paris, l'exposé des résultats acquis sera, croyons-nous, suffisant pour montrer l'importance du champ d'investigation qui s'ouvre ici devant l'observateur. Ainsi se trouvera en même temps justifiée l'adjonction de cette annexe aux chapitres précédents, conçus sur un plan un peu différent.

Nous nous occupons d'abord du LIMON HESBAYEN.

On sait que ce dépôt, qui recouvre le sol ondulé d'une grande partie de la moyenne Belgique, à gauche de la vallée de la Meuse, s'étend également

dans une vaste région comprenant une partie des Pays-Bas et de la Prusse rhénane. Cette couche superficielle, connue aussi sous le nom de *loess*, *lehm* ou limon quaternaire, se retrouve encore sur les plaines et les coteaux d'une grande partie de la région nord et nord-est de la France, comprenant la Beauce, la Brie, la Normandie, la Picardie, l'Artois et les Flandres. Ce limon quaternaire, qui se retrouve encore en d'autres contrées, est remarquable par la constance de ses caractères et l'homogénéité de sa composition. Partout il recouvre comme d'un manteau toutes les ondulations du sol et, surmontant tous les autres dépôts de ces diverses régions, il n'est jamais recouvert par aucun autre.

Étant données, d'une part, la situation de ce dépôt ainsi que sa composition, et, d'autre part, l'influence spéciale des eaux d'infiltration, on doit s'attendre à rencontrer dans le limon les traces des phénomènes d'altération si généralement constatés dans les couches superficielles de l'écorce terrestre.

Or, si nous examinons la composition du limon quaternaire dans les diverses contrées qu'il recouvre, nous voyons que partout on y a constaté deux masses, considérées par la plupart des géologues comme étant d'origine et d'âge différents.

L'étage inférieur, reposant, soit sur le diluvium quaternaire à gros éléments, soit sur des terrains plus anciens, est constitué par un limon fin et cohérent, légèrement stratifié, surtout vers la base du dépôt, plus sableuse que le sommet, où prédomine l'argile. Outre une forte quantité de calcaire pulvérulent, le limon contient ordinairement des concrétions calcaires dispersées dans sa masse ou irrégulièrement alignées. Sa coloration est d'un brun jaunâtre assez clair.

En fait de restes organiques ou fossiles, le limon renferme surtout des coquilles terrestres et fluviatiles des genres : *Helix*, *Succinea*, *Pupa*, etc.; on y trouve aussi des ossements, mais plus rarement que dans le diluvium sous-jacent, à gros éléments. De plus, ils y sont épars et à l'état remanié.

Au-dessus du limon calcareux, on a reconnu, dans toutes les contrées où le loess se rencontre, l'existence d'une mince zone recouvrante, à éléments fins et argileux, et entièrement dépourvue de matières calcaires et de fossiles.

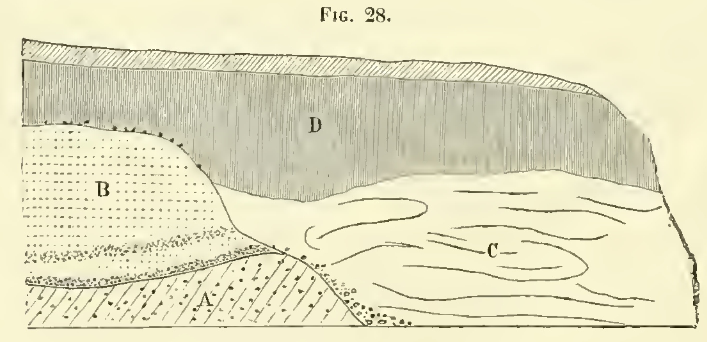
Cette zone superficielle est variable dans sa nuance, mais elle est généralement d'un brun foncé rougeâtre, coloration qui contraste parfois vivement avec la teinte plus claire et jaunâtre du limon calcarifère sous-jacent.

Tandis que le loess ou limon calcaire présente un développement souvent très-considérable et atteint, comme en Allemagne, par exemple, plusieurs centaines de pieds d'épaisseur, la zone argileuse supérieure offre partout une épaisseur singulièrement constante, atteignant généralement 2 mètres, et ne dépassant jamais 3 mètres au maximum. Partout aussi, on a remarqué que le limon supérieur argileux est en relation telle avec les ondulations du sol, que sa surface de contact avec le limon calcareux est généralement parallèle à la surface du sol. Lorsque le dépôt quaternaire a moins de $1^{m},50$ à 2 mètres d'épaisseur, la zone calcareuse fait presque toujours défaut et la zone argileuse brunâtre — autrement dit la terre à brique — est seule présente.

La figure 28, qui représente une coupe relevée par M. A. Rutot dans les travaux de Wyngaerdberg, à Saint-Josse-ten-Noode, près Bruxelles, montre clairement les différences d'allures des deux zones du limon quaternaire, ainsi que la constance d'épaisseur de la zone supérieure. Cette coupe a été prise entre la rue du Cardinal et l'avenue de la Renaissance, longeant l'ancienne Plaine des manœuvres.

La figure 6 de la planche rend également compte du parallélisme existant entre la zone de limon brun ou supérieur et la surface du sol.

Fig. 28.



A Sables laekeniens.
B Sables wemmeliens.
C Limon calcarifère jaunâtre ($2^{m},50$ d'épaisseur).
D Limon décalcifié, brun et argileux (2 m. d'épaisseur).

De l'ensemble des faits qui viennent d'être exposés, il résulte clairement que les relations des deux zones du limon sont celles des parties normales et des parties altérées d'un même dépôt, et, après ce que nous avons déjà dit du métamorphisme par infiltration, on saurait difficilement douter encore que la mince zone décalcifiée qui recouvre le limon calcaire soit autre chose que le résidu altéré sur place de la partie supérieure du limon calcaire.

Cela est d'ailleurs si évident pour l'observateur attentif que déjà, avant nous, des géologues, n'ayant pas reconnu l'importance du phénomène d'altération des dépôts superficiels par les eaux météoriques, mais ayant soigneusement étudié les dépôts quaternaires, ont reconnu le fait que nous venons d'énoncer. Ils ont parfaitement compris que la production du limon supérieur rougeâtre et décalcifié ne pouvait être due qu'à l'action dissolvante et oxydante des eaux d'infiltration chargées d'acide carbonique sur le limon calcareux, qui primitivement formait toute la masse du dépôt quaternaire.

Cette opinion n'a malheureusement pas prévalu, ce qui nous engage à signaler rapidement quelques faits montrant la parfaite exactitude de la thèse, qu'après MM. Koechlin-Schlumberger [1], Van Horen [2] et d'autres encore, nous défendons aujourd'hui. Ces exemples serviront surtout à expliquer certaines contradictions apparentes que l'on a cru pouvoir opposer à l'identité d'origine des deux zones du limon quaternaire.

Sans insister davantage sur la constance signalée tantôt dans l'épaisseur et dans l'allure de la zone supérieure argileuse, sur l'absence presque absolue d'éléments calcaires ainsi que de fossiles dans ce dépôt, sur sa coloration brunâtre ou rougeâtre, indice ordinaire de l'hydratation des sels ferreux, nous rappellerons cependant que ce sont bien là tous les caractères d'un dépôt altéré. Quant à la présence constante dans le limon argileux de l'agent habituel d'altération, l'eau d'infiltration, elle ne peut être contestée. Qui n'a remarqué, en effet, au-dessus du loess (lehm ou ergeron) jaunâtre, toujours sec et friable sous la pression du doigt, la zone humide que forme au-dessus de lui la

[1] *Bull. Soc. géol. de France*, 2e sér., t. XVI.

[2] F. Van Horen, *Note sur quelques points relatifs à la géologie de Tirlemont* (Bull. Acad. royale des sciences de Belgique, 2e sér., t. XXV, p. 645).

couche argileuse ! Pour se convaincre de la présence de l'eau à ce niveau, il suffit d'ailleurs de faire une expérience bien simple.

On prendra, dans une coupe de terrain exhibant les deux « zones » du limon quaternaire, des échantillons de chacune d'elles et on les pèsera avec soin. On les laissera sécher et, au bout d'un laps de temps suffisant, on pèsera de nouveau. Se représentant ensuite muni des échantillons devant la même coupe, on les comparera avec les sédiments restés en place.

Le limon calcareux n'aura pas changé de poids ni de couleur, tandis que le limon supérieur argileux montrera clairement, par le poids perdu et par sa différence d'aspect avec le dépôt correspondant resté en place, la forte proportion d'eau qui s'y trouvait infiltrée.

Or, après tout ce que nous avons dit de l'énergie des eaux d'infiltration, il suffit de constater leur présence dans un dépôt superficiel oxydé et privé de calcaire, pour ne plus pouvoir conserver de doute sur son origine chimique.

On notera qu'en été et pendant les longues sécheresses il sera toujours moins aisé de s'apercevoir de la présence de l'eau d'infiltration dans le limon supérieur : mais alors on remarquera, par contre, que le contact du limon argileux avec le limon calcareux devient moins net ; une zone de transition insensible paraît alors les relier l'un à l'autre : fait absolument impossible à concilier avec la thèse de deux dépôts distincts superposés l'un à l'autre.

En hiver, au contraire, et pendant la saison des pluies, la ligne de séparation s'accentue et tend à s'abaisser dans les coupes ou talus montrant les deux zones du limon.

C'est encore, comme l'a fait remarquer M. Van Horen, à l'humidité contenue dans le limon argileux qu'est due la production, par la gelée, de ces arborisations de glace qui, en hiver, couvrent la surface des coupes pratiquées dans le limon argileux et qui manquent complètement dans le limon calcareux. Le même observateur ajoute que c'est aussi l'humidité du limon argileux qui attire les lombricides, qui y pénètrent si généralement, tandis qu'ils ne s'enfoncent jamais dans le limon calcareux, quelle que soit sa distance du sol.

Un ou deux cas ont été portés à notre connaissance dans lesquels le limon

inférieur était au moins en partie manifestement imprégné d'humidité. Mais ce limon reposait alors sur une couche tertiaire perméable peu épaisse, surmontant elle-même un lit argileux imperméable. C'était la nappe souterraine imbibant le dépôt tertiaire perméable qui venait humecter par-dessous le limon inférieur.

Comme les eaux souterraines sont en grande partie privées de leurs gaz oxydants et dissolvants, par le fait même de leur infiltration et de leur séjour prolongé dans le sol, elles ne peuvent faire subir aux dépôts calcaires qu'elles rencontrent les mêmes altérations que les eaux superficielles d'infiltration chargées de gaz, sans cesse renouvelées et entraînées au travers des dépôts de la surface.

Les eaux souterraines peuvent cependant donner lieu à des phénomènes de décalcification assez sensibles, comme le montre l'observation suivante, faite par M. J. Ortlieb dans le département du Nord : « J'ai constaté récem-
» ment, dit cet excellent observateur [1], dans le limon de Croix, épais de
» $2^m,50$, l'absence aussi complète du calcaire dans le bas que dans le haut
» de l'assise, tandis que la partie moyenne était formée d'une masse calca-
» reuse, différente de l'ergeron normal [2], chargée de petits nodules de
» calcaire concrétionné. En ce point, le limon repose sur l'argile tertiaire
» compacte. On est donc fondé à penser que l'eau souterraine du niveau
» d'eau déterminé par la couche imperméable possède parfois la même action
» chimique que l'eau pluviale [3]. »

M. Koechlin-Schlumberger [4], voulant expliquer l'origine des rognons calcaires si constants dans le limon calcaire ou loess, a tenté d'établir que, par suite de l'action des eaux d'infiltration, le calcaire de la zone supérieure du limon a été dissous et entraîné dans les strates inférieures, où il aurait formé, par concrétionnement, les rognons et les cylindres de calcaire.

[1] *Ann. Soc. géol. du Nord*, t. VI, 1878-79, p. 310.

[2] « Différente... par un commencement d'oxydation des sels ferreux, » nous écrit M. Ortlieb, dans une lettre développant l'idée contenue dans ce membre de phrase, un peu obscur, et qui pouvait être interprété différemment.

[3] J. Ortlieb, *Réponse à la Note de MM. Rutot et Van den Broeck : Quelques mots sur le quaternaire* (Ann. Soc. géol. du Nord, t. VI, 1878-79, p. 310).

[4] *Loc. cit.*

M. Van Horen réfute cette opinion en faisant remarquer que la séparation assez nette existant entre les deux zones du limon indique que les infiltrations n'ont pu traverser la masse du dépôt quaternaire pour former jusqu'à sa base les rognons qu'il contient. Cet observateur signale en outre l'impossibilité d'admettre que l'enlèvement du calcaire dans 2 ou 3 mètres de limon pût suffire à produire le volume considérable de matières calcaires représenté par les rognons du limon inférieur, souvent très-épais.

Tout en reconnaissant la valeur de ces arguments, on pourrait cependant admettre une certaine relation entre les deux phénomènes, en ce sens que, chargées de sels calcaires, les eaux descendues de la zone supérieure auraient pu, dépourvues alors de leurs propriétés oxydantes et dissolvantes, s'infiltrer dans la masse calcarifère sous-jacente sans y opérer aucune action de décomposition. Elles auraient pu, aussi, vers la base du dépôt calcarifère, provoquer ou bien simplement accentuer, par le fait d'une saturation de l'élément calcaire, un phénomène d'attraction et de déplacement moléculaire comparable, sinon identique, à celui qui a produit les grès des terrains sableux, les rognons de silex de la craie, les phtanites du terrain houiller. Le phénomène de concrétionnement du limon calcaire a sans doute commencé à s'effectuer antérieurement à l'établissement du régime des altérations par infiltration, lesquelles se seront bornées à n'avoir eu sur ce phénomène qu'une simple influence accélératrice.

Les observateurs qui voient dans l'ergeron et dans le limon supérieur deux dépôts distincts, signalent, outre les différences d'aspect et de composition de ces couches, une ligne de démarcation stratigraphique qui, disent-ils, bien que difficile à retrouver partout, apparaît parfois très-nettement indiquée par des lits de galets et de cailloux ou par des surfaces indiscutables de dénudation et d'affouillement.

Ces observateurs, avant de déterminer et de définir la nature des relations et l'aspect du contact entre l'ergeron et le limon supérieur, devraient d'abord se demander si les coupes où ils ont noté des lits séparatifs de cailloux, etc., représentaient bien en réalité le « limon supérieur » *in situ*.

L'étude raisonnée des phénomènes quaternaires et modernes d'alluvionnement et un examen attentif des conditions locales leur prouveraient aisé-

ment, que la présence de lits de cailloux ou de surfaces réellement ravinées à la base du limon brun ou supérieur provient généralement, M. Rutot et nous l'avons constamment reconnu sur tous les points où nous avons étendu nos recherches, de l'une des trois causes suivantes :

1° Lorsque l'épaisseur du limon quaternaire ne dépasse pas 2 ou 3 mètres, la masse tout entière du dépôt est souvent infiltrée et changée en terre à briques.

Ce cas se présente très-fréquemment et les cailloux de la base du limon calcareux paraissent alors former la base de la « terre à briques », tandis qu'ils représentent en réalité les cailloux de la base du limon quaternaire.

(Voir comme illustration de ce cas l'extrémité gauche de la figure 27.)

2° La plupart des limons des vallées, bien qu'ayant conservé l'aspect et les propriétés du limon quaternaire des plateaux, ne sont pas *in situ*. Ils ont été déposés par les phénomènes d'alluvionnement des époques quaternaire et moderne, qui ont affouillé, remanié et déposé à nouveau les divers éléments préexistants des dépôts quaternaires ou plus anciens, aux dépens desquels ils sont formés.

La présence de lits de cailloux dans ces limons de lavage et dans ces alluvions d'âges divers n'a aucune signification dans la question des caractères stratigraphiques du limon quaternaire.

Des cailloux, suivis de limons argileux, peuvent avoir été entraînés par les eaux courantes et déposés au-dessus de l'ergeron normal ou au-dessus d'autres limons, dans le fond ou sur les flancs des vallées, sans que ce fait ait plus d'importance ou de signification que tous les autres phénomènes locaux d'alluvionnement et de sédimentation fluviale.

Nous renverrons, pour de plus amples détails, à la notice récemment publiée par M. Rutot et nous sur *Les phénomènes post-tertiaires en Belgique, dans leurs rapports avec les dépôts quaternaires et modernes* [1].

3° La grande facilité que possède le limon argileux à se laisser entraîner mécaniquement et à s'étendre en nappes remaniées, sous l'action des eaux pluviales ou d'agents physiques analogues, explique encore la fréquence du

[1] *Ann. Soc. géol. du Nord*, t. VII, 1879-80, p. 53. Voir aussi, par les mêmes : *Quelques mots sur le quaternaire*, idem, t. VI, 1878-79, p. 215.

déplacement de la terre à briques et la production d'apparences trompeuses de démarcations stratigraphiques au sein du limon quaternaire.

Par suite d'entraînements et d'épanchements causés par les pluies et par le ruissellement des eaux superficielles, le limon argileux remplit très-souvent les dépressions et les anfractuosités du sol, formé, soit par la surface de l'ergeron normal, soit par une couche de limon altéré, reposant sur celui-ci. Dans ce dernier cas, le remaniement produit peut introduire des galets épars ou bien disposés en lits dans le sein du dépôt limoneux ainsi formé, resté *in situ* dans le bas et remanié vers le haut.

Attacher quelque importance à des faits de ce genre serait vouloir tirer des conséquences géologiques de la superposition, souvent constatée, du limon argileux sur la tourbe récente, ou sur un sol renfermant des vestiges de civilisation, ou bien encore, comme cela a été signalé dans le Hainaut, sur des fondations d'habitations de l'époque romaine.

En résumé, nous pouvons affirmer que les lits de galets ou de cailloux qui ont été signalés à la base ou dans la masse du limon argileux ont la signification indiquée par l'une des trois causes qui viennent d'être mentionnées ou bien toute autre analogue [1], et nous en conclurons que l'argument tiré de la présence de cailloux dans le limon argileux est absolument impuissant à combattre la thèse de la formation chimique de la « terre à briques ».

Dans la grande majorité des cas, le limon brun argileux ou supérieur est séparé du limon jaune calcaire par une ligne de démarcation horizontale ou ondulée, paraissant au premier abord nettement tranchée. Mais il suffit d'examiner de près une coupe fraîche pour se convaincre que cette prétendue ligne de démarcation n'existe qu'en apparence; elle est due surtout à la différence de teinte donnée au dépôt supérieur par la présence de l'humidité qui l'imprègne, ainsi que par l'oxydation des sels ferreux qui ont en quelque sorte rouillé le dépôt, privé en même temps de ses éléments calcaires blanchâtres.

[1] Si, par exemple, il était constaté que l'ergeron lui-même ou limon calcaire, contînt en une région donnée des cailloux, il n'y aurait rien que de très-naturel à retrouver ceux-ci dans le sein du limon décalcifié ou changé en terre à briques; mais alors ces cailloux seraient épars ou disposés en lits à des niveaux quelconques. Ils ne formeraient nullement un *niveau séparatif* entre l'ergeron calcaire et le limon argileux.

Un examen attentif montre qu'il existe toujours entre l'ergeron et le limon supérieur *in situ* une transition insensible (voyez fig. 29 *a*).

L'épaisseur seule de cette zone mixte varie : elle dépend de la quantité d'humidité absorbée, de la proportion d'argile ou de sable existant dans le limon suivant la hauteur du point attaqué. Enfin, une même section de terrain peut montrer, suivant les saisons, des variations sensibles dans l'épaisseur de cette zone de passage ainsi que dans son accentuation.

On ne saurait nier que le fait incontestable de la transition insensible si fréquemment observée entre les deux zones du limon ne soit une preuve sérieuse de leur origine commune; mais une démonstration plus décisive encore est fournie par ce fait capital que cette transition apparaît invariablement là où le limon quaternaire n'a pas été remanié par les phénomènes d'alluvionnement postérieur ou de glissement, c'est-à-dire sur les plateaux.

Jamais en effet nos contradicteurs n'ont pu nous montrer des lits de cailloux, ou d'autres indices de séparation stratigraphique réelle, entre les deux zones du limon observées sur les plateaux que n'ont point recouverts et remaniés les cours d'eaux quaternaires ou modernes et dont la disposition topographique n'admet pas de phénomènes de glissement.

Le limon calcaire ou ergeron est friable et finement sableux, tandis que le limon supérieur contient une forte proportion de matières argileuses. On a opposé ce résidu argileux à la thèse de l'origine chimique du limon supérieur, en faisant observer qu'un phénomène d'altération par décalcification et oxydation d'un dépôt calcaréo-sableux ne saurait donner lieu à la production d'une aussi grande quantité d'argile.

Cette objection serait sérieuse si l'ergeron représentait un dépôt homogène dans toute sa masse. Mais il en est autrement, car l'on sait en effet que l'ergeron, fortement sableux vers sa base, devient de plus en plus fin et meuble en montant, et se charge de fines particules argileuses, qui augmentent à mesure que l'on se rapproche du sommet.

Or, la zone superficielle, celle généralement altérée, est précisément constituée par l'accumulation des particules les plus fines et les plus argileuses du limon quaternaire. L'argile qu'on y constate ne dérive donc pas seule-

ment du processus d'altération — qui n'a qu'une action restreinte à ce point de vue — mais surtout de la constitution normale du sommet du dépôt.

La preuve décisive de ce que nous avançons à cet égard résulte de ce fait, toujours facile à vérifier et déjà signalé par nous ailleurs [1], que « lorsque, par suite de l'ablation du sommet de l'ergeron, le phénomène d'altération atteint les zones moyenne ou inférieure du limon calcaire, ces parties du dépôt, transformées en terre à briques, tout en ayant l'aspect et la couleur du « limon supérieur » sont infiniment plus sableuses et contiennent une proportion moindre de matières argileuses. Cela est tellement vrai que les briquetiers ne sont pas alors obligés d'y ajouter du sable, comme ils le font ordinairement lorsque la terre à briques qu'ils exploitent est formée aux dépens du sommet plus argileux du dépôt. »

« Il est donc bien entendu, ajoutions-nous encore, que lorsque nous disons que la terre à briques représente le résidu altéré de l'ergeron, nous avons en vue la partie de celui-ci qui a été modifiée et non celle sous-jacente, d'autant plus différente dans ses proportions d'argile et de sable qu'on s'éloigne davantage du sommet du dépôt. »

Continuons à rencontrer les objections qu'à soulevées la thèse de l'origine chimique du limon supérieur; nous verrons qu'aucune d'elles ne se maintiendra devant l'exposé rationnel des conséquences du phénomène.

Les observateurs qui se sont occupés des relations du limon supérieur avec le limon calcareux ont diversement décrit les apparences de la prétendue ligne de contact des deux dépôts.

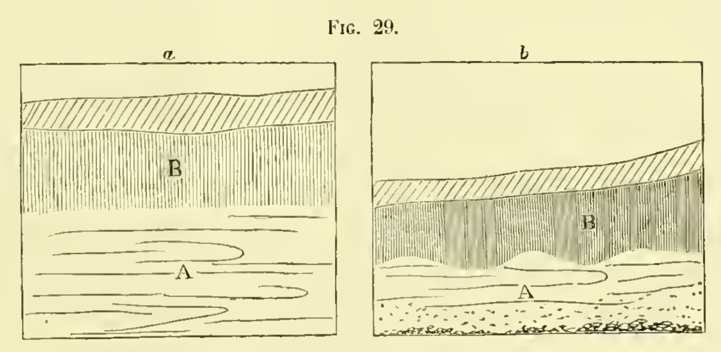
Alors que les uns, qui parfois aussi y observaient des lits de cailloux, mentionnaient cette ligne de contact comme indiquant une surface tourmentée et érodée par de véritables ravinements (voir fig. 29 *b*), d'autres y voyaient une ligne de démarcation à peine sinueuse et d'autres encore trouvaient cette ligne parfaitement horizontale ou bien parallèle aux ondulations et aux mouvements du sol (voir fig. 29 *a*).

Faisant abstraction des cas, très-fréquents, mais localisés dans les vallées et dans les plaines basses, de glissement et de remaniement alluvial, ayant

[1] Rutot et Van den Broeck, *Les phénomènes post-tertiaires en Belgique,* etc. (Ann. Soc. géol. du Nord, t. VII, 1879-80).

souvent donné naissance aux premières de ces apparences, il reste établi que des allures réellement différentes existent dans la ligne de séparation des deux zones du limon quaternaire.

Fig. 29.



A Limon jaunâtre calcarifère. B Limon argileux brun.
Dans la coupe *a* la séparation des deux zones se trouve vers le haut du limon quaternaire; dans la coupe *b* cette séparation se rapproche du bas de la couche, seul représenté dans cette coupe.

D'où cela provient-il? D'une cause bien simple, que le raisonnement et l'expérience font aisément reconnaître.

Nous avons vu tantôt les éléments constitutifs du limon quaternaire classés dans ce dépôt par ordre de densité, comme dans tout dépôt formé par des eaux courantes diminuant peu à peu de volume et de rapidité.

Les sables, les gros grains de glauconie et de sels ferreux, les particules grossières et pesantes se trouvent accumulés vers le bas et vers les parties moyennes du dépôt, tandis que les éléments fins et argileux se trouvent réunis au sommet. Mais, du fait même de cette disposition, qui est constante partout où s'observe le limon quaternaire, est résultée une difficulté considérable dans l'attaque du limon et une égalité très-grande dans la marche générale du phénomène.

L'infiltration des eaux superficielles a dû être fortement contrariée par la compacité et par la résistance que présentait le sommet argileux du limon; et telle est aussi la raison pour laquelle la zone altérée ou limon supérieur n'a, dans aucune région, en aucun point connu, pu dépasser 3 mètres [1], quelle que soit d'ailleurs l'épaisseur du loess ou ergeron.

[1] Si, par suite d'expériences continuées pendant un certain temps, on pouvait apprécier l'épaisseur moyenne de la mince couche d'ergeron transformée en limon brun après un nombre

C'est aussi par suite de l'imperméabilité de l'ergeron qu'une faible épaisseur de celui-ci suffit à remplir, au-dessus de sédiments meubles, le rôle de manteau protecteur; les infiltrations ne peuvent alors atteindre les couches sous-jacentes.

Rappelons encore à ce sujet le remarquable exemple indiqué page 28 et illustré par la figure 1 de la planche, à propos de la présence de l'ergeron ou limon calcaire sur la rive gauche de la Senne, à Bruxelles.

Sur la rive droite, le limon, rare et peu épais, a été partout infiltré et changé en terre à briques x' dans toute son épaisseur. Sur la rive gauche, ce dépôt, plus épais et mieux développé, montre le plus souvent sa base intacte et calcarifère x ayant protégé, concurremment avec l'argile glauconifère C, les sables calcarifères laekeniens et wemmeliens D et E dans la plus grande partie de leur masse.

Si les couches A′ et B′ du sommet des hauteurs de la rive gauche ont été altérées, malgré la présence parfois constatée de la couche protectrice x, cela provient de ce que le limon n'étant pas continu au sommet de ces couches, les infiltrations verticales ont pu se propager dans ces sédiments, exposés en de nombreux affleurements à l'influence des agents météoriques.

Les rares points de la rive gauche où les sables laekeniens et wemmeliens se montrent altérés, comme en D′ et E′, sont ceux où l'argile glauconifère ou bien le limon quaternaire n'ont plus l'épaisseur nécessaire pour jouer le rôle d'agents protecteurs.

M. Chelloneix, combattant nos vues sur l'origine chimique du limon supérieur, dit que pour les admettre il faudrait retrouver à la base de la terre à briques une certaine irrégularité d'allures et quelque accident analogue aux poches d'altération des sables éocènes; il ajoute que l'on devrait constater dans la terre à briques une proportion décroissante, du sommet vers la base, de l'élément calcareux.

déterminé d'années, ne pourrait-on pas, en tenant également compte de la résistance plus grande offerte par le sommet très-argileux du dépôt, arriver à se faire une idée de la durée approximative de la période employée par les eaux d'infiltration pour changer en terre à briques la mince couche superficielle de limon infiltré si uniformément constatée sur toute l'étendue de la nappe quaternaire? Le phénomène d'altération du limon nous fournira peut-être ainsi le chronomètre naturel du temps écoulé depuis le phénomène géologique ayant donné naissance au limon quaternaire.

C'est là une appréciation erronée. Les eaux d'infiltration ne donnent lieu à la production de poches irrégulières d'altération que dans les dépôts peu homogènes dans leur composition ou très-facilement perméables, ou bien encore laissant pénétrer les eaux par des points locaux (failles, crevasses, joints de stratification) : témoin les poches et zones altérées des roches calcarifères meubles et les puits naturels, etc., de la craie et des terrains analogues. Mais dans des sédiments compactes et homogènes, comme le sont ceux de la partie supérieure du limon quaternaire, il n'en peut être de même.

Dans un pareil milieu, la lenteur et l'uniformité du processus d'altération deviennent les causes naturelles de la régularité constatée dans la ligne séparative des zones altérées et normales du dépôt.

Si, dans toutes les plaines comprises entre la Westphalie et la Normandie, l'accumulation des siècles qui se sont succédé depuis le dépôt du limon quaternaire qui les recouvre n'a permis aux eaux d'infiltration d'atteindre qu'environ 2 ou 3 mètres de l'épaisseur du dépôt, il serait profondément illogique de vouloir retrouver en même temps, au sein de celui-ci, des poches inégales et irrégulières, comme celles qui se produisent dans les strates meubles, perméables et si peu homogènes de notre bassin éocène.

Mais qu'observons-nous, par contre, lorsque, à cause de l'ablation partielle ou totale du sommet plus argileux de l'ergeron, le phénomène d'infiltration atteint la zone moyenne du limon quaternaire, plus sableuse et moins chargée d'argile ?

Nous voyons alors une allure un peu différente dans la ligne de contact entre les deux zones du limon (voir fig. 28 *b*). Cette séparation, au lieu d'être indécise, peu marquée, horizontale ou légèrement flexueuse, devient brusque ou tout au moins plus nettement tranchée. Elle forme une ligne accidentée et irrégulière, que M. Rutot et nous avons souvent observée, et elle rappelle alors un peu l'aspect trompeur des poches d'altération de nos sables éocènes.

Si le processus d'altération devient plus actif, c'est précisément parce que les conditions du phénomène sont un peu différentes : les eaux d'infiltration, en atteignant les parties moyennes du dépôt, ont rencontré moins d'argile et

plus de sable et de calcaire; elles se trouvent donc dans des conditions rappelant davantage celles de nos sédiments éocènes et la zone infiltrée perd conséquemment sa régularité d'allures.

Les analyses qui ont été faites des deux zones du limon quaternaire ont montré que le *fer* pouvait, dans certains cas, se trouver en plus grande abondance dans le limon calcaire que dans le limon argileux décalcifié qui le recouvre. Ce fait a été signalé comme contraire à la thèse de la formation par décalcification et oxydation sur place du limon supérieur.

Mais il n'en est rien; car, étant donné le classement par ordre de densité, signalé tantôt parmi les éléments constitutifs du limon, il est évident que l'hydrate de fer qui, sous forme de glauconie ou de sels ferreux quelconques, se trouve dispersé dans le limon, doit nécessairement se trouver réuni en plus grande quantité et en plus gros grains *vers les parties inférieures et moyennes du dépôt,* à cause de son poids spécifique considérable. C'est seulement sous forme de sels ferreux en grains impalpables ou en combinaison avec d'autres matières plus légères, que le fer se trouvera vers le sommet du dépôt. L'analyse chimique, en mettant en évidence la proportion plus forte de fer qui existe vers le bas du limon, ne détruit en rien l'exactitude de l'opinion que nous défendons ici, et si cette analyse était faite avec soin, elle montrerait même, sans aucun doute, que le fer du limon calcareux est représenté par des *sels ferreux,* tandis que celui du limon inférieur est complétement hydraté et représenté par des *sels ferriques.*

De ce qui vient d'être exposé, il résulte que les objections faites à la thèse de l'origine chimique du limon supérieur s'évanouissent l'une après l'autre devant le simple exposé des faits. Non-seulement les conclusions rationnelles tirées de l'examen de ceux-ci tendent toutes à démontrer la parfaite exactitude de la thèse défendue par nous, mais de plus ceux mêmes de ces faits qu'une interprétation erronée présentait comme défavorables à nos vues se sont, au contraire, montrés les plus démonstratifs et les plus concluants.

On a parfois observé que le loess calcaire se présentait en affleurements à la surface du sol sans être recouvert par la zone argileuse ou altérée. L'absence de modifications chimiques dans le dépôt résulte alors de la pente du

sol sur lequel les eaux pluviales ruissellent rapidement sans s'y infiltrer, ou bien dont elles entraînent dans leur course les parties superficielles, sans cesse renouvelées et successivement altérées.

L'absence de limon brun ou altéré peut encore résulter du voisinage immédiat d'un affleurement de terrain très-perméable sous-jacent au limon calcaire et qui, recevant alors directement les eaux pluviales, laisse à sec le loess, toujours difficilement perméable. La présence de couches altérées sous le loess calcaire intact s'explique aisément ainsi, et nous croyons nous rappeler que des observations de ce genre ont été signalées, sans que toutefois leur véritable signification ait été comprise.

Dans le cas représenté, figure 6 de la planche, par la coupe du Wyngaerdberg, l'intégrité de la couche de limon calcarifère A, comprise entre les couches altérées A′ et C′, provient de ce que ces deux zones d'altération sont dues à deux phases distinctes du processus d'infiltration.

Mais si dans un cas de superposition analogue à celui-ci, les conditions topographiques permettaient de considérer la couche B, qui constitue ici le diluvium ancien, comme servant de réservoir à un niveau d'eau venu de la surface, on pourrait parfaitement attribuer à ces eaux les infiltrations qui ont produit l'altération de C′, et dans ce cas le phénomène actuel d'altération pourrait à la fois agir en A′ et en C sans toutefois atteindre la masse intermédiaire A du limon quaternaire.

On peut reproduire expérimentalement sur le loess tous les phénomènes d'altération auxquels l'infiltration des eaux météoriques a donné naissance, et le transformer en un limon argileux brun, oxydé et décalcifié. Il suffit, à cet effet, de soumettre le loess calcaire à l'action, renouvelée à plusieurs reprises, d'une eau chargée d'acide carbonique. Au bout de peu de temps, on verra les concrétions se désagréger, le calcaire friable se dissoudre, le résidu argileux devenir plus abondant et enfin le limon brunir par suite de l'hydratation des sels ferreux que la dissolution du calcaire a mis en liberté.

Il nous reste à étudier un autre type de dépôt quaternaire aussi intéressant que le limon, à cause de son importance stratigraphique et de son étendue. C'est le DILUVIUM QUATERNAIRE, dépôt à éléments grossiers, variable dans sa

composition, dans ses caractères et dans sa couleur, et principalement formé de roches remaniées, d'origine et de nature diverses.

Servant souvent de base au limon quaternaire, le diluvium s'observe dans les plaines et sur les plateaux; mais il est surtout développé dans les grandes vallées où coulaient les fleuves quaternaires.

Le diluvium a été étudié avec soin dans plusieurs régions, notamment dans la vallée de la Seine; partout il a donné lieu à des théories et à des controverses nombreuses, mais nulle part les questions qu'il a soulevées n'ont été jusqu'ici résolues d'une manière satisfaisante.

Ayant eu l'occasion d'appliquer à l'étude du diluvium du bassin de Paris nos vues sur les altérations par infiltration [1], nous sommes arrivé à résoudre facilement les problèmes que présentait cette étude. Nous croyons que l'exposé succinct de nos observations pourra donner une idée de l'importance des résultats obtenus, car ils s'appliquent rigoureusement aux dépôts diluviens d'autres bassins hydrographiques importants.

Rappelons rapidement en quoi consiste le diluvium du bassin de Paris.

On sait que les parties basses de la vallée de la Seine sont occupées par le dépôt quaternaire connu sous le nom de *diluvium gris,* lequel consiste généralement en alternances de sables et de galets roulés, de diverses grosseurs, mélangées de roches remaniées très-variables. Ces dépôts, assez nettement stratifiés, alternent parfois avec des lits argileux ou marneux. Le diluvium gris est toujours calcarifère; il contient soit du calcaire friable répandu parmi les éléments quartzeux, soit des roches et des galets calcaires, soit encore des fossiles tertiaires ou autres remaniés, soit enfin des ossements de vertébrés terrestres de l'époque quaternaire et des coquilles terrestres et fluviatiles du même âge. On y trouve, d'autre part, des silex travaillés et des vestiges de l'industrie de l'homme préhistorique.

[1] Van den Broeck, *Sur les altérations des dépôts quaternaires par les agents atmosphériques* (Comptes rendus Acad. sciences, Paris, 1877, 5 janvier 1877). — Idem, *Note sur l'altération des roches quaternaires des environs de Paris par les agents atmosphériques* (Bull. Soc. géol. de France, 3e sér., t. V, p. 298, 5 février 1877). — Idem, *Seconde Note sur le quaternaire des environs de Paris. Réponse aux observations de M. Hébert* (Bull. Soc. géol. de France, 3e sér., t. V, pp. 326-328, 1877). — Idem, *Quaternaire et diluvium rouge* (Bull. Soc. géol. de France, 3e sér., t. VII, pp. 209-217, 27 janvier 1879).

Sur les versants supérieurs de la vallée et surtout sur les plateaux élevés, le diluvium gris se trouve remplacé par un dépôt d'aspect différent.

C'est le *diluvium rouge,* qui consiste généralement en une argile rougeâtre plus ou moins sableuse, parfois très-pure et très-compacte. Cette argile renferme des silex anguleux et une certaine proportion de grès, de calcaires siliceux, etc., non roulés, de provenance non lointaine. L'élément calcaire fait entièrement défaut dans le diluvium rouge; on n'y rencontre ni les roches ni les galets calcaires du diluvium gris, ou aucune trace sensible d'éléments de cette nature. Il ne s'y trouve pas davantage de coquilles remaniées ou bien quaternaires et les rares ossements que l'on y a recueillis étaient en très-mauvais état et profondément corrodés. Dans certaines régions, comme, par exemple, dans les plaines au nord du bassin de Paris, le diluvium rouge renferme presque exclusivement des silex brisés et anguleux.

On a souvent noté, et cela en des régions différentes, que le diluvium rouge, tout en ne contenant pas de calcaire lui-même, se présente toujours au-dessus des terrains calcaires. La raison de ce fait apparaîtra très-clairement tantôt, lorsqu'on se sera rendu compte de l'origine de ce dépôt.

Considéré au point de vue de ses allures générales, le diluvium rouge diffère essentiellement du diluvium gris, par l'altitude supérieure des niveaux où il s'observe et surtout par l'étendue plus grande des espaces qu'il recouvre.

Toutefois, le diluvium rouge se retrouve aussi dans les parties basses des vallées; il repose alors sur le diluvium gris, qu'il semble même raviner, par suite d'apparences sur lesquelles nous reviendrons plus loin.

Il est à noter que partout où les deux zones coexistent, le diluvium rouge repose sur le diluvium gris. Le premier prend alors un aspect qu'il n'a pas sur les plateaux; il contient, comme le diluvium gris sous-jacent, des cailloux arrondis et roulés, mais l'élément calcaire continue, comme sur les plateaux, à faire complétement défaut.

Diverses hypothèses ont été proposées pour expliquer l'origine et les relations de ces deux dépôts quaternaires.

Toutes sont venues se heurter à de sérieuses difficultés, parmi lesquelles nous signalerons l'impossibilité d'expliquer, d'une manière satisfaisante, la

singulière contradiction qui existe entre la localisation du diluvium gris au fond des vallées, opposée à l'extension du diluvium rouge sur les hauteurs et sur les plateaux, et le fait de la superposition incontestable observée dans les coupes des bas niveaux, où le diluvium rouge surmonte le diluvium gris. Le premier de ces faits oblige l'observateur à considérer le diluvium rouge comme plus ancien que le diluvium gris, alors que le second le force à reconnaître que le diluvium rouge est le plus récent !

Or, ces contradictions, et en général toutes les difficultés qu'offre l'étude du diluvium, s'évanouissent complètement dès que l'on tient compte du rôle des infiltrations.

L'observation rigoureuse des faits relatifs à ces phénomènes va nous montrer en effet que le *diluvium rouge* n'est nullement un *dépôt quaternaire* spécial, mais représente un *masque d'altération* recouvrant des dépôts différents. C'est un résidu chimique, oxydé et décalcifié, produit par les infiltrations superficielles. Nous verrons que le diluvium rouge a été formé, tantôt aux dépens du diluvium gris des vallées, tantôt aux dépens d'un diluvium primitif des plateaux. Dans certains cas encore, on a confondu sous le nom de diluvium rouge les résidus oxydés et décalcifiés de dépôts tertiaires ou crétacés, ainsi que du loess ou limon quaternaire.

Lorsque, dans les bas niveaux de la vallée de la Seine, par exemple, on examine une coupe montrant la superposition du diluvium rouge au diluvium gris, ou bien à des formations tertiaires quelconques, on est d'abord frappé par l'aspect de la ligne de contact, qui simule des poches d'érosion, curieusement creusées, des ravinements profonds paraissant avoir affecté le dépôt sous-jacent.

L'aspect tout particulier de ces poches aux allures si tourmentées, avait déjà attiré, il y a une quinzaine d'années, l'attention des observateurs, qui les considéraient comme le résultat d'érosions mécaniques d'une nature particulière. Il est aisé de constater qu'alors déjà on avait reconnu, mais sans pouvoir l'expliquer, que les données fournies par les coupes de ces dépôts prétendûment ravinés, différaient de celles que montrent habituellement les véritables phénomènes d'érosion et de ravinement.

C'est ainsi que, dans une notice publiée en 1863 par M. le professeur

Hébert [1] sur les éléments du terrain quaternaire, nous relevons le passage suivant :

« Quand on parle de l'argile à silex et du diluvium rouge, il est une remarque que l'on ne saurait omettre, c'est la façon tout à fait identique dont les eaux qui ont formé ces deux dépôts ont raviné et creusé le sol sous-jacent. Il n'y a pas dans toute la série géologique une récurrence plus frappante du même phénomène et *la théorie qui sera proposée pour l'un devra être applicable à l'autre.*

» Les nappes d'eaux qui ont, à ces deux époques si éloignées, couvert les plateaux du nord et du nord-ouest de la France, devaient être animées de bien nombreux et bien singuliers tourbillons pour que de tels effets aient pu se produire. »

Cette allure prétendûment mystérieuse, loin d'être une difficulté, devient, dans notre thèse, le gage nécessaire de l'exactitude des vues qui attribuent à l'argile à silex, au diluvium rouge et à tous les résidus analogues, l'origine si simple et si naturelle due à l'action corrosive des eaux d'infiltration chargées de gaz oxydants et dissolvants.

Étudions maintenant de plus près les « poches d'érosion et de ravinement » formant la base du diluvium rouge.

Un examen attentif aura bientôt fait reconnaître que ce prétendu niveau d'érosion est absolument illusoire. Le dépôt n'a pas été remanié dans les poches, ainsi que l'ont d'ailleurs constaté dans ces dernières années plusieurs observateurs. Les lits de galets siliceux passent souvent au travers des poches, tantôt en ligne droite, tantôt en s'infléchissant un peu, surtout si la poche a une certaine étendue.

La figure 30 ci-dessous, extraite de la *Géologie des environs de Paris,* par Stanislas Meunier (Paris, 1875) et qui montre, d'après cet auteur, « la superposition du diluvium rouge au diluvium gris et la continuité de certains lits de galets au travers de ces deux diluviums », est une bonne illustration des relations des deux facies du dépôt.

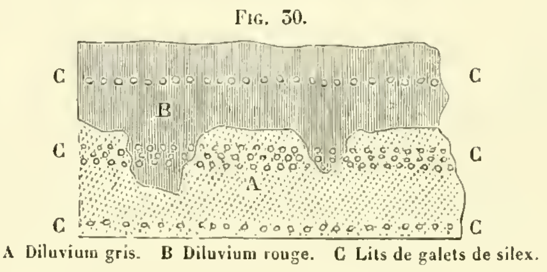
[1] Hébert, *Observations sur les principaux éléments du terrain quaternaire, sur les théories proposées pour en expliquer la formation et sur l'âge des argiles à silex* (Bull. Soc. géol. de France, 2e sér., t. XXI, p. 58).

M. Ébray avait déjà, depuis longtemps, fait la même observation (*Bull. Soc. géol. de France*, 2e série, t. XXIII, 1866, p. 504).

La figure 10 de la planche, représentant, d'après M. Belgrand, une sablière longue d'environ 30 mètres, située près l'Avenue-Daumesnil, montre, d'une manière plus frappante encore, la même disposition. Les bancs de galets de silex se continuent à travers toute la masse du dépôt, pour lequels ils indiquent un seul et unique phénomène de sédimentation.

Quelle que soit l'origine de la coloration rouge de la partie supérieure du dépôt, cette coloration ne peut être attribuée qu'à un phénomène postérieur au dépôt du diluvium. Cela ressort à toute évidence de la disposition des couches.

Fig. 30.

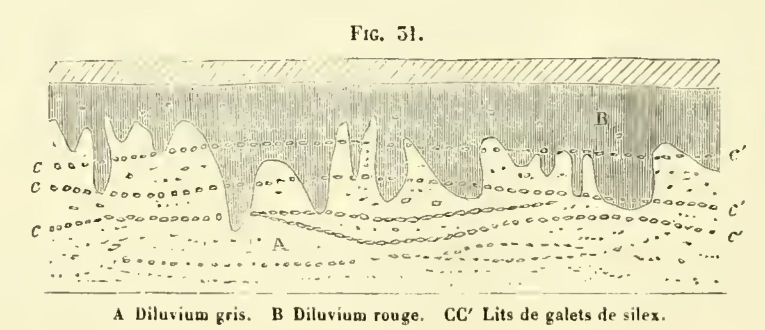


A Diluvium gris. B Diluvium rouge. C Lits de galets de silex.

La figure 31 représente la plus grande partie d'une coupe figurée par M. Belgrand dans son livre *La Seine*, etc., et relevée par lui dans la sablière Rigaut, rue des Trois-Sables, à Paris.

La partie de cette coupe que nous avons reproduite ici montre le contact, sur une longueur d'environ 20 mètres, du diluvium rouge et du diluvium gris, et la simple inspection de cette figure démontre, par la continuité des lits de galets siliceux et la forme toute spéciale des « ravinements », qu'il ne peut être ici question de deux dépôts distincts.

Fig. 31.



A Diluvium gris. B Diluvium rouge. CC' Lits de galets de silex.

Devant cette évidence, les géologues ont cherché à défendre leur thèse battue en brèche, en disant que le contact réel des deux dépôts du diluvium se trouve plus haut, et que les poches ou prolongements rouges représentent des zones *d'infiltration mécanique* ayant imprégné de la matière colorante caractéristique du diluvium supérieur les éléments *in situ* du diluvium gris.

C'est la thèse qu'a défendue M. Belgrand dans son mémoire sur *La Seine,* signalé plus haut.

La question qui se pose donc actuellement est celle de savoir si, comme l'admettait M. Belgrand, il y a eu dans le diluvium rouge *imprégnation mécanique* par infiltration d'un dépôt distinct ultérieur ou si, comme nous l'avons annoncé depuis janvier 1877, il y a eu rubéfaction et décalcification par décomposition, c'est-à-dire *simple modification chimique sur place.*

Pour répondre à cette question, et en même temps à bien d'autres soulevées par l'étude du diluvium rouge, au lieu de reproduire ici les considérations déjà exposées dans nos autres publications [1], nous relaterons de préférence les observations nouvelles que nous avons faites en novembre 1879, en compagnie de MM. Potier et Dollfus, dans les carrières d'Ivry près Paris, observations qui ont conduit notre éminent confrère M. Potier à se rallier complétement à notre manière de voir, déjà partagée par M. Dollfus dès les débuts de nos recherches, en 1877.

Les carrières d'Ivry sont creusées au sommet d'un promontoire, entre la Bièvre et la Senne, à environ 30 mètres au-dessus de la Seine et à quelques centaines de mètres en dehors de l'enceinte fortifiée. Elles montrent le diluvium quaternaire bien développé, reposant sur le calcaire grossier supérieur.

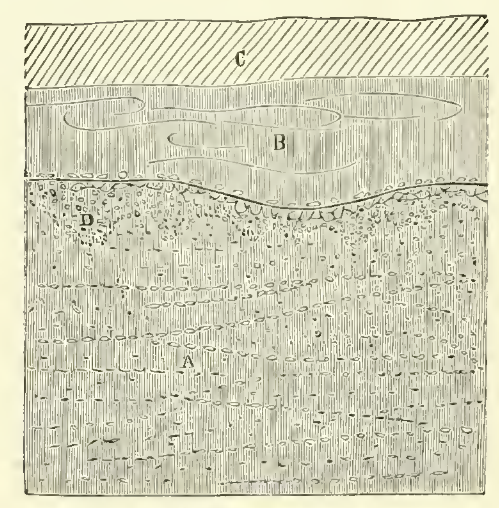
La figure 32 ci-dessous montre le sommet d'une première carrière offrant sous $0^m,20$ de terre végétale C, environ $0^m,40$ de limon quaternaire, représenté par le facies altéré ou terre à briques B.

La base du limon est indiquée par un lit de cailloux de silex *devenus anguleux sur place,* par éclatement. On en voit des fragments restés *in situ* ou à peine séparés. Ces silex éclatés ne sont autre chose que les cailloux roulés et arrondis du diluvium sous-jacent, remaniés et brisés sur place; ils se

[1] Voir la note bibliographique de la page 148.

rattachent par le bas à une zone irrégulièrement développée D de cailloux et de graviers diluviens lavés, c'est-à-dire débarrassés de sable et d'argile.

Fig. 32.



A Diluvium rouge avec galets de silex.
B Limon quaternaire brun. C Terre végétale.
D Zone remaniée et à silex éclatés.

Les éléments grossiers qui forment le résidu subsistant sont pressés les uns contre les autres et forment dans le diluvium rouge une mince zone de remaniement, qui se rattache ainsi à la base du limon quaternaire.

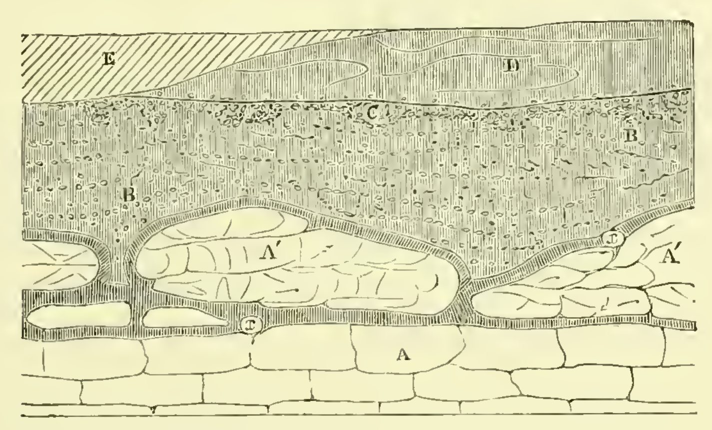
Plus bas, viennent des alternances irrégulières de cailloux de silex roulés et de sables graveleux, le tout noyé dans une pâte argileuse rouge. C'est le diluvium rouge A.

Ce dépôt est absolument dépourvu d'éléments calcaires. On n'y rencontre que du silex, des grains de quartz et de l'argile rouge chargée d'oxyde ferrique, mais pas une trace de matière calcaire, sous forme organique ou inorganique. L'hydrate ferrique est parfois si abondant qu'il forme des concrétionnements limoniteux. Parmi les grains de quartz, on en rencontre une certaine quantité dont l'aspect et la coloration indiquent nettement l'origine granitique.

La figure 33 représente le sommet d'une deuxième carrière, voisine de la précédente et montrant, au sommet du calcaire grossier A, de gros massifs

formés de calcaire remanié ou déplacé A′, et empâtés dans la masse du diluvium rouge B. Ce dernier offre les mêmes caractères que précédemment, il se trouve surmonté de la zone C de graviers et de cailloux remaniés, en partie éclatés, qui forme la base du limon.

Fig. 33.



A, A′ Calcaire grossier supérieur, en place et en blocs remaniés.
B Diluvium rouge. x Argile rouge compacte.
C Zone remaniée et à silex éclatés.
D Limon brun argileux. E Terrain rapporté.

Les blocs de calcaire remanié, empâtés dans le diluvium, se montrent nettement altérés sur toute leur superficie. La dissolution du calcaire est évidente; les fragments de la roche voisine de la périphérie sont devenus friables et se montrent jaunâtres ou rougeâtres, tandis que les fragments du centre restent intacts et blancs. Enfin, la périphérie tout entière de ces amas calcaires est revêtue d'une couche d'argile rouge x compacte et brillante, rappelant l'aspect et les caractères de la lithomarge.

L'intensité de l'attaque des blocs calcaires noyés dans la masse du diluvium est due au séjour prolongé des eaux d'infiltration, qui ont été arrêtées plus bas par les bancs durs, homogènes et un peu siliceux du calcaire grossier supérieur.

Alors même que l'oxydation et la décalcification du diluvium rouge, ainsi que tous ses caractères, ne dénonceraient pas clairement dans la coupe précédente l'origine de ce dépôt, les phénomènes évidents d'altération par infil-

tration des amas calcaires sous-jacents suffiraient à établir l'action, sur toute cette masse, des phénomènes en question.

Continuant à explorer le même plateau, nous arrivons à une troisième carrière, très-étendue et en pleine exploitation.

Le diluvium gris, parfaitement caractérisé, y est bien développé.

La coupe d'une paroi de cette carrière, représentée en partie par la figure 9 de la planche, est des plus intéressantes.

Elle montre le diluvium gris, surmonté d'une zone assez épaisse de « sables gras », qui va s'amincissant vers la droite et se trouve recouverte par le limon brunâtre.

Vers la droite, le sable gras se trouve remplacé par un dépôt lenticulaire de marne verdâtre perméable, fissurée et peu homogène, contenant des coquilles fluviatiles. Cette marne, fragmentaire, se montre imprégnée d'humidité et recouvre le diluvium rouge.

Le diluvium gris et le diluvium rouge sont donc en quelque sorte juxtaposés sur la paroi observée. Or, l'examen du diluvium rouge nous donne exactement les mêmes résultats que dans les carrières précédentes : résidu rougeâtre argileux, galets de silex, graviers et sables quartzeux, débris de quartz granitique épars ou *en nids*, alternances caillouteuses et graveleuses, etc., et, enfin, absence complète de calcaire sous toutes ses formes.

Si l'on passe au diluvium gris, on reconnaît le passage latéral (A, B, A′, B′) des zones de cailloux et de graviers, la continuité des lits de silex, en un mot l'absence de tout déplacement mécanique sensible, abstraction faite de quelques phénomènes de tassement ou d'affaissement dus à l'enlèvement du calcaire.

Dès que l'on passe au diluvium gris, le calcaire apparaît dans une proportion très-forte, soit sous forme de calcaire pulvérulent ou en petits fragments, soit sous forme de galets plats et arrondis, soit encore sous forme de débris de roches diverses.

Des fragments nombreux de roches granitiques s'observent épars au sein du dépôt; le feldspath non altéré relie des cristaux de quartz identiques à ceux trouvés dans le diluvium rouge.

Au voisinage du diluvium rouge, le feldspath de ces fragments granitiques

perd de sa consistance et la roche se laisse écraser sous la pression des doigts ou bien met en liberté, au moindre contact, les cristaux de quartz désagrégés.

On observe aussi aux mêmes points un commencement d'altération dans l'élément calcaire du diluvium gris. Les petits galets de calcaire blanc jaunissent se couvrent d'une arborisation en dendrite et deviennent de plus en plus friables et oxydés.

Des zones alternatives de diluvium gris et de diluvium jaunâtre, parfois rougeâtre, s'observent en certains points de la paroi de la carrière. L'altération des galets calcaires était manifeste dans les zones jaunâtres, et elle était accompagnée de la décomposition du feldspath changé en poussière rougeâtre, tandis que dans les zones blanches, où les galets calcaires étaient normaux, le feldspath des fragments granitiques se montrait intact. Ces alternances de zones intactes et de zones à moitié altérées et rubéfiées doivent s'expliquer par une disposition des zones d'infiltration analogue à celle représentée par le diagramme figuré page 79.

De tout ce qui précède, il résulte à l'évidence que la coloration particulière du diluvium rougi n'est nullement due à une infiltration mécanique ayant imprégné la zone supérieure du diluvium, mais à une action chimique d'oxydation et de décalcification, véritable décomposition sur place, qui est le résultat normal et ordinaire de l'infiltration des eaux superficielles.

Le diluvium rougi était primitivement gris et calcaire dans toute sa masse. L'observation suivante, faite dans une quatrième carrière du même plateau, nous a clairement démontré la préexistence des galets calcaires *à la base même du diluvium rouge.*

De grandes poches de diluvium rouge reposent en ce point sur les caillasses du calcaire grossier. Cette base présente un développement considérable du résidu d'hydrate ferrique résultant de la décomposition des éléments calcaires et ferreux du diluvium. Des phénomènes de concrétionnement se sont produits et un véritable minerai de fer, la limonite, a imprégné et agglutiné la base du dépôt. Or, cette limonite présente intérieurement de nombreuses cavités ayant exactement la forme et les dimensions des galets calcaires du diluvium gris. Le calcaire des galets a été dissous, mais la gangue

durcie qui les empâtait a conservé leur forme. Quelques-uns d'entre eux sont d'ailleurs représentés par un résidu argilo-ferrugineux tapissant l'intérieur des cavités.

La comparaison du volume de ce résidu argileux rougeâtre et de celui du galet dont il tapisse le moule interne, montre d'une façon indiscutable que l'attaque *des roches calcaires* par dissolution et oxydation sur place donne lieu à un résidu *argilo-ferrugineux* plus abondant qu'on ne pourrait le croire au premier abord; il ne serait pas difficile d'établir approximativement le calcul du rapport de volume de la roche attaquée avec celui du résidu de dissolution. Ajoutons que, dans la dernière carrière, nous avons retrouvé, au contact du calcaire grossier et du diluvium rouge, les poches habituelles pénétrant dans le calcaire et bordées du résidu d'argile rougeâtre qui partout accompagne la dissolution de la roche calcaire.

Cet ensemble d'observations, si concluantes qu'à elles seules elles ont décidé M. Potier à reconnaître l'entière exactitude de notre thèse, suffit, croyons-nous, pour qu'il ne soit plus nécessaire de nous étendre davantage sur les caractères du diluvium rouge.

Nous ferons seulement remarquer que l'on trouve dans les poches du diluvium rouge, paraissant raviner le diluvium gris, exactement tous les phénomènes signalés par nous dans les poches d'altération des sables éocènes des environs de Bruxelles : disparition des éléments calcaires, tassement des dépôts, oxydation des sels ferreux, production du résidu argilo-ferrugineux rougeâtre, surfaces de corrosion, dissolution ou altération profonde des roches calcareuses, disparition des fossiles, continuité et disposition en guirlandes, au travers des poches, des éléments siliceux, etc.

L'analogie est complète, absolue : le diluvium rouge est bien le résidu oxydé et décalcifié du diluvium gris.

Il est d'ailleurs facile d'obtenir expérimentalement ce résultat en soumettant à l'action intermittente d'une eau acidulée un échantillon de diluvium gris. Le résidu rappellera curieusement le diluvium rouge, et le phénomène ne différera de celui qui se passe dans la nature qu'en ce que le temps sera remplacé par l'énergie du procédé dissolvant. Si l'expérience est bien conduite, le phénomène d'oxydation sera également très-marqué.

La description que nous avons donnée du diluvium rouge des carrières d'Ivry s'applique exactement au diluvium rouge des régions plus élevées de la vallée, en même temps qu'à celui des bas niveaux, où il se montre généralement en contact avec le diluvium gris.

Suivant les points étudiés, on observe cependant certaines différences dans la nature et dans l'état plus ou moins roulé des matériaux diluviens. Mais toujours ces différences affecteront également les deux dépôts en superposition.

D'autres caractères peuvent encore se manifester dans les allures de la ligne de contact du diluvium rouge avec le diluvium gris. Parfois, au lieu des poches et des prétendus « ravinements » on observe une surface horizontale ou ondulée, d'une allure toute différente. Cela provient de ce que le diluvium renferme, à divers niveaux, des couches plus ou moins imperméables qui arrêtent en certains points les eaux d'infiltration et les empêchent de transformer en « diluvium rouge » la masse sous-jacente, qui reste alors intacte et grise.

Ce rôle de couches protectrices, que jouent les argiles dans nos dépôts sableux tertiaires, est rempli par les *sables gras* du diluvium.

Si l'on se reporte à la figure 9 de la planche, qui représente une zone lenticulaire de sables gras reposant sur le diluvium, on comprendra aisément pourquoi celui-ci est resté gris vers la gauche, tandis qu'il a été infiltré et changé en diluvium rouge vers la droite, où manquent les sables gras.

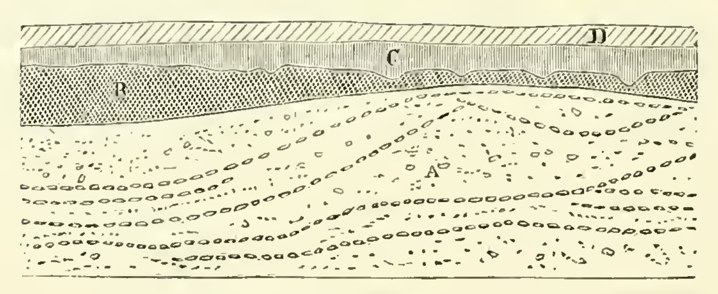
Lorsqu'au lieu de former, comme ici, le sommet d'un dépôt de diluvium, les sables gras s'observent dans sa masse, la partie supérieure de celle-ci est seule altérée, tandis que la partie sous-jacente reste grise et intacte si, bien entendu, les sables gras réunissent certaines conditions d'épaisseur et de continuité.

La figure 34, extraite du livre de M. Belgrand, montre que dans un cas pareil la zone rouge et altérée C s'étend régulièrement en nappe plus ou moins horizontale au-dessus de la zone imperméable B.

La base du diluvium rouge ne saurait, dans ces conditions, simuler des poches d'érosion ou de ravinement, sauf en des points où les eaux parviendraient à se creuser des conduits locaux d'écoulement, en profitant des points faibles de la couche imperméable.

Comme nous l'avons déjà signalé ailleurs [1], M. Belgrand a entrevu le rôle particulier des sables gras, en disant que les infiltrations ayant imprégné la couche supérieure n'avaient pu pénétrer plus bas, à cause de l'imperméabilité

Fig. 34.



A Diluvium gris ou non altéré.
B Sables gras imperméables ayant arrêté les infiltrations.
C Sommet argileux, altéré et rubéfié, du diluvium.
D Terre végétale.

de cette formation; mais il n'a pas pensé que la couche supérieure rubéfiée était le sommet non protégé de la couche normale et n'en différait que parce qu'elle avait été le siége d'un phénomène chimique sur place.

Pour l'auteur précité, la rubéfaction est due à une action mécanique d'infiltration, en connexion avec un phénomène de transport, ou d'origine géologique, opinion qui ne s'accorde guère avec les faits observés.

Il a été dit parfois que le diluvium rouge diffère essentiellement du diluvium gris par la présence de silex anguleux.

Cela est inexact, du moins en ce qui concerne les parties de la vallée où les deux facies rouge et gris sont en superposition.

Les cailloux de silex du diluvium rouge non remanié doivent d'ailleurs présenter une identité complète, dans leur proportion, dans leurs dimensions, dans leur forme et leur nature, avec ceux du diluvium gris; les premiers ne sont autre chose que les seconds empâtés dans un magna argileux résultant de la décomposition du calcaire préexistant.

Ce ne sont pas seulement nos observations personnelles, mais encore

[1] Van den Broeck, *Seconde Note sur le quaternaire des environs de Paris. Réponse aux observations de M. Hébert* (Bull. Soc. géol. de France, 3e sér., t. V, 1877, pp. 526-528).

celles de nos collègues les plus autorisés qui nous permettent d'établir le fait ci-dessus énoncé.

Ainsi que nous l'avons indiqué dans un travail antérieur, M. A. de Lapparent, dans une correspondance relative à notre thèse, nous écrivait en décembre 1878 : « Pour les raisons que je vous ai dites, je ne le crois pas distinct (le diluvium rouge), dans ses éléments, du diluvium gris sous-jacent et, dans la plupart au moins des cas, j'incline à n'y voir avec vous qu'un phénomène et non un dépôt. »

Plus loin, notre savant correspondant ajoute : « Je n'ai jamais vu aux environs de Paris de gisement renfermant à la fois le diluvium rouge et le diluvium gris, où le premier ne fût pas formé exclusivement des éléments du second. »

Des silex anguleux ont cependant été constatés dans le diluvium rouge des vallées; mais il suffit de se reporter aux coupes étudiées par nous, et représentées par les figures 32 et 33, pour comprendre la signification de ce fait et reconnaître qu'il n'a nullement la portée qu'on a voulu lui attribuer.

Ces silex anguleux, localisés vers la base du limon, forment une zone de remaniement au sommet du diluvium, et l'éclatement, qui s'est manifestement opéré sur place, est dû à des causes indépendantes de l'origine du diluvium et postérieures à son dépôt.

M. de Lapparent avait déjà attiré notre attention sur ces phénomènes d'éclatement du silex diluvien. M. d'Ault Dumesnil nous les a fait remarquer récemment dans les dépôts diluviens de la vallée de la Somme, où M. de Mercey les avait déjà signalés en 1867, mais en les attribuant à une cause tout autre. (*Bull. Soc. géol. de France*, 2e série, t. XXIV, p. 71.)

Nous croyons qu'on doit attribuer ce fait aux alternatives de contraction et de dilatation que les variations de la température ont fait subir à ces silex dénudés et mis à découvert lors de l'arrivée du limon quaternaire.

Cette action sur les silex des variations de température est d'ailleurs un fait bien connu, facile à observer dans les régions tropicales. Un observateur des plus consciencieux, M. J. C. Purves, nous a rapporté l'avoir constaté aux Antilles, dans les circonstances suivantes.

Se trouvant, avant l'aube, au sommet d'une colline où affleurait un filon

de *chert* ou silex amorphe, et couverte de débris de cette roche, lesquels se montraient tout fendillés et dont beaucoup étaient entièrement « éclatés », M. Purves put constater qu'au fur et à mesure de l'élévation du soleil au-dessus de l'horizon, un grésillement se faisait entendre autour de lui et s'accentuait jusqu'au moment où l'équilibre de température, rompu par le froid de la nuit, se trouvait rétabli à l'intérieur des silex d'où partaient ces bruits.

Voici donc ramené à sa véritable signification le fait de la présence des silex anguleux observés au sommet du « diluvium rouge » des bas niveaux. Ce sont, en résumé, les silex roulés du diluvium qui, ayant été mis à nu et remaniés par les eaux qui apportèrent le limon, ont éclaté sur place et se sont ainsi transformés en silex anguleux, dont une partie est restée *in situ* au sommet du dépôt diluvien et dont l'autre a été entraînée et dispersée à la base du limon quaternaire recouvrant.

Nous avons maintenant à nous occuper du diluvium rouge des plateaux, diluvium presque exclusivement composé de roches anguleuses ou non roulées.

Il est à noter d'abord que, sur les immenses surfaces comprises entre les hautes terrasses des vallées et le sommet des plateaux diluviens les plus élevés, on ne rencontre plus un vestige de dépôt diluvien gris, c'est-à-dire non altéré.

C'est la conséquence logique du défaut de protection de ces dépôts quaternaires, partout fortement exposés aux intempéries et à l'infiltration des eaux pluviales.

Dans le fond et vers le bas des vallées, le diluvium est en grande partie protégé, tantôt par la pente du sol, favorable à l'écoulement superficiel et rapide des eaux météoriques, tantôt par la présence de couches difficilement perméables telles que le loess, les alluvions et limons récents recouvrant le diluvium, tantôt encore par les sables gras et les lits argilo-marneux accidentellement distribués dans la masse alluviale des bas niveaux.

Ces circonstances réunies ne permettent guère qu'une altération partielle, locale et souvent très-superficielle du dépôt diluvien, dont la base reste alors généralement grise et intacte.

Parmi ces causes de protection, la pente du sol joue un très-grand rôle,

car il est certain que, sur les flancs généralement très-inclinés des bas niveaux d'une vallée, les eaux pluviales glissent et ruissellent à la surface du sol sans pouvoir s'y infiltrer. Elles ne peuvent en tout cas s'y maintenir dans les proportions dénotées par l'absorption des eaux météoriques dans les plaines horizontales ou faiblement inclinées des niveaux supérieurs et des plateaux.

Le diluvium gris ou rouge du fond des vallées est constitué par des roches de toute nature, de provenances lointaines et diverses, toujours roulées ou fortement usées. Dans les hauts niveaux, on observe que la proportion de ces éléments roulés, d'origine différente, diminue sensiblement. Ces matériaux sont remplacés peu à peu par des roches moins roulées et d'origine plus voisine. Le diluvium — presque toujours rouge — de ces terrasses plus élevées, commence à contenir dans sa masse une certaine proportion de silex moins arrondis, dont quelques-uns même sont restés anguleux.

Lorsque enfin on arrive au diluvium — invariablement rouge — des plateaux, les éléments roulés font défaut; ils sont remplacés par des fragments concassés de grès siliceux et de meulières, par des silex brisés et anguleux de la craie, le tout de provenance relativement voisine.

Cette différence entre l'aspect et la composition lithologique du diluvium gris et rouge des vallées et ceux du diluvium toujours rouge des plateaux est fort aisée à comprendre.

Mais pour cela il nous faut reprendre la question de la formation et de l'origine du diluvium quaternaire. Cette étude est assez intimement liée à celle de l'origine du diluvium rouge pour qu'il nous soit permis de résumer rapidement l'ensemble de ces phénomènes en les exposant tels qu'ils nous paraissent découler des faits observés, dégagés des erreurs dues à l'interprétation inexacte du « diluvium rouge ».

Prenant pour type les dépôts quaternaires de la vallée de la Seine et des plateaux adjacents, reportons-nous à la phase continentale antérieure au creusement des vallées.

Les eaux courantes et sauvages qui s'étendirent en premier lieu sur ces plaines plus ou moins unies, n'ayant pu se creuser encore des conduits localisés d'écoulement, couvrirent, en déplaçant sans cesse leur cours, des surfaces étendues, où elles laissèrent comme traces de leur passage les débris

arrachés au sol et à peine concassés, qu'elles parvenaient à déplacer et à entrainer avec elles. Ces fragments, abandonnés par les eaux qui se déplaçaient sans cesse, ou bien qui ne coulèrent que pendant un temps limité, restèrent anguleux ou peu usés. Ils provenaient soit d'affleurements de roches tertiaires, soit du remaniement de l'argile à silex qui couvrait de vastes plateaux crayeux affouillés par ces eaux de la première phase d'émersion ou continentale.

Telle est l'origine des éléments du dépôt — aujourd'hui entièrement altéré et rougi — qui recouvre les hauts plateaux bordant la vallée actuelle de la Seine, et s'étend au loin dans tout le bassin de Paris.

Ce dépôt, dans bien des cas, peut avoir une antiquité très-reculée. Les eaux qui l'ont formé peuvent dater des débuts d'une phase d'émersion comprenant toute la période pliocène, ou plus encore, et s'étant continuée jusqu'au moment du creusement des vallées à l'époque quaternaire.

Outre l'argile rouge à laquelle les phénomènes postérieurs d'altération ont donné naissance dans ce diluvium des plateaux, il est possible qu'une certaine proportion d'argile rouge, provenant du remaniement de l'argile à silex — déjà formée alors — se soit trouvée mélangée aux éléments grossiers du diluvium des plateaux lors de son dépôt. Cela n'a aucune importance réelle.

Il n'est d'aucun intérêt non plus dans notre thèse de savoir si les eaux qui ont, en premier lieu, coulé sur les plateaux, où elles ont déposé le diluvium à éléments anguleux, étaient des eaux sauvages, localisées, modifiant sans cesse leurs cours et ayant successivement affouillé les différents points des plaines qu'elles ont couvertes, ou si c'étaient de véritables nappes diluviennes, puissantes, mais de courte durée.

Les deux manières de voir ont leurs adhérents; quant à nous c'est la première qui nous parait la plus rationnelle, d'autant plus qu'elle ne nécessite l'ingérence d'aucun phénomène spécial.

Nous arrivons maintenant à la période du creusement des vallées, qui ne représente autre chose que la localisation et la continuité du phénomène précédent.

Les eaux courantes, se réunissant dans les dépressions naturelles du sol,

se dirigeant vers les failles, vers les dépôts les moins résistants, etc., se localisèrent bientôt et prirent le caractère d'un réseau permanent.

Des rivières et des fleuves se trouvant ainsi formés, les vallées se dessinèrent bientôt nettement, s'approfondirent et s'élargirent graduellement par les affouillements et les déplacements latéraux du lit, qui, à aucune époque n'occupa, comme certains géologues l'admettent encore, presque toute la largeur de la vallée, mais qui, par affouillement continuel et successif, en recouvrit l'une après l'autre toutes les parties.

Par le creusement continuel de ses bords, le lit du fleuve quaternaire s'encombra peu à peu, dans toute l'étendue couverte par ses sédimentations latérales successives, des fragments de roches anciennes de toute nature qu'il détachait des parois de la vallée.

En descendant et en oscillant entre les flancs de plus en plus étroits de la vallée, le fleuve quaternaire dut abandonner des deux côtés des dépôts d'autant plus récents, plus roulés et plus hétérogènes qu'ils se rapprochaient davantage du fond actuel de la vallée.

Le dépôt primitif à fragments anguleux et d'origine voisine a été à peine remanié et roulé par le fleuve dans ses plus hautes terrasses. On retrouvera donc dans celles-ci les éléments peu usés de ce diluvium anguleux ancien, mélangés à des galets et à une minime proportion de roches apportées d'amont par les eaux du fleuve.

Dans les terrasses moins élevées, la proportion des roches anguleuses provenant du dépôt primitif diminuera rapidement et celles qui subsisteront se montreront remaniées et roulées. Les galets de silex arrondis et les roches d'origine lointaine augmenteront aussi dans des proportions très-sensibles.

Enfin, dans les terrasses inférieures et dans le fond des vallées, où le phénomène d'alluvionnement et d'usure des roches s'est continué pendant une période très-longue, on ne trouvera plus que du diluvium à cailloux roulés et arrondis, contenant une forte proportion de roches provenant des contrées d'amont.

Quant aux relations des zones intactes et des zones altérées du diluvium, c'est-à-dire du « diluvium gris » et du « diluvium rouge », elles montreront

que plus le dépôt diluvien se rapproche du fond des vallées, où les causes de protection sont nombreuses et efficaces, plus il se présentera sous son aspect normal, c'est-à-dire avec la coloration grise et sa proportion normale d'éléments calcaires. Quant aux parties entièrement altérées des plateaux, elles se montreront dépouillées de tout élément calcaire et l'on n'y retrouvera plus que les roches siliceuses ou autres ayant pu résister au phénomène d'altération.

Quant au limon quaternaire, produit de sédimentation d'une vaste nappe d'eau limoneuse, résultant, suivant toute apparence, des crues extraordinaires causées par la fonte des glaces de la période glaciaire, et qui ont dû se produire vers la fin de la phase de creusement des vallées, ce limon s'étend à la fois sur les plus hauts plateaux qu'avait autrefois recouvert le dépôt diluvien ancien et sur les flancs des vallées, où il repose sur les terrasses étagées du diluvium alluvial et il descend même jusqu'aux niveaux les plus inférieurs, où il est souvent remanié en tout ou en partie.

Sur les plateaux, le limon quaternaire, primitivement calcareux dans son état normal, est presque toujours entièrement altéré, c'est-à-dire oxydé et décalcifié par le fait d'infiltrations pluviales, qui peuvent d'ailleurs être postérieures à celles ayant altéré le diluvium rouge sous-jacent, avec lequel il a été si souvent confondu [1]. Le limon peut cependant n'être qu'en partie altéré et changé en limon brun, et alors, s'il repose sur du diluvium rouge, on aura une zone de limon calcarifère comprise entre deux zones altérées, ce qui, au premier abord, paraîtra contraire à l'exactitude de nos vues.

Nous avons déjà, à deux reprises, montré combien les cas de ce genre sont aisés à comprendre et à concilier avec le processus d'altération.

Il importe de noter que, comme l'indique la chronologie exposée par nous dans la succession des phénomènes quaternaires, *les dépôts posttertiaires des plateaux comprennent à la fois les couches les plus anciennes et les sédiments les plus récents de la période quaternaire*, puisqu'ils montrent, au-dessus du diluvium à éléments anguleux de la première phase —

[1] Le même phénomène, postérieur alors au dépôt du limon, peut cependant avoir produit très-rapidement l'altération du limon, du diluvium et même des couches tertiaires ou autres sous-jacentes.

qui peut même comprendre la période pliocène — le limon ou loess représentant la phase la plus récente des phénomènes de la période quaternaire.

Il importe aussi de ne pas confondre ce dernier limon quaternaire, postdiluvien — qui recouvre d'un manteau homogène et uniforme les plateaux, les plaines et les vallées — avec les limons successifs d'alluvionnement ou « d'inondation fluviale » qui s'étagent, en correspondance avec des dépôts caillouteux ou à éléments grossiers, sur les terrasses des grandes vallées diluviennes. La distinction de ces limons d'origine et de signification différentes n'est pas toujours facile à établir; c'est pourquoi il convient, lorsqu'on veut étudier les caractères du limon quaternaire proprement dit ou postdiluvien, de ne s'attacher qu'à l'examen du limon des plaines faiblement ondulées, et privées de grandes vallées diluviennes, comme le sont, par exemple, celles du Brabant et des Flandres.

Si nous récapitulons tout ce qui précède, relativement à l'exposé des phénomènes quaternaires, nous voyons que les conséquences logiques et rationnelles d'une thèse ne faisant appel qu'aux agents normaux et constamment agissants de la nature, aussi bien en ce qui concerne l'origine des phénomènes quaternaires qu'en ce qui a trait à l'altération des sédiments déposés, s'accordent parfaitement avec toutes les données fournies par l'étude scrupuleuse des dépôts quaternaires du bassin de Paris pour expliquer tous les phénomènes observés.

Nous ne rencontrons plus aucune des contradictions ni même des difficultés auxquelles se sont heurtées toutes les théories et les hypothèses émises jusqu'ici.

Ce résultat inespéré, nous le devons uniquement à l'application rationnelle de la thèse des phénomènes d'altération par infiltration pluviale, phénomènes qui, masquant et dénaturant les rapports des dépôts, empêchaient d'en comprendre les véritables relations chronologiques.

La signification vraie du « diluvium rouge » étant établie, on comprend qu'il n'est plus possible de considérer comme preuve d'intégrité du diluvium gris la présence, dans les gisements de silex taillés ou d'autres vestiges de l'époque quaternaire, d'un « diluvium rouge » recouvrant.

Les objets préhistoriques, les ossements, les silex taillés recueillis dans

une même coupe, dans une même carrière, comprenant les deux zones en superposition, ont une même valeur chronologique; le gisement est unique et représente, dans ses parties grises ou rouges indifféremment, une seule et même phase de l'époque quaternaire.

Il n'y a de signification chronologique différente que pour les objets trouvés, les uns dans le diluvium des bas niveaux, les autres dans celui des hauts niveaux ou dans le diluvium des plateaux, et toujours abstraction faite de la coloration des dépôts.

RÉSUMÉ.

La longue série d'observations et de faits exposés dans les pages précédentes s'offre à nous avec un remarquable enchaînement, montrant sous des dehors variés les conséquences universelles et toujours identiques au fond, d'une action très-simple d'altération et de métamorphisme, ayant affecté les dépôts, généralement superficiels, exposés à l'infiltration des eaux météoriques.

Les stratigraphes ont jusqu'ici accordé peu d'attention au rôle des infiltrations dans le métamorphisme des roches; c'est là une circonstance fâcheuse et d'autant plus regrettable que les géologues, n'ayant pu reconnaître la véritable nature des modifications si profondes qui se sont opérées dans les dépôts atteints par les infiltrations, ont très-souvent considéré comme des formations spéciales les zones superficielles altérées et modifiées; il en est résulté que la science se trouve actuellement encombrée d'opinions inexactes et d'interprétations fausses sur la signification, l'origine et l'âge d'une quantité de dépôts appartenant aux formations les plus diverses. Beaucoup de couches, supposées distinctes, seront à éliminer de la série stratigraphique, n'étant autre chose que des zones d'altération, anciennes ou récentes, d'autres dépôts connus sous des noms différents.

Ce n'est pas tout : De nombreuses théories ont été émises, dans le but d'expliquer les phénomènes d'apparences complexes accompagnant l'altération des dépôts; des hypothèses de toute nature ont vu le jour et ont formé l'objet de longues discussions, encore pendantes. Parmi ces théories, dont la plupart invoquent le concours de forces locales, accidentelles et extraordinaires, pour n'expliquer le plus souvent qu'une partie des faits observés,

il en est qui, présentées avec talent, défendues avec habileté, ont reçu la sanction de hautes autorités scientifiques.

Il en est résulté que ces hypothèses sont actuellement si profondément enracinées, qu'elles ont force de loi. Sans se donner la peine de les soumettre à une analyse consciencieuse et détaillée, on est accoutumé à faire intervenir ces hypothèses sans hésitation, dans les cas si nombreux où l'observateur se trouve en présence d'actions de métamorphisme continu et actuel dû tout simplement à l'infiltration des eaux météoriques.

C'est ainsi qu'à tout moment nous voyons invoquer, dans des cas semblables, l'action corrosive de sources, de torrents ou de ruissellements temporaires d'eaux acidulées d'origine interne, de mers aux flots acides, d'éjaculations geyseriennes; l'apparition d'eaux thermales chargées de gaz ou de matières spéciales; le dégagement d'acides carbonique, chlorhydrique ou même sulfurique, etc.

Cet état de choses constituerait un regrettable obstacle aux progrès de la géologie si, heureusement, la thèse de l'altération des dépôts par infiltration des eaux météoriques ne se présentait avec un ensemble de faits si convaincants et avec un caractère si frappant d'universalité que les préjugés et la routine ne pourront longtemps lui tenir tête et l'empêcher d'éclairer d'un jour tout nouveau le vaste horizon qu'elle dévoile aux observateurs.

C'est surtout à l'évidence des faits que nous faisons appel pour la défense des idées qui se trouvent présentées dans ce travail. Plus on réunira d'observations impartiales et consciencieuses, plus on pourra se convaincre de l'importance du phénomène que nous venons de mettre en lumière et plus on constatera la simplification considérable qu'il est appelé à apporter dans les recherches géologiques.

De l'ensemble des recherches exposées dans ce travail, il résulte clairement que les eaux d'infiltration d'origine météorique constituent un agent puissant d'altération et de métamorphisme, agissant sur toutes les roches — quelles que soient leur nature, leur composition ou leur âge — et s'attaquant surtout aux dépôts superficiels de l'écorce terrestre.

Sous des dehors d'une diversité extrême, ces phénomènes d'altération cachent une simplicité de causes et une unité d'action des plus remarquables.

Ils sont plus ou moins accentués suivant les conditions climatériques générales ou topographiques particulières, causes de variations du phénomène d'infiltration. Ils présentent quelques changements suivant la nature, la composition, l'état physique et la perméabilité de la roche, suivant son exposition plus ou moins directe ou plus ou moins prolongée à l'action des agents météoriques. Ils dépendent enfin du plus ou moins d'efficacité des différentes causes protectrices signalées au cours de ce travail.

La question d'intensité réservée, ces phénomènes d'altération se montrent aussi universels dans leurs effets qu'ils le sont dans leur cause; de plus, ils se sont opérés aussi bien pendant des périodes continentales anciennes que depuis l'émergence des terres et des continents actuels.

Lorsqu'on analyse le processus de ces phénomènes d'altération, on voit qu'il consiste surtout en actions dissolvantes et oxydantes produites par les gaz qui se trouvent à l'état libre dans les eaux d'infiltration, d'origine atmosphérique.

A la suite de ces actions si énergiques et si profondes — non par elles-mêmes, mais grâce au temps, ce multiplicateur d'une puissance infinie — les roches se dissolvent, perdent une partie de leurs éléments constitutifs ou bien subissent une série de phénomènes de décomposition et de réactions chimiques, dissociant leurs éléments, dissolvant et entraînant les uns, isolant, oxydant, combinant ou transformant les autres et donnant généralement lieu à la production de résidus friables, meubles ou argileux, souvent devenus entièrement méconnaissables. Dans certains cas, des minéraux nouveaux apparaissent par combinaison chimique d'éléments mis en liberté, ou bien encore il se produit des phénomènes de cimentation, de concrétionnement et de modification moléculaire.

C'est surtout dans les roches calcarifères, très-abondamment répandues à la surface du globe, que les phénomènes d'altération sont le mieux caractérisés et c'est dans ces dépôts que les modifications, toujours très-profondes, ont le plus souvent donné lieu à des erreurs d'interprétation fâcheuses au point de vue stratigraphique et géogénique.

Il est bien établi que la disparition des fossiles, l'élimination du carbonate de chaux, la production de résidus argileux, l'oxydation des sels ferreux et

la coloration jaune, brune ou rougeâtre des dépôts accompagnent constamment l'altération des roches calcarifères par voie d'infiltration des eaux atmosphériques.

La réunion de ces caractères, surtout dans les dépôts superficiels, est donc l'indice ordinaire de l'action de ces phénomènes d'altération. Bien que ces derniers se présentent sous des aspects variés et dans des conditions diverses, ils se retrouvent, avec un caractère fondamental toujours identique, non-seulement dans l'immense série des dépôts calcarifères, mais encore dans les roches de toute nature exposées, dans leurs affleurements, aux phénomènes d'infiltration.

Beaucoup de ces résidus d'altération, formant des zones locales, ou parfois très-développées, ont été pris par les géologues comme représentant des dépôts distincts. C'est ce qui s'est souvent présenté pour les roches purement calcaires, comme la craie, et pour les dépôts meubles, facilement perméables.

Dans ce dernier cas, les résidus décalcifiés et oxydés deviennent très-différents du dépôt primitif et la ligne de séparation présente fréquemment des apparences simulant très-curieusement des phénomènes d'érosion et de ravinement. On y a presque toujours été trompé et les conclusions tirées de ces observations ont été bien souvent préjudiciables aux recherches géologiques, par suite des difficultés et des contradictions inévitables amenées dans les résultats stratigraphiques et géogéniques.

Il importe donc beaucoup que les stratigraphes étudient sérieusement ces phénomènes d'altération et leurs conséquences si importantes. Ils ne doivent plus s'exposer à confondre, comme on l'a souvent fait jusqu'ici, des zones superficielles d'altération, sans aucune signification géologique, avec des formations distinctes, spéciales au point de vue sédimentaire.

La question de l'origine, parfois embarrassante à expliquer, de certains dépôts anciens, oxydés ou ferrugineux, sans calcaire ni fossiles, se trouve vivement éclairée par l'étude des phénomènes de métamorphisme par voie hydro-chimique ou d'infiltration. Ces dépôts, aujourd'hui enclavés au sein de la série sédimentaire, étaient autrefois émergés et ils doivent incontestablement représenter, tantôt d'anciennes zones superficielles d'altération, restées *in situ* ou bien remaniées, tantôt les produits secondaires d'aggluti-

nation ou de concrétionnement d'un phénomène d'altération identique à celui qui s'opère encore de nos jours.

La simple logique, d'accord avec les faits, nous force d'ailleurs à reconnaître que, pendant les périodes continentales anciennes de l'histoire de la terre, les mêmes phénomènes d'altération des dépôts superficiels ont dû se produire. Leur énergie devait même être plus grande et leur action plus générale, puisque les conditions climatériques, partout à la surface terrestre, se rapprochaient davantage de celles caractérisant aujourd'hui nos régions tropicales, où les phénomènes d'altération sont si constants et si bien caractérisés.

Peu de ces surfaces continentales anciennes nous sont connues; la plupart d'entre elles ont d'ailleurs été arasées par des phénomènes subséquents de sédimentation marine. Toutefois, la recherche et l'étude des dépôts altérés anciens doivent être recommandées, car les observations que l'on pourra recueillir jetteront sans nul doute de vives lumières dans les recherches géologiques et simplifieront beaucoup de problèmes géogéniques. Elles permettront, concurremment avec l'étude des dépôts altérés de la surface actuelle, l'élimination, dans la série stratigraphique, d'une foule de termes impropres et de couches dites « sans fossiles », faisant double emploi avec les dépôts de la série normale, parmi lesquels ces dernières se trouvent confondues.

On trouvera dans l'altération et dans le métamorphisme des roches par infiltration des eaux météoriques la solution d'un grand nombre de questions encore non résolues jusqu'ici en géologie.

Grâce à l'étude de ces phénomènes, les difficultés et les obstacles qui s'élevaient contre les interprétations précédemment données s'évanouissent à jamais avec celles-ci; grâce à elle aussi, la stratigraphie se débarrasse d'une foule de termes qui l'obscurcissaient et l'empêchaient d'apparaître sous son véritable aspect. Il y a plus : aux actions locales, accidentelles, extraordinaires et généralement d'origine interne, qui étaient si souvent invoquées, succède une action simple, naturelle et irrésistible dans sa puissante lenteur, universelle à la surface du globe depuis son origine,variant dans son intensité, mais jamais dans sa cause ni dans l'essence de ses manifestations variées.

Plus on scrute la nature, plus on se pénètre de la simplicité pleine de grandeur des lois qui la régissent; et chaque fois que l'on est parvenu à y découvrir, comme dans l'étude que nous terminons ici, non pas des causes extraordinaires, mystérieuses et compliquées, mais une loi bien définie, rationnelle et aisément vérifiable, on peut espérer avoir exactement interprété les faits observés.

Tout en ayant essayé d'attirer l'attention de nos confrères sur les phénomènes si intéressants dont l'étude a fait l'objet de ce travail, nous regrettons de n'avoir pu rendre ces recherches aussi complètes que nous l'eussions désiré et de n'avoir pu fournir à cette belle cause un plus habile défenseur. Heureusement pour nous, c'est surtout à l'évidence des faits que cette thèse fait appel pour apparaître dans sa saisissante simplicité et dans la pleine lumière de ses résultats, si importants pour l'étude de la géologie.

EXPLICATION DE LA PLANCHE.

NOTA. — Dans toutes les figures de cette planche les zones intactes et les zones altérées d'un même dépôt sont indiquées par la même lettre, le signe ′ indiquant invariablement la zone altérée.

FIGURE 1. — *Coupe transversale de la vallée de la Senne à Bruxelles, montrant les causes protectrices ayant empêché l'altération des dépôts de la rive gauche.* (Voir pp. 30, 84, 88 et 144.)

Dépôts normaux.	*Dépôts altérés.*
	A′ Sables et grès ferrugineux (infiltrés).
	B′ Sables fins micacés (sables chamois) (idem).
C Argile glauconifère.	C′ Argile glauconifère infiltrée.
D Sables fossilifères de Wemmel.	D′ Sables quartzeux jaunâtres, sans fossiles.
E Sables et grès calcarifères laekeniens.	E′ Sables quartzeux verts, sans fossiles.
F Sables et grès { calcarifères / siliceux } bruxelliens.	F′ Sables quartzeux verdâtres, sans fossiles.
G Sables, grès et psammites paniseliens.	
H Sables et argiles ypresiens.	
x Ergeron ou limon quaternaire calcarifère.	*x*′ Limon brun ou terre à briques.

z Alluvions anciennes et modernes.

A, B, C, D représentent le wemmelien (éocène supérieur), E et F représentent respectivement le laekenien et le bruxellien (éocène moyen) et G et H le paniselien et l'ypresien (éocène inférieur).

FIGURE 2. — *Coupe passant par les fossés de six des forts détachés d'Anvers, montrant la disposition des zones superficielles d'altération (sables jaunes et sables verts) des dépôts pliocènes* (dressée d'après M. Dejardin). (Voir pp. 40 et 101.)

A Sables quaternaires campiniens, surmontés de terre végétale.
B, B′ Sables moyens et sables supérieurs d'Anvers (scaldisien de Dumont).
C, C′ Sables inférieurs d'Anvers, à Panopées et à Pétoncles (diestien *partim* Dumont).

Le « crag jaune » et les « sables verts diestiens » des auteurs sont respectivement constitués par les zones superficielles d'altération B′ et C′.

FIGURE 3. — *Coupe relevée dans les sables laekeniens à Bruxelles, montrant la continuité des bancs de grès dans les poches d'altération, sous forme de guirlandes sableuses.* (Voir pp. 70 et 91.)

A Sable blanc calcarifère laekenien.	A′ Le même, changé en sable quartzeux vert, sans fossiles.
B Bancs de grès tendres, à ciment calcaire.	B′ Les mêmes, changés en sables meubles, oxydés, brunâtres.

FIGURE 4. — *Coupe montrant les traces d'agrandissements successifs des poches d'altération dans les sables laekeniens, ainsi que la continuité du gravier siliceux, base du système.* (Voir p. 70 et 72.)

X Dernier banc, très-dur, formant le sommet des sables et grès bruxelliens.
A, B Sables et grès calcarifères laekeniens. A′, B′ Résidus des mêmes, oxydés et décalcifiés.
C Gravier fossilifère, base du laekenien. C′ Gravier siliceux traversant les poches.
x Zones d'oxydation et de concrétionnement montrant les agrandissements successifs des poches.

FIGURE 5. — *Coupe montrant les allures de la zone superficielle d'altération dans le calcaire grossier de Paris* (d'après Belgrand). (Voir p. 76 et 104.)

A Calcaire grossier moyen, traversé par quelques bancs durs B à ciment calcaire.
A′ Zone superficielle altérée, changée en argile sableuse rouge, oxydée et décalcifiée.
(Les bancs durs B sont dissous au contact de la zone d'altération.)
C Dépôt quaternaire ou moderne.

FIGURE 6. — *Coupe relevée au Wyngaerdberg, à Bruxelles, montrant l'allure du contact des deux zones du limon quaternaire, ainsi que l'intercalation d'une zone restée normale entre deux couches altérées* (communiquée par M. Rutot). (Voir pp. 85 et 147.)

A Limon calcarifère ou ergeron.
A′ Limon brun ou terre à briques.
B Diluvium quaternaire, avec sédiments éocènes remaniés : quaternaire ancien.
C Sables blancs calcarifères laekeniens, avec grès à ciment calcaire.
C′ Résidu quartzeux verdâtre, sans fossiles, avec zones meubles brunâtres oxydées.

FIGURE 7. — *Coupe des dépôts pliocènes des cales sèches à Anvers, montrant l'indépendance des divisions stratigraphiques d'avec le caractère de la coloration.* (Voir pp. 96 et 99.)

A Étage des sables moyens d'Anvers à *Isocardia cor.*
B Couche avec galets et éléments remaniés, base des sables à *Trophon antiquum.*
C Zone non infiltrée, ni rubéfiée, des sables supérieurs à *Trophon antiquum.*
C′, D′, E′ Zone supérieure, altérée et rubéfiée, des sables supérieurs, avec banc coquillier.
F, G Dépôts quaternaires et modernes.
Les parties non altérées et restées grises A, B, C constituaient l'ancien *crag gris*, tandis que les zones altérées C′, D′, D′ représentent le *crag jaune* des auteurs.

FIGURE 8. — *Coupe des terrains rencontrés par les puits et par la galerie de prise d'eau de la commune de Morlanwelz, montrant les traces de phénomènes d'altération effectués sur une surface émergée ancienne* (communiquée par MM. Cornet et Briart). (Voir p. 106.)

A et B Dépôts quaternaires et modernes; limons, etc.
C′ Sable bruxellien altéré, remanié et représentant sans doute le diluvium ancien.
D, D′ Sable bruxellien, presque partout altéré (oxydé et décalcifié) passant à :
E, E′ Sable marneux imperméable, d'un blanc grisâtre, avec grès calcaires, resté presque partout intact.
F, F′ Argilite de Morlanwelz, jaune ou brune et décalcifiée en F′; d'un gris bleu foncé et fossilifère en F.
G, G′ Sable fin, contenant les mêmes fossiles que F, altéré sur 60 mètres environ à partir des points d'affleurement.

FIGURE 9. — *Coupe du diluvium des carrières d'Ivry, montrant le rôle des sables gras dans la non-rubéfaction des couches sous-jacentes du diluvium quaternaire.* (Voir p. 156.)

A, A′ Lits de galets, graviers et sables grossiers; gris et calcaires en A; rouges, argileux et décalcifiés en A′.
B, B′ Sables fins alternant avec les précédents; gris et calcarifères en B; rouges, argileux et décalcifiés en B′.
C Sables gras imperméables, ayant empêché l'altération du diluvium sous-jacent.
D Couche marneuse perméable et en partie désagrégée et fissurée.
E, F Limon quaternaire et sol végétal.

FIGURE 10. — *Coupe du diluvium quaternaire, à Paris, montrant les allures et la disposition de la zone superficielle altérée ou « diluvium rouge » en contact avec le « diluvium gris »* (d'après M. Belgrand). (Voir p. 152.)

A Mélange d'éléments siliceux avec galets calcaires et sédiments calcarifères grisâtres (diluvium gris).
A′ Éléments siliceux noyés dans une argile rouge. privé de calcaire. résultant de l'altération de la zone calcaire A (diluvium rouge).
x, *y*, *z* Lits continus de galets de silex, montrant l'absence de remaniement au sein des poches de diluvium rouge A′.

TABLE DES MATIÈRES.

Fig 1

Fig 2

Borsbeek

Wyneghem

Fig 3

Fig 5

Fig 4

Fig 6

Fig 7

Fig 8

Fig 9

Fig 10

van den Broeck del.

RECHERCHES

SUR

LES ANNÉLIDES

RECUEILLIES

par M. le professeur Édouard Van Beneden pendant son voyage au Brésil et à la Plata,

PAR

ARMAUER HANSEN,

Directeur du Musée de Bergen (Norwège).

(Présenté à la Classe des Sciences dans la séance du 8 janvier 1881.)

RECHERCHES

SUR LES ANNÉLIDES

recueillies par M. le professeur Éd. Van Beneden pendant son voyage au Brésil et à la Plata.

M. le professeur Édouard Van Beneden a bien voulu me communiquer la collection des Annélides recueillies par lui dans la baie de Rio de Janeiro. Quelques-unes appartiennent à la faune littorale proprement dite; la plupart sont le produit de dragages exécutés dans toutes les parties de la baie et vivaient à une profondeur variant entre 3 et 40 brasses.

Le plus grand nombre des espèces me sont complétement inconnues, et quoique j'aie étudié avec le plus grand soin toute la littérature relative aux Annélides exotiques, je n'ai rencontré dans la collection dont l'examen m'a été confié que trois ou quatre formes déjà décrites. Elles se trouvent renseignées dans la Monographie de M. Kinberg [1]. Ni dans les travaux de M. de Quatrefages [2], ni dans les Mémoires de Grube je n'ai trouvé signalées les formes que j'ai sous les yeux. Si donc au début j'ai cru devoir attribuer au peu de connaissances que je possède sur les Annélides équatoriales l'impossibilité de rapporter les espèces recueillies par M. Van Beneden aux formes actuellement connues, j'ai acquis aujourd'hui la conviction que la

[1] Kinberg, *Annulata, Fregatten Eugenies resa* et *Annulata nova*, Öfversigt af Kongl. svenska Vettenskaps-akademiens handlingar.

[2] *Histoire naturelle des Annelés.*

cause en est dans le peu de matériaux qu'il a été donné d'étudier aux naturalistes qui se sont spécialement consacrés à l'étude des Annélides. Il est à remarquer du reste que la conservation de ces animaux présente de réelles difficultés. A ce point de vue la collection des Annélides qui m'a été confiée est des plus remarquables : la plupart des individus traités directement par l'alcool absolu se trouvaient en parfait état de conservation.

J'ai cru nécessaire de figurer exactement les parties caractéristiques de chacune des espèces nouvelles que je décris. Je crois que la meilleure description ne vaut pas un bon dessin, et s'il m'est arrivé de décrire comme nouvelle l'une ou l'autre forme déjà connue, il sera facile, grâce aux planches qui accompagnent mon texte, de constater le fait et de rectifier l'erreur.

1. EURYTHOË BRASILIENSIS, *n. sp.*

(Pl. I, fig. 5-9.)

Plusieurs exemplaires; le plus long mesure 50 millimètres de longueur et 5-8 millimètres de largeur. La caroncule va jusqu'au quatrième anneau et a ses bords plissés (fig. 5). Au premier segment il n'y a pas de branchies. Les branchies sont arbusculiformes. Les soies de la rame dorsale des pieds affectent deux formes : les unes ont une pointe longue et droite et portent à leur base un petit denticule (fig. 8 *a*); les autres plus épaisses et droites ont un bord dentelé; la pointe des dents est tournée en bas (fig. 8 *b*); les soies de la rame ventrale fourchues ont une des dents assez longue, l'autre étant très-courte (fig. 9).

2. APHRODITA ACULEATA (?), Linné.

(Pl. I, fig. 1-4.)

L'animal a 7 centimètres de longueur et 4 centimètres de largeur; trente-six anneaux; la voûte tomenteuse est très-épaisse; deux petits yeux à l'extrémité antérieure du lobe céphalique; un tentacule très-petit et les deux palpes médiocrement longues (fig. 1); pas de cirrhes tentaculaires.

Quinze paires d'élytres incolores, complétement lisses, sans traces de tubercules, mais pourvues d'un réseau nerveux richement ramifié. Les soies de la rame dorsale des pieds sont très-grêles (fig. 2 et 3); celles de la rame ventrale sont longues, épaisses, lisses et brunes (fig. 4).

La forme du lobe céphalique diffère un peu de celle de l'*Aphrodite aculeata* et les soies dorsales sont aussi plus longues que celles de l'espèce de nos mers; mais les différences me semblent trop insignifiantes pour justifier l'établissement d'une espèce nouvelle. Peut-être l'animal est-il plus voisin de l'*A. anterus*, Quatrefages [1], que de l'*A. aculeata*.

3. POLYNOË JANEIRENSIS, Quatrefages, *Annelés,* p. 255.
HALOSYDNA BRASILIENSIS, Knbg., *Eugenies resa,* p. 36, pl. V, fig. 22.

En faisant la description des Annelés recueillis par l'expédition norwégienne dans les mers du Nord, ouvrage qui paraîtra prochainement, j'ai expliqué les arguments qui m'empêchent d'admettre tous les genres de Polynoïdes créés par MM. Kinberg et Malmgren. Je ne les répéterai pas.— L'animal dont il est ici question est bien le *Polynoë janeirensis* de Quatrefages, pour lequel M. Kinberg a proposé le nom de *Halosydna brasiliensis.* A mon avis, cette dénomination nouvelle ne se justifie pas.

4. PSAMMOLYCE KINBERGI, *n. sp.*

(Pl. 1, fig. 10-15.)

Le tentacule fait défaut; deux yeux à la base du tentacule (fig. 10). Les soies de la rame dorsale grêles et serrulées (fig. 12); les soies de la rame ventrale falcigères; les rames ont l'article terminal assez long et grêle (fig. 13 *a*); chez les autres il est plus court et plus épais et il présente une trace de fente à la pointe (fig. 13 *b*). Les élytres (fig. 11), richement ciliées, triangulaires, sont, comme le milieu du dos, incrustées de sable.

[1] *Annelés,* p. 194, pl. VI, fig. 8.

5. MACROPHYLLUM BENEDENII, *n. sp.*

(Pl. I, fig. 14-17.)

L'extrémité antérieure seule est bien conservée. Lobe céphalique très-large et bref; deux antennes seulement; deux yeux; quatre cirrhes tentaculaires à chaque côté; ils sont fixés sur le premier anneau; la trompe, élargie à son extrémité, est pourvue d'une rangée de papilles sphériques (fig. 14). Le cirrhe supérieur des pieds forme un ovale à peu près quadrilatère (fig. 16). Le cirrhe inférieur, assez étroit, dépasse un peu la partie sétigère du pied; celle-ci est simple et pourvue d'une acicule et de soies composées, dont la tige est dentelée d'une façon particulière à son bout supérieur (fig. 17). L'article terminal des soies est aussi finement dentelé le long d'un des bords.

6. HESIONE MARGARITÆ, *n. sp.*

(Pl. I, fig. 18-22.)

Plusieurs exemplaires. Le plus grand mesure 75 millimètres de longueur et 5 millimètres de largeur, sans compter les pieds; dix-sept anneaux. La surface dorsale des anneaux transversalement striée avec un éclat brunâtre (fig. 18). Quatre grands yeux. Les soies falciformes; l'article terminal avec deux petits denticules à la pointe et un peu au-dessous du même, sur le bord concave, un denticule plus long et grêle, un peu courbé, qui s'élève un peu au-dessus de la pointe (fig. 22).

7. SYLLIS BREVICIRRIS, *n. sp.*

(Pl. II, fig. 1-5.)

D'après Langerhans [1], l'animal serait un *Xenosyllis;* mais il n'est pas le *Xenosyllis scabra,* Ehlers. Les antennes sont très-courtes; quatre petits yeux; les cirrhes dorsaux également assez courts. Les soies falcigères; l'article terminal dentelé le long du bord concave (fig. 3).

[1] *Die Wurmfauna von Madeira,* ZEITSCHRIFT FÜR WISSENSCHAFTLICHE ZOOLOGIE, Bd.

8. EUNICE PARVA, *n. sp.*

(Pl. II, fig. 4-7.)

Longueur : 1 centimètre; largeur : 0,5 millimètres.

Le lobe céphalique est bilobé en avant; tentacules moniliformes; deux petits yeux en dehors et en arrière des tentacules extérieurs. Les branchies apparaissent à partir du sixième ou du septième anneau; elles sont pectiniformes avec quatre branches (fig. 5). Les soies supérieures du faisceau sont des soies capillaires lisses (fig. 7 *a*); les inférieures falcigères ont l'article terminal enveloppé d'un manteau et la pointe fendue (fig. 7 *b*). Les mâchoires supérieures (fig. 6 *a*) sont allongées; des mâchoires inférieures, la droite a sept dents, tandis que la gauche n'en a que quatre (fig. 6 *c*). Le labre (fig. 6 *b*) porte en avant quelques dents rudimentaires.

9. NAUPHANTA BRASILIENSIS, *n. sp.*

(Pl. II, fig. 8-13.)

L'animal, assez long, a environ 10 centimètres de long et seulement 5-6 millimètres de large. Le lobe céphalique bilobé; cinq tentacules courts; le moyen, le plus long, va jusqu'au premier anneau sétigère quand il est recourbé en arrière. L'anneau buccal est formé de deux membres dont l'antérieur a plus de deux fois la longueur du postérieur. Les branchies font défaut sur les trente et un à trente-deux anneaux antérieurs; plus en arrière, elles sont petites, pectiniformes et à quatre branches (fig. 9). Les soies affectent cinq formes : les supérieures sont lisses, capillaires (fig. 10), et parmi celles-ci il y a quelques soies à ciseau (fig. 13); suivent deux sortes de soies composées (fig. 11), les unes avec article terminal pointu, plus court que chez les autres, et enfin des soies aciculaires de deux sortes avec la pointe faiblement fendue (fig. 12).

10. NICIDION INCERTA, *n. sp.*

(Pl. II, fig. 19-21.)

L'animal a beaucoup de ressemblance avec le *N. gallopagensis*, Kinberg; les cirrhes dorsaux sont pourtant un peu plus longs et les soies ont aussi un autre aspect que celles figurées par Kinberg.

11. NAUSICAA MINIMA, *n. sp.*

(Pl. II, fig. 22-25.)

Un exemplaire, de petite dimension, a le lobe céphalique bilobé et cinq tentacules courts. Les branchies commencent au seizième anneau et sont cirrhiformes (fig. 25). Deux acicules à chaque faisceau de soies; celles-ci sont de deux sortes : les supérieures (fig. 23) faiblement courbées en S et étroitement limbées; les inférieures falcigères ont l'article terminal enveloppé d'un manteau et leur pointe est pourvue de deux petites dents.

12. ARABELLA DUBIA, *n. sp.*

(Pl. II, fig. 14-18.)

L'extrémité antérieure du corps est seule conservée; elle montre la plupart des caractères du genre *Arabella*. Cependant les soies ne sont pas dentelées à la base de l'extrémité supérieure (fig. 16), comme elles le sont chez l'*A. quadristriata*, Grube. (Voir Ehlers, *Die Borstenwürmer*.) Les mâchoires diffèrent aussi de celles de l'*A. quadristriata*. Les porteurs (*die Träger*) ne sont pas à beaucoup près aussi longs (fig. 17) et les dents font défaut aux mâchoires antérieures (troisième et quatrième paires). Le labre (fig. 18) est aussi d'une tout autre conformation; c'est pourquoi il me reste un doute sur la question de savoir si l'animal peut être considéré comme une Arabelle. Tout dépend de la valeur qu'il convient d'attribuer aux mâchoires au point de vue de l'établissement des coupes génériques. A cause de la ressemblance des caractères extérieurs avec ceux des Arabelles, je place provisoirement l'animal dans ce genre au lieu de créer un nom générique nouveau.

13. DIOPATRA BRASILIENSIS, Kinberg.

(Pl. II, fig. 26-32 et pl. III, fig. 1-3.)

Beaucoup d'exemplaires de tailles diverses.

Le tentacule moyen est le plus long. Les branchies commencent au cinquième anneau; dans les quatre anneaux antérieurs se trouvent seulement des soies aciculaires (pl. III, fig. 1); dans les anneaux branchifères il y a des soies de deux sortes, des soies capillaires un peu incurvées avec le bout en forme de sabre (fig. 2) et des soies à ciseau (fig. 3).

En comparant l'animal aux figures de Kinberg, je trouve beaucoup de ressemblance avec *D. brasiliensis* de cet auteur; cependant il y a quelques différences qui tiennent peut-être à des inexactitudes dans la description ou à l'état défectueux de conservation des exemplaires que M. Kinberg a eu entre les mains.

14. DIOPATRA VARIEGATA, *n. sp.*

(Pl. III, fig. 4-14.)

Un exemplaire assez long. Les tentacules à base annelée; le moyen et les deux qui l'avoisinent à peu près également longs; les extérieurs et inférieurs de moitié plus longs. Deux yeux pâles. Les branchies commencent au quatrième anneau. Les antennes plus courtes que les bases des tentacules (fig. 5).

Les pieds des trois anneaux antérieurs ont un cirrhe dorsal assez long et un cirrhe ventral court dont la pointe se prolonge en une sorte de langue (fig. 6). Les soies dans ces pieds sont très-longues, grêles et un peu courbées; elles portent à la pointe deux denticules (fig. 11). Des soies semblables se trouvent aussi dans les premiers segments branchifères. Plus en arrière on trouve, comme chez tous les Diopatres, des soies en partie capillaires, pointues et étroitement limbées (fig. 14), en partie des soies à ciseau (fig. 12), et dans un faisceau, au-dessous de celles-ci, des soies aciculaires avec la pointe recourbée en haut (fig. 8 et 13). Les branchies disparaissent au trentième anneau.

15. ONUPHIS TENUIS, *n. sp.*

(Pl. III, fig. 15-22.)

Le tentacule moyen un peu plus court que les deux tentacules supérieurs; les deux inférieurs très-courts, mesurant à peine un quart de la longueur des deux supérieurs. Les antennes pyriformes plus courtes que les bases annelées des tentacules (fig. 16). Les branchies apparaissent au sixième anneau; elles sont pectiniformes, les antérieures seulement ont deux branches, les postérieures en comptent cinq ou six (fig. 18 et 20). Dans les cinq anneaux antérieurs il n'y a que des soies aciculaires avec une pointe courbée à trois dents (fig. 21 *b*). Dans les anneaux postérieurs il y a des soies capillaires étroitement limbées (fig. 22), et seulement quelques soies à ciseau (fig. 19) et deux ou trois soies aciculaires assez épaisses avec la pointe bifide (fig. 21 *a*).

16. NEREIS GRACILIS, *n. sp.*

(Pl. III, fig. 23-26.)

15 centimètres de longueur sur une largeur de 1 millimètre. Le lobe céphalique assez long; les antennes distantes dépassent un peu les palpes qui ont un article terminal sphérique. Les quatre yeux assez grands, les antérieurs sont les plus grands. Les cirrhes tentaculaires supérieurs et internes ont à peu près quatre fois, les inférieurs et extérieurs deux fois la longueur du lobe céphalique. Les pieds ont tous la même forme dans toute la longueur du corps (fig. 24). Les soies du faisceau supérieur spinuleuses avec l'appendice finement denticulé (fig. 25); les soies supérieures du faisceau central ont la même structure, les soies inférieures du même faisceau falcigères avec l'appendice finement denticulé (fig. 26).

17. NEREIS LATA, *n. sp.*

(Pl. III, fig. 27-30.)

Long de 10 centimètres et large de 6 à 8 millimètres. Le lobe céphalique très-allongé, les antennes médiocrement longues, très-rapprochées, dépassent un peu les palpes qui ont un article terminal sphérique. Les cirrhes tentaculaires internes sont à peu près deux fois aussi longs que la tête, les extérieures de moitié plus longs. Les soies grêles; celles du faisceau supérieur et les supérieures du faisceau inférieur spinuleuses avec l'appendice assez long, grêle et lisse (fig. 29); les soies inférieures du faisceau inférieur falcigères avec un appendice mince et lisse, courbé à la pointe (fig. 30).

18. NEREIS COERULEA, *n. sp.*

(Pl. III, fig. 31 et pl. IV, fig. 1-3.)

Environ 5 centimètres de longueur et 3-4 millimètres de largeur. Le lobe céphalique assez long, plus large à la base; pas d'yeux visibles. Les antennes courtes, très-rapprochées. Les palpes grandes ont des articles terminaux sphériques. Les cirrhes tentaculaires courts; les internes sont les plus longs; un peu plus longs que les palpes. La couleur du dos vert-bleu. Dans le faisceau supérieur il n'existe que deux ou trois soies spinuleuses (pl. IV, fig. 1) avec des appendices assez courts, finement denticulés le long d'un des bords; dans le faisceau inférieur deux soies semblables, le reste du faisceau est formé de huit à dix soies falcigères avec l'appendice dépourvu de denticules et dont la couleur varie du brun au noir. L'extrémité de la tige est également noire.

19. NEREIS GLASIOVI, *n. sp.*

(Pl. IV, fig. 4-7.)

Le lobe céphalique oblong, ovoïde; les antennes assez longues, distantes, dépassant un peu les grosses palpes qui ont des articles terminaux sphériques. Les yeux de grande dimension; les antérieurs, qui sont oblongs, sont les plus

grands. Les cirrhes tentaculaires, passablement longs, atteignent le bord recourbé jusqu'au bord postérieur du cinquième anneau. Les soies du faisceau supérieur spinuleuses; il en est de même des soies supérieures du faisceau inférieur; elles ont des appendices très-grêles et lisses (fig. 6). Les soies inférieures du faisceau inférieur sont falcigères avec des appendices très-courts pourvus de quelques rares denticules à leur bord concave (fig. 7).

20. NEREIS MINOR, *n. sp.*

(Pl. IV, fig. 8-12.)

Environ 4 centimètres de longueur et 4 millimètres de largeur. Le lobe céphalique très-allongé. Les palpes de moitié plus longues que la tête, avec des articles terminaux sphériques; les antennes n'atteignent pas le bout des palpes. Les cirrhes tentaculaires courts, à peu près aussi longs que la tête.

Les paragnathes I et II, V et VI manquent (fig. 8 et 9). Les soies spinuleuses et falcigères distribuées comme à l'ordinaire; leurs appendices sont finement denticulés (fig. 11 et 12).

21. NEREIS ACULEATA, *n. sp.*

(Pl. IV, fig. 13-17).

Longueur, 3 centimètres; largeur, 3 millimètres. Le lobe céphalique allongé; les palpes de moitié plus longues portent des articles terminaux cylindriques; les cirrhes tentaculaires sont courts, aussi longs que les palpes. Les paragnathes III manquent; les paragnathes IV forment deux crêtes transversales non dentelées. Les soies sont très-grêles, spinuleuses et falcigères, distribuées comme à l'ordinaire; l'appendice des soies spinuleuses lisse, ceux des soies falcigères avec quelques denticules au bord concave.

22. NEREIS OBSCURA, *n. sp.*

(Pl. IV, fig. 18-24.)

Longueur, 6 centimètres; largeur, 4-5 millimètres. Le lobe céphalique oblong; les antennes très-courtes, atteignant la pointe des palpes qui ont des articles terminaux sphériques. Tous les paragnathes sont présents; le cinquième et le sixième sont cannelés (fig. 20), les autres conoïdes. Les soies spinuleuses et falcigères distribuées comme à l'ordinaire, toutes deux avec des appendices dentelés (fig. 23 et 24). La couleur de l'animal est brun foncé.

23. NEREIS MICROPHTHALMA, *n. sp.*

(Pl. IV, fig. 25-28.)

Longueur, 3 centimètres; largeur, 3 millimètres. Le lobe céphalique allongé avec la base un peu plus large et des yeux indistincts. Les antennes dépassent les palpes, qui ne sont qu'un peu plus longues que la tête. Les cirrhes tentaculaires assez courts, les plus longs de moitié plus longs que la tête. Les soies spinuleuses et falcigères distribuées comme à l'ordinaire; les spinuleuses avec des appendices ténus et dentelés; les falcigères avec des appendices bruns et pourvus de quelques denticules (fig. 27 et 28).

24. NEREIS MACROCEPHALA, *n. sp.*

(Pl. IV, fig. 29-33.)

Le lobe céphalique assez long, à peu près aussi long que les trois premiers anneaux réunis; les antennes rapprochées l'une de l'autre, à peu près de moitié aussi longues que la tête. Les palpes grosses, épaisses avec des articles terminaux petits, cylindriques. Les cirrhes tentaculaires assez courts; les supérieurs, qui sont les plus longs, atteignent, quand ils sont recourbés, le bord postérieur du cinquième anneau. Tous les paragnathes existent; le

premier porte deux dents aiguës placées l'une derrière l'autre, le second une rangée double de denticules obliquement dirigés; il y en a sept dans chaque rangée; le troisième a deux dents placées l'une à côté de l'autre; le quatrième est muni de sept dents groupées circulairement (fig. 29); le cinquième porte deux rangées de dents très-irrégulièrement situées; le sixième est pourvu de dents disposées en un triangle; le septième et le huitième ont des rangées de dents situées en travers de la trompe (fig. 30). Les pieds ont la même structure dans toute la longueur du corps. Les soies spinuleuses et falcigères sont distribuées comme à l'ordinaire; les spinuleuses ont des appendices à peu près droits, grêles et pourvus de très-petits denticules à l'un des bords; les soies falcigères avec des appendices relativement longs, à peu près droits, pourvus de dents assez longues le long du bord concave.

25. NEREIS FEROX, *n. sp.*

(Pl. IV, fig. 34-39.)

Le lobe céphalique assez long, à peu près aussi long que les trois premiers anneaux réunis. Les antennes rapprochées l'une de l'autre, de moitié plus longues que la tête. Les palpes grosses, épaisses, avec des articles terminaux cylindriques, arrondis. Les cirrhes tentaculaires courts dépassent un peu les antennes. Tous les paragnathes existent : le premier et le second ont une dent unique; le troisième porte trois rangées de denticules; le quatrième est muni de pièces assez longues, transversalement situées; le cinquième a quatre rangées de petits denticules; le sixième est pourvu de nombreux denticules groupés en plusieurs rangées (fig. 36); le septième et le huitième en présentent chacun une rangée unique (fig. 35). Les parapodes présentent les mêmes caractères dans toute la longueur du corps : ils portent deux faisceaux de soies (fig. 37). Les soies spinuleuses et falcigères sont distribuées comme à l'ordinaire; les soies spinuleuses ont des appendices très-grêles finement denticulés à l'un des bords (fig. 38); les soies falcigères portent des appendices sans denticules (fig. 39).

26. NEREIS SCOLOPENDROIDES, *n. sp.*

(Pl. IV, fig. 40-43.)

Longueur, 5 centimètres; largeur, 4 millimètres. Le lobe céphalique allongé, les antennes distantes et courtes, n'atteignent pas la pointe des palpes qui ont des articles terminaux sphériques. Les cirrhes tentaculaires courts; les supérieurs sont les plus longs; ils sont un peu plus longs que la tête. Les pieds ont les mêmes caractères dans toute la longueur du corps. Les soies distribuées comme à l'ordinaire; les soies spinuleuses ont des appendices assez longs et finement denticulés (fig. 42); les soies falcigères ont des appendices assez épais et denticulés au bord concave (fig. 43).

27. PHYLLONEREIS BENEDENII, *n. g. et n. sp.*

(Pl. VII, fig. 15-20.)

Le lobe céphalique assez long avec quatre yeux; les postérieurs sont les plus grands et sont placés au bord postérieur du sommet de la tête; les antérieurs situés un peu en arrière du milieu des bords externes de la tête; deux antennes très-courtes et épaisses; les palpes très-épaisses, seulement visibles à la face ventrale, parce qu'elles ne dépassent pas la tête; leurs articles terminaux, situés à peu près à la face ventrale, sont sphériques. De chaque côté il existe quatre cirrhes tentaculaires très-courts ne dépassant pas la tête. Les pieds de la partie antérieure du corps sont semblables aux parapodes ordinaires des Néréidiens : ils portent des cirrhes dorsaux et ventraux (fig. 15). Dans la partie postérieure du corps le cirrhe dorsal est transformé en une feuille comme chez les Phyllodociens (fig. 16). Les soies sont des soies ordinaires des Néréidiens, spinuleuses et falcigères, les premières avec des appendices grêles et lisses (fig. 20), les autres plus épaisses avec des appendices également sans denticules (fig. 19). Les mâchoires (fig. 17 et 18) manquent complétement; les dents ont un bord tranchant. La transformation du cirrhe dorsal en un organe foliacé dans les parapodes est un caractère assez important pour justifier la création d'un genre nouveau.

28. OPHELINA BRASILIENSIS, *n. sp.*

(Pl. V, fig. 1-4.)

Trente-quatre à trente-six anneaux branchifères. L'extrémité antérieure aboutit à un lobe céphalique pointu. Il n'existe pas de fosses latérales aux côtés de la tête; mais en revanche il y a deux bosselures qui corresponden' peut-être aux fonds des fosses couverts de bourgeons. Les branchies atteignent le milieu du dos (fig. 1). L'extrémité postérieure présente à peu près la forme d'une cuiller (fig. 2 et 3) dont la concavité serait dirigée en bas; le cirrhe anal est assez court. Une coupe transversale du corps (fig. 4) fait voir une ressemblance complète avec un Ammotrypane; les soies sont grêles, capillaires et lisses.

29. OPHELINA KINBERGII, *n. sp.*

(Pl. V, fig. 5-10.)

La tête conique, pointue, un peu tronquée; vingt-huit anneaux; les branchies un peu plus longues que la hauteur du corps (fig. 5); elles manquent aux deux derniers anneaux. L'extrémité postérieure aboutit à un entonnoir très-court (fig. 7), non dentelé sur son bord et sans cirrhe anal. La fente ventrale assez profonde, les fouloires triangulaires à la coupe (fig. 6). Deux faisceaux de soies dans chaque pied (fig. 9); les soies lisses et grêles (fig. 8).

30. CHÆTOPTERUS PERGAMENTACEUS, Cuv.

L'animal n'est pas bien conservé, mais appartient vraisemblablement à cette espèce.

31. CIRRATULUS DANIELSENI, *n. sp.*

(Pl. V, fig. 11-15.)

Ce petit animal a été représenté grandeur naturelle à la figure 12. Il possède des branchies seulement dans la partie antérieure du corps. Le lobe céphalique antérieurement arrondi; les branchies font défaut au premier anneau; elles apparaissent au second et sont disposées en rangées transversales aux cinquième et sixième anneaux (fig. 11). Plus en arrière, une branchie unique à chaque côté des anneaux; elles sont assez longues et enchevêtrées d'une manière à peu près inextricable. Les anneaux sont très-courts et portent de chaque côté deux faisceaux de soies. Les soies dorsales grêles, lisses et incolores (fig. 14); les soies ventrales courbées en S et brunes, plus fortes que les précédentes (fig. 15).

32. GLYCERA EDENTATA, *n. sp.*

(Pl. V, fig. 16-18.)

Un animal assez long; la trompe étendue tout à fait lisse, longitudinalement striée et sans mâchoires (fig. 16); les pieds (fig. 17) avec deux lèvres et deux faisceaux de soies; les soies composées avec des appendices longs et un peu courbés (fig. 18).

33. GLYCERA INCERTA, *n. sp.*

(Pl. V, fig. 19-22.)

Un exemplaire de petite dimension présente la trompe étendue (fig. 19); celle-ci est renflée à l'extrémité antérieure et porte en ce point quatre mâchoires (fig. 19). (Pour la forme des mâchoires, voir fig. 21.) Les pieds avec deux lèvres et deux faisceaux de soies (fig. 20); les soies composées avec des appendices à peu près droits et lisses (fig. 22).

34. ARICIA FORMOSA, *n. sp.*

(Pl. V, fig. 23-27.)

Le lobe céphalique conique, assez pointu. La partie antérieure du corps aplatie se constitue de dix-neuf anneaux; la partie postérieure du corps a la face ventrale arrondie et le dos plat. Les branchies apparaissent au cinquième anneau, s'agrandissent en arrière et atteignent leur longueur maximum au vingtième segment. A la rame ventrale des pieds de la partie antérieure une feuille dentelée (fig. 24). A partir du treizième anneau, il y a dans cette rame des soies aciculaires, dont la supérieure est très-longue, tandis que les autres ne sont libres que par la pointe (fig. 25). Les autres soies ont la forme ordinaire des soies des *Aricias* (fig. 27 *b*). Depuis le vingtième segment les soies sont situées dans deux petits tubercules, dont le dorsal est placé dans le dos, le ventral à la limite, entre le dos et la face latérale (fig. 26). Les soies ne sont pas annelées ici, mais seulement finement dentelées le long d'un des bords dans le faisceau dorsal (fig. 27 *a*), et tout à fait lisses dans le faisceau ventral.

35. ARICIA ARMATA, *n. sp.*

(Pl. V, fig. 28-32.)

L'extrémité antérieure seule est conservée. La région antérieure du corps aplatie; le lobe céphalique arrondi. Les branchies apparaissent au sixième segment sétigère comme des saillies très-petites; elles atteignent leur longueur maximum au vingtième anneau environ; dans les dix-sept anneaux antérieurs il y a de grandes feuilles à la rame ventrale (fig. 30); dans la partie postérieure du corps le faisceau dorsal est placé à la limite du dos et des flancs (fig. 31), et le faisceau ventral très-élevé atteint le voisinage du faisceau dorsal; tous deux sont pourvus de petites feuilles linguiformes (fig. 31). Toutes les soies sont annelées (fig. 32); pas de soies épaisses ou d'une forme particulière dans le faisceau ventral de la région antérieure du corps.

36. AMMOCHARES BRASILIENSIS, *n. sp.*

(Pl. V, fig. 33-36 et pl. VI, fig. 1-4.)

Les deux premiers anneaux sans traces de séparation, seulement pourvus de soies capillaires (fig. 33); le troisième anneau aussi long que les deux anneaux antérieurs réunis; il en est de même des anneaux suivants jusque vers la partie postérieure du corps où les anneaux diminuent en longueur pour devenir enfin très-courts à l'extrémité anale (fig. 35). L'orifice anal forme une fente au bout du dernier anneau. Les faisceaux dorsaux de soies capillaires très-rapprochés l'un de l'autre (fig. 33), excepté au bout anal où ils sont très-distincts (fig. 35). Les soies à crochet sont dans des tores allongés, elles se rencontrent à la face ventrale; il y a environ trente soies dans chaque rangée (pl. VI, fig. 1 et 2); les soies avec la pointe courbée en bec d'oiseau (fig. 3). Les soies capillaires sont ou bien lisses ou bien dentelées dans une partie de leur longueur au-dessous de la pointe (fig. 4). Les branchies ou les lobes de la feuille buccale ont des tiges épaisses qui se divisent en une foule de lobules secondaires (pl. V, fig. 36).

37. SABELLARIA BELLIS, *n. sp.*

(Pl. VI, fig. 5-17.)

Trois exemplaires, dont l'un manque d'appendice caudal, enclos dans de gros tubes construits au moyen de petites pierres claires. La couronne de palées composée de trois rangées, dont les éléments des deux rangées extérieures tournent leurs plaques en dehors (fig. 10 et 11); les éléments de la rangée intérieure, qui sont de longues aiguilles, tournent leurs pointes en dedans de telle manière que celles-ci se croisent sur la ligne médiane (fig. 10). L'orifice buccal est situé au bout inférieur de la fente sur les bords de laquelle les tentacules sont fixés, et forme une petite fente longitudinale circonscrite par une lèvre épaisse. A chaque côté se trouve une petite languette qui correspond à celle décrite par Grube chez la *Sabellaria magnifica.*

A chaque côté de la bouche il y a encore un petit faisceau de soies capillaires (fig. 7 et 8). Viennent ensuite trois anneaux avec des tores pourvus de palées qui ont la pointe large et finement fendue (fig. 15). A la face ventrale de chacun de ces anneaux il y a deux faisceaux de soies capillaires (fig. 8). A ceux-ci succèdent vingt-cinq anneaux avec des tores dorsaux longs qui portent des soies en crochet et avec des faisceaux ventraux de soies capillaires. Les soies en crochet ont six dents et sont fixées à une longue tige très-mince (fig. 17). Les soies capillaires sont très-grêles et dentelées des deux côtés (fig. 16). Au-dessous de la couronne de palées il y a une rangée de petites papilles.

38. TEREBELLIDES KORENI, *n. sp.*

(Pl. VI, fig. 18-21.)

Les branchies ou la branchie du second anneau ne sont pas faciles à analyser. Elles forment une tige assez large qui est divisée en trois par deux sillons longitudinaux et à la pointe de laquelle se trouvent des feuilles qui paraissent être debout avec des bords libres tournés en avant. Dix-sept anneaux avec des soies capillaires; les soies en crochet apparaissent au sixième anneau sétigère; elles sont longues dans la partie antérieure du corps et portent un bec tourné en avant, et, en arrière de ce bec, deux ou trois petites dents aiguës (fig. 20). A la partie postérieure du corps, environ quarante anneaux portant seulement des soies en crochet munies de quatre dents (fig. 19). Les soies capillaires lisses sans limbe (fig. 21).

39. SPIROGRAPHIS NOBILIS, *n. sp.*

(Pl. VI, fig. 22-24.)

Longueur, 90 millimètres; largeur, 8-9 millimètres. La branchie gauche forme trois tours de spire (fig. 22). Les branchies longues de 30 millimètres et pourvues de trois ou quatre bandelettes rouges. La partie antérieure du corps formée de huit anneaux. Les soies aviculaires dans cette partie sont bisériales (fig. 23); les soies capillaires ont des bouts ensiformes et obliquement striés (fig. 24).

40. SPIROGRAPHIS SIMPLEX, *n. sp.*

(Pl. VII, fig. 1-5.)

Longueur, 14 centimètres environ; largeur, 1 centimètre dans la partie antérieure du corps qui consiste en huit anneaux (fig. 1); changement de la position des soies dans le huitième et le neuvième anneau (fig. 2). Les branchies longues de 6 centimètres; la branchie gauche décrit six tours de spire (fig. 1); deux cirrhes buccaux courts, styliformes. Le collier peu élevé, mais bien distinct, ouvert en arrière, recourbé en avant en deux lambeaux courts. Environ deux cents anneaux, tous très-courts. Le sillon ventral très-marqué dans toute la partie postérieure du corps. Les soies capillaires ont des bouts ensiformes et obliquement striés (fig. 4), les soies en crochet aviculaires sont bisériales dans la partie antérieure du corps (fig. 3).

41. SPIROGRAPHIS GRACILIS, *n. sp.*

(Pl. VII, fig. 6-8.)

Longueur, 10 centimètres environ; largeur, 5 millimètres dans la partie antérieure du corps qui est composée de huit segments. Les branchies inégales; la branchie gauche forme trois tours et demi de spire (fig. 6). Le collier avec deux lambeaux assez grands en avant, une incisure à chaque côté et béante en arrière. Les pieds ou mamillons sétigères peu saillants, mais distincts. Les soies de la même forme et distribuées de la même manière que chez l'animal précédent.

42. SPIROGRAPHIS IMPERIALIS, *n. sp.*

(Pl. VII, fig. 9-12.)

L'extrémité antérieure seule est conservée; elle mesure 1 centimètre de largeur. La partie antérieure du corps formée seulement par cinq anneaux (fig. 9 et 10); le premier anneau ne porte que des soies capillaires; dans

les quatre autres il y a aussi des soies en crochet bisériales. Les boucliers ventraux très-distincts se trouvent aussi dans la partie de la région postérieure du corps qui reste à l'exemplaire examiné. Les branchies longues de 5 centimètres; la branchie droite décrit cinq tours de spire. Le collier peu élevé est recourbé en avant en deux lambeaux assez grands et porte une incisure à chaque côté; il est béant en arrière. Les soies capillaires ont des bouts supérieurs ensiformes et obliquement striés (fig. 11). Les soies en crochet aviculaires sont bisériales dans la région antérieure (fig. 12).

EXPLICATION DES PLANCHES.

PLANCHE I.

Figures 1-4. — APHRODITA ACULEATA.

Fig. 1. La tête.
2. Un pied.
Fig. 3. Soie de la rame dorsale.
4. Soie de la rame ventrale.

Figures 5-9. — EURYTHOE BRASILIENSIS, *n. sp.*

Fig. 5. L'extrémité antérieure, vue de la face dorsale.
6. La même, vue de la face ventrale.
Fig. 7. Un pied avec la branchie.
8. Soies de la rame dorsale.
9. Soie de la rame ventrale.

Figures 10-13. — PSAMMOLYCE KINBERGII, *n. sp.*

Fig. 10. La tête.
11. Une élytre.
Fig. 12. Soie de la rame dorsale.
13. Soies de la rame ventrale.

Figures 12-17. — MACROPHYLLUM BENEDENII, *n. sp.*

Fig. 14. L'extrémité antérieure avec la trompe étendue.
15. La même, plus grossie.
Fig. 16. Un pied.
17. Soies.

Figures 18-22. — HESIONE MARGARITOE, *n. sp.*

Fig. 18. L'extrémité antérieure.
19. L'extrémité postérieure.
20. La tête, très-grossie.
Fig. 21. Un pied.
22. Soie.

PLANCHE II.

Figures 1-3. — SYLLIS BREVICIRRIS, *n. sp.*

Fig. 1. L'extrémité antérieure.
2. Un pied.
Fig. 3. Soie.

Figures 4-7. — EUNICE PARVA, *n. sp.*

Fig. 4. L'extrémité antérieure.
5. Un pied.
6ᵃ. Les mâchoires.
Fig. 6ᵇ. Le labre.
7. Soies.

Figures 8-13. — NAUPHANTA BRASILIENSIS, *n. sp.*

Fig. 8. L'extrémité antérieure.
9. Un pied.
Fig. 10-13. Soies.

Figures 14-18. — ARABELLA DUBIA, *n. sp.*

Fig. 14. L'extrémité antérieure.
15. Un pied.
16. Soie.
Fig. 17. Mâchoires.
18. Le labre.

Figures 19-21. — NICIDION INCERTA, *n. sp.*

Fig. 19. L'extrémité antérieure.
20. Un pied.
Fig. 21. Soie.

Figures 22-25. — NAUSICAA MINIMA, *n. s.*

Fig. 22. L'extrémité antérieure.
23. Une soie capillaire.
Fig. 24. Une soie falcigère.
25. Un pied.

Figures 26-32 et Planche III, Figures 1-3. — DIOPATRA BRASILIENSIS.

Fig. 26. L'extrémité antérieure.
27. Id. id. vue de dessous.
28. Un pied branchifère.
29. Le premier pied.
Fig. 30. Le second pied.
31. Mâchoires.
32. Le labre.

PLANCHE III.

Fig. 1. Soies aciculaires des anneaux antérieurs.
Fig. 2. Soies capillaires des anneaux branchifères.
3. Soies à ciseau des mêmes.

Figures 4-14. — DIOPATRA VARIEGATA, *n. sp.*

Fig. 4. L'extrémité antérieure.
5. Id. id. vue de dessous.
6. Le premier pied.
7. Un pied branchifère.
8. Id. id. plus en arrière.
9. Le labre.

Fig. 10. Les mâchoires.
11. Soies des anneaux antérieurs.
12. Soie à ciseau.
13. Soie aciculaire des anneaux postér[s].
14 Soie capillaire des anneaux branchifères.

Figures 15-22. — ONUPHIS TENUIS, *n. sp.*

Fig. 15. L'extrémité antérieure.
16. Id. id. vue de dessous.
17. Le premier pied.
18. Un pied branchifère.
19. Soie à ciseau.
20. Un des pieds branchifères antérieurs.

Fig. 21. Soie aciculaire des anneaux postérieurs, la soie aciculaire des cinq anneaux antérieurs.
22. Soie capillaire des anneaux branchifères.

Figures 23-26. — NEREIS GRACILIS, *n. sp.*

Fig. 23. L'extrémité antérieure.
24. Un pied.

Fig. 25. Soie spinuleuse.
26. Soie falcigère.

Figures 27-30. — NEREIS LATA, *n. sp.*.

Fig. 27. L'extrémité antérieure.
28. Un pied.

Fig 29. Soie spinuleuse.
30. Soie falcigère.

Figure 31 et Planche IV, Figures 1-3. — NEREIS COERULEA, *n. sp.*

Fig. 31. L'extrémité antérieure.

PLANCHE IV.

Fig. 1. Un pied.
2 Soie spinuleuse.

Fig. 3. Soie falcigère.

Figures 4-7. — NEREIS GLASIOVI, *n. sp.*

Fig. 4. L'extrémité antérieure.
5. Un pied.

Fig. 6. Soie spinuleuse.
7. Soie falcigère.

Figures 8-12. — NEREIS MINOR, *n. sp.*

Fig. 8. L'extrémité antérieure, trompe étendue, vue de dessus.
9. La même, vue de dessous.
Fig. 10. Un pied.
11. Soie spinuleuse.
12. Soie falcigère.

Figures 13-17. — NEREIS ACULEATA, *n. sp.*

Fig. 13. L'extrémité antérieure, la trompe étendue, vue de dessus.
14. La même, vue de dessous.
Fig. 15. Un pied.
16. Soie spinuleuse.
17. Soie falcigère.

Figures 18-24. — NEREIS OBSCURA, *n. sp.*

Fig. 18. L'extrémité antérieure, trompe étendue, vue de dessus.
19. La même, vue de dessous.
20. Paragnathes V et VI.
Fig. 21. Le premier pied.
22. Un pied du milieu du corps.
23. Soie spinuleuse.
24. Soie falcigère.

Figures 25-28. — NEREIS MICROPHTHALMA, *n. sp.*

Fig. 25. L'extrémité antérieure.
26. Un pied.
Fig. 27. Soie spinuleuse.
28. Soie falcigère.

Figures 29-33. — NEREIS MACROCEPHALA, *n. sp.*

Fig. 29. L'extrémité antérieure, la trompe étendue, vue de dessus.
30. La même, vue de dessous.
Fig. 31. Un pied.
32. Soie spinuleuse.
33. Soie falcigère.

Figures 34-39. — NEREIS FEROX, *n. sp.*

Fig. 34. L'extrémité antérieure, la trompe étendue, vue de dessus.
35. La même, vue de dessous.
36. Paragnathes V et VI, un peu plus engrossis.
Fig. 37. Un pied.
38. Soie spinuleuse.
39. Soies falcigères.

Figures 40-43. — NEREIS SCOLOPENDROIDES, *n. sp.*

Fig. 40. L'extrémité antérieure.
41. Un pied.
Fig. 42. Soie spinuleuse.
43. Soie falcigère.

PLANCHE V.

Figures 1-4. — OPHELINA BRASILIENSIS, *n. sp.*

Fig. 1. L'extrémité antérieure.
2. L'extrémité postérieure, vue de profil.
Fig. 3. La même, vue de dessous la face ventrale.
4. Une coupe transversale du corps.

Figures 5-10. — OPHELINA KINBERGII, *n. sp.*

Fig. 5. L'extrémité antérieure : *a*. Vue en profil. *b*. Vue de dessous.
6. Une coupe transversale du corps.
7. L'extrémité postérieure, vue de la face ventrale.
Fig. 8. Une soie.
9. Un pied ou mamelon sétigère.
10.

Figures 11-15. — CIRRATULUS DANIELSENI, *n. sp.*

Fig. 11. L'extrémité antérieure, vue de dessus, grossie.
12. L'animal de profil, grandeur naturelle.
Fig. 13. L'extrémité antérieure, vue de dessus, grossie.
14. Soie de la rame dorsale.
15. Soie de la rame ventrale.

Figures 16-18. — GLYCERA EDENTATA, *n. sp.*

Fig. 16. L'extrémité antérieure, la trompe étendue, vue de dessus, grossie.
Fig. 17. Un pied.
18. Soies.

Figures 19-22. — GLYCERA INCERTA, *n. sp.*

Fig. 19. L'extrémité antérieure en profil, la trompe étendue.
20. Un pied.
Fig. 21. Mâchoire.
22. Soie.

Figures 23-27. — ARICIA FORMOSA, *n. sp.*

Fig. 23. L'extrémité antérieure, grossie.
24. Une coupe transversale du corps dans la partie antérieure de la région antérieure.
25. Une coupe transversale du corps dans la partie postérieure de la même région.
Fig. 26. Une coupe transversale du corps de la région postérieure du corps.
27. Soies : *a*. Une soie de la rame dorsale de la région postérieure du corps; *b*. Une soie annelée ordinaire.

Figures 28-32. — ARICIA ARMATA, *n. sp.*

Fig. 28. L'extrémité antérieure en profil.
29. La même, vue de dessus.
30. Une coupe transversale de la région antérieure du corps.
Fig. 31. Une coupe de la région postérieure.
32. Une soie.

Figures 33-36 et Planche VI, Figures 1-4. — AMMOCHARES BRASILIENSIS, *n. sp.*

Fig. 33. L'extrémité antérieure, grossie.
34. Une partie de la tête, grandeur naturelle.
Fig. 35. L'extrémité postérieure, vue de dessous.
36. Une branchie grossie.

PLANCHE VI.

Fig. 1. Le bout dorsal d'un tore à soies en crochet, grossi.
2. Une partie du même plus grossie.
Fig. 3. Soies en crochet.
4. Soie capillaire dorsale.

Figures 5-17. — SABELLARIA BELLIS, *n. sp.*

Fig. 5. L'animal du côté droit en grandeur naturelle.
6. L'extrémité antérieure du côté gauche grossie.
7. L'extrémité antérieure vue de la face ventrale de la bouche.
8. Une partie de la même, plus grossie de la bouche.
9. L'extrémité postérieure avec le commencement de l'appendice caudal.
10. La partie antérieure de la couronne de palées grossie.
Fig. 11. Quelques éléments de la couronne.
12. Une palée externe grossie.
13 La pointe de la même grossie encore plus.
14. Une palée du second ordre grossie.
15. Une palée des trois anneaux antérieurs grossie.
16. Soies capillaires des faisceaux ventraux.
17. Soie en crochet.

Figures 18-21. — TEREBELLIDES KORENI, *n. sp.*

Fig. 18. L'animal du côté gauche.
19. Soie en crochet de la région postérieure du corps.
Fig. 20. Soie en crochet de la région antérieure.
21. Soie capillaire.

Figures 22-24. — SPIROGRAPHIS NOBILIS, *n. sp.*

Fig. 22 L'extrémité antérieure de profil vue du côté droit.

23. Soies en crochet des huit anneaux antérieurs, *a* celles de la région postérieure du corps.

Fig. 24. Soie capillaire.

PLANCHE VII.

Figures 1-5. — SPIROGRAPHIS ELEGANS, *n. sp.*

Fig. 1. L'extrémité antérieure.

2. Les deux derniers anneaux de la région antérieure du corps et les deux antérieurs de la région postérieure.

Fig. 3. Soies en crochet de la région antérieure, *a* celles de la région postérieure.

4. Soie capillaire.

5. Le bout d'une branchie.

Figures 6-8. — SPIROGRAPHIS GRACILIS, *n. sp.*

Fig. 6 L'extrémité antérieure.

7. Soies en crochet de la région antérieure du corps, *a* celles de la région postérieure.

Fig. 8. Soie capillaire.

Figures 9-12. — SPIROGRAPHIS IMPERIALIS, *n. sp.*

Fig. 9. L'extrémité antérieure, vue de derrière.

10. La même, vue en profil du côté gauche.

Fig. 11. Soie capillaire.

12. Soies en crochet de la région antérieure du corps, *a* celles de la région postérieure.

Figures 13-20. — PHYLLONEREIS BENEDENII, *n. g. et n. sp.*

Fig. 13. L'extrémité antérieure, vue de dessus.

14. La même, vue de dessous.

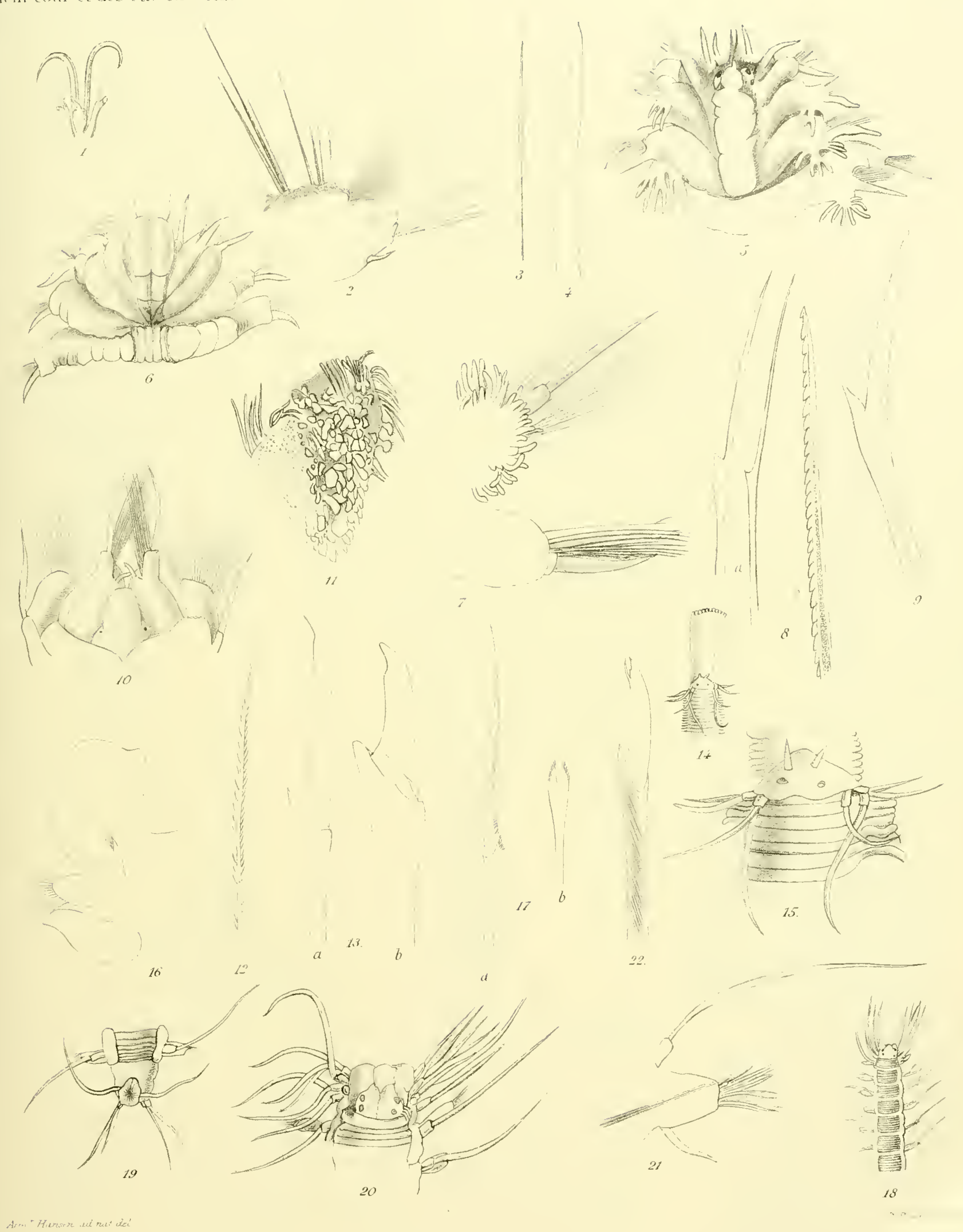
15. Un pied de la région antérieure du corps.

Fig. 16. Un pied de la région postérieure.

17 et 18. Les mâchoires.

19. Soie falcigère.

20. Soie spinuleuse.

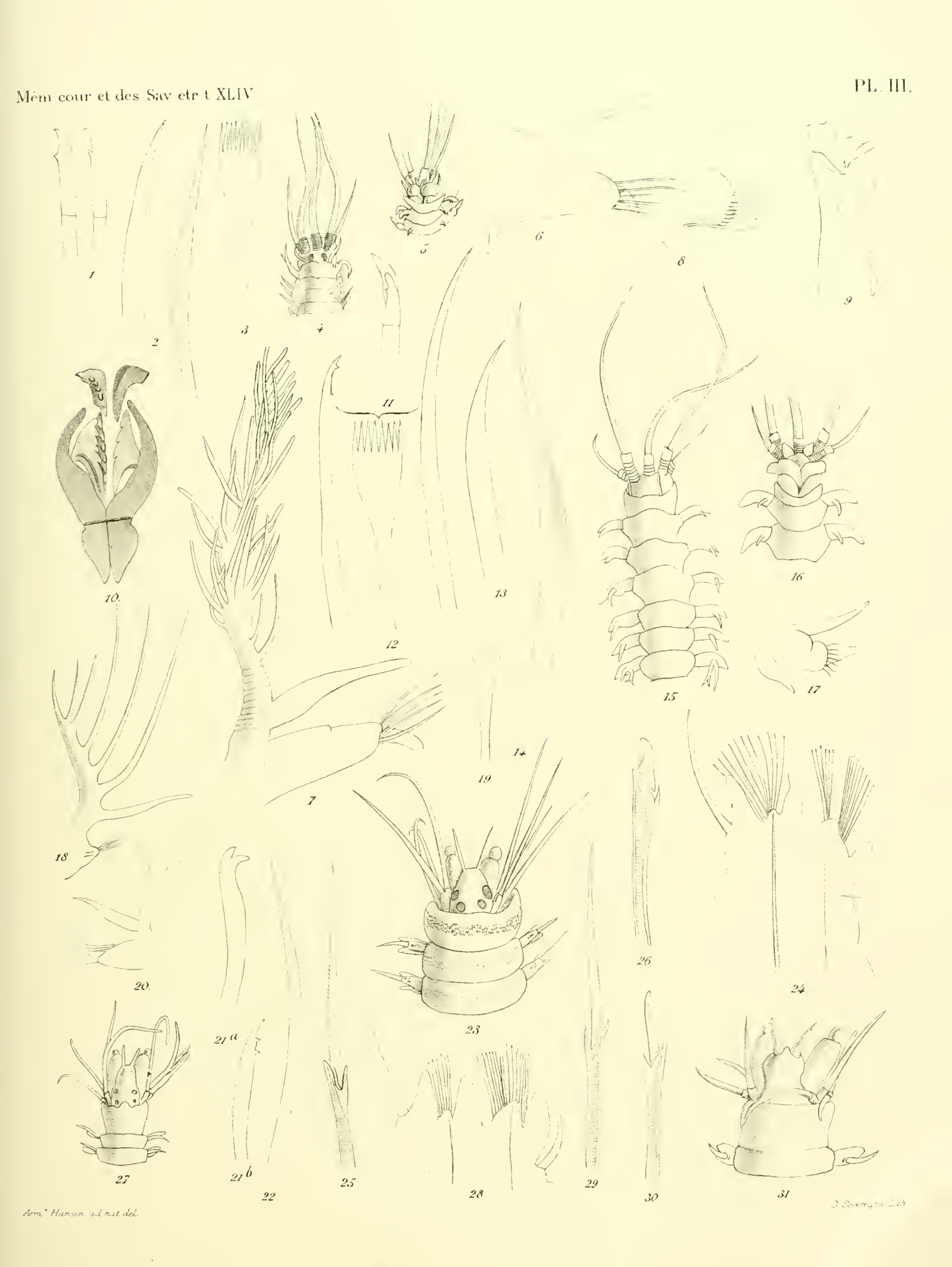


Amᵈ Hansen ad nat del

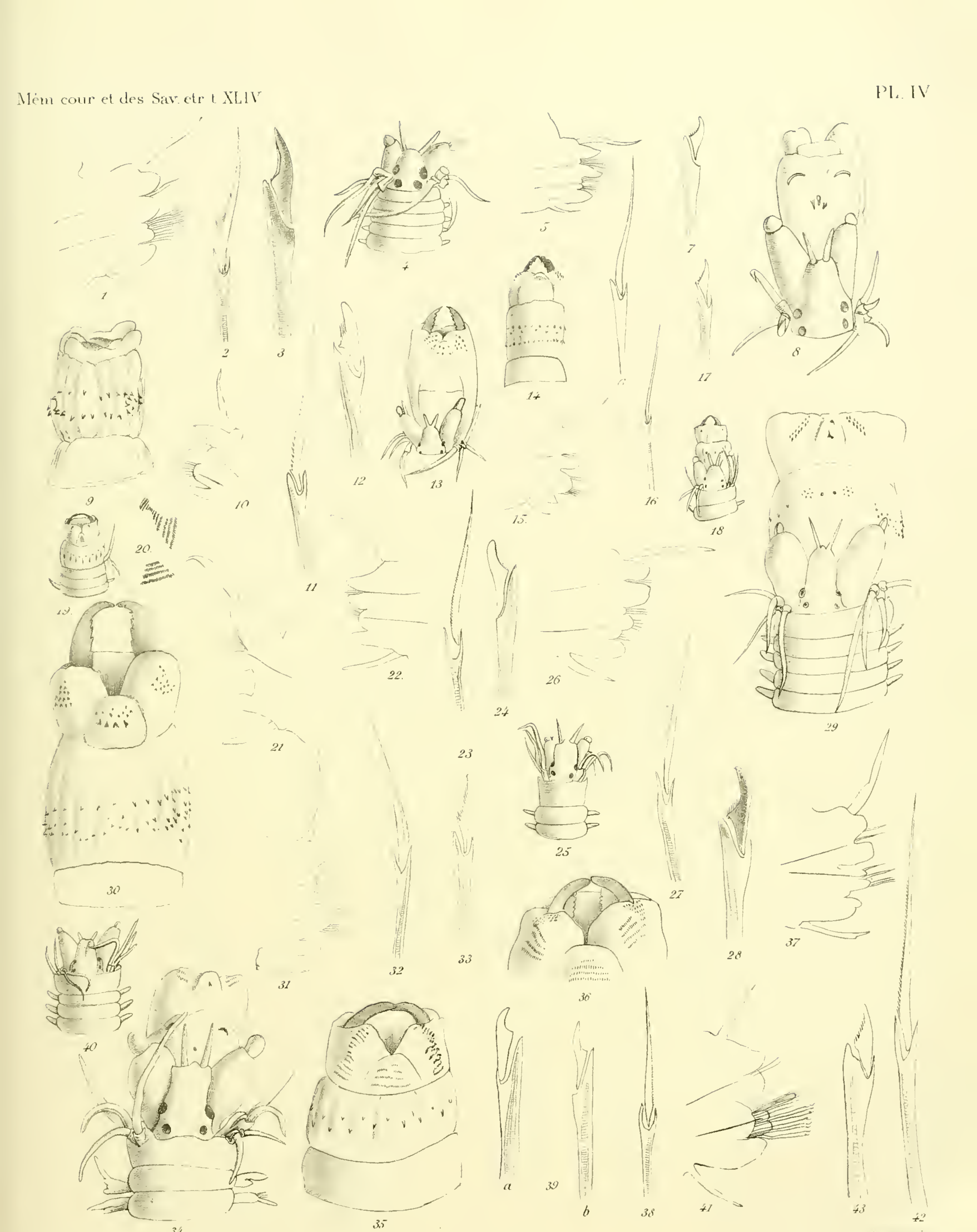


Arm.ᵛ Hansen ad nat del.

G. Severeyns lit.



Armᵗ Hansen ad nat del.

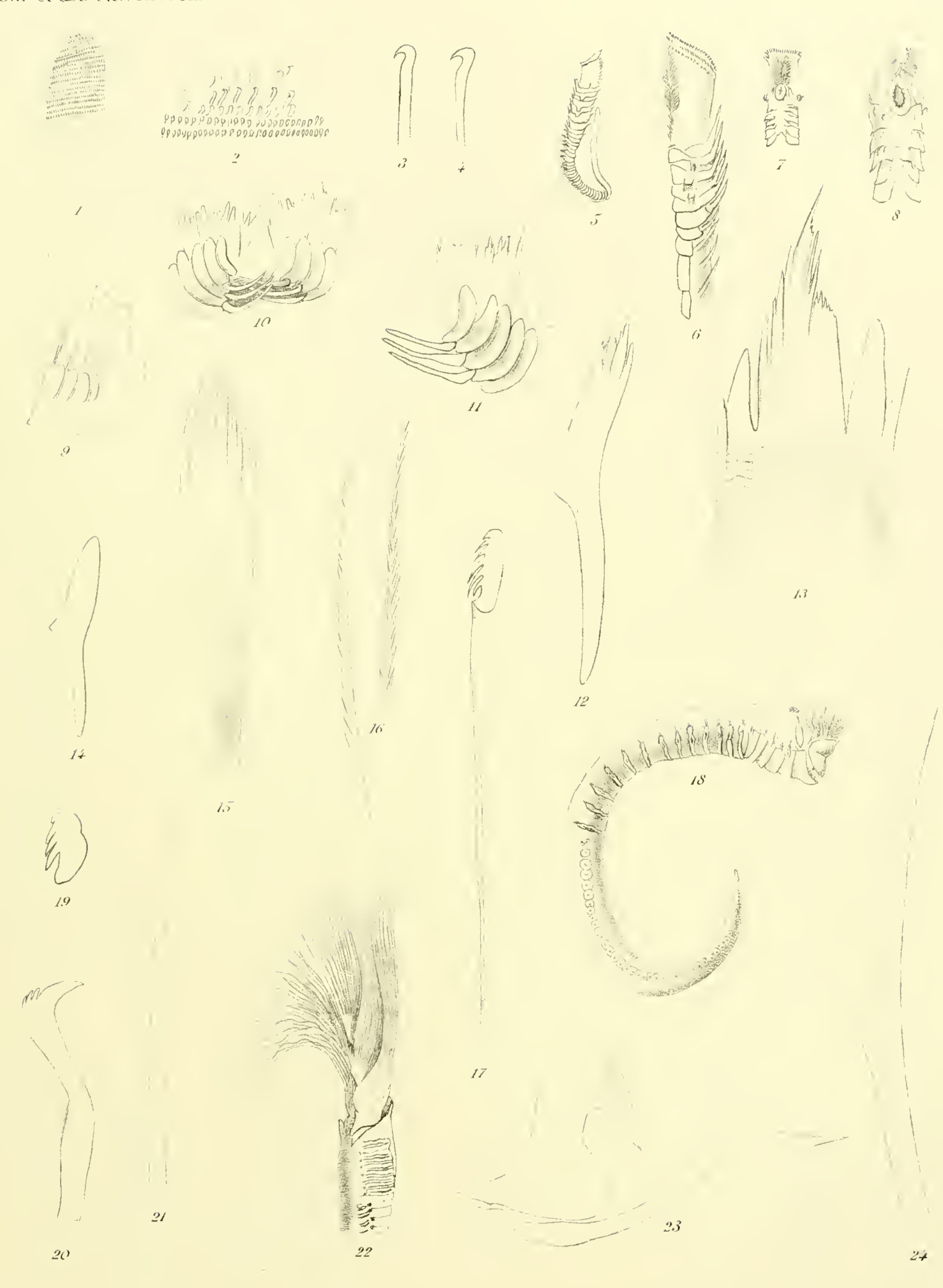


Armᵉ Hansen ad nat del



Arm.^r Hansen ad nat del

Lith



Arm. Hansen ad nat del

G. Severeyns Lith



Armr Hansen ad nat del.

EXPOSITION CRITIQUE

DE

LA MÉTHODE DE WRONSKI

POUR LA

RÉSOLUTION DES PROBLÈMES DE MÉCANIQUE CÉLESTE;

PAR

C. LAGRANGE,

ASTRONOME ADJOINT A L'OBSERVATOIRE ROYAL DE BRUXELLES.

Par l'intelligence, l'Éternel a affermi les Cieux. (Prov. III, 19.)

(Présenté à la Classe des sciences dans la séance du 3 décembre 1881.)

AVANT-PROPOS.

L'exposition de la méthode de Wronski pour la solution des problèmes de mécanique céleste se trouve disséminée par fragments, dans plusieurs ouvrages de ce géomètre, notamment dans les *Prolégomènes du messianisme* et dans la *Réforme des Mathématiques* (1847). Une technologie spéciale, l'emploi constant des considérations philosophiques, un grand nombre de lacunes qui laissent au lecteur le soin d'effectuer des calculs parfois très compliqués, et par-dessus tout la non-énonciation du principe qui est la clef de tout le système, sont autant de causes qui, jusqu'ici, ont maintenu dans l'obscurité une méthode très digne en elle-même d'être connue.

M. Yvon Villarceau est le premier qui ait attiré l'attention sur la *Mécanique céleste* de Wronski (*); mais, comme il le dit lui-même, il a dû se borner à vérifier l'exactitude des formules en partant de la méthode actuelle de la *variation des constantes arbitraires*. Il est incontestablement désavantageux d'appliquer des formules sans connaître exactement la méthode suivie pour les établir; la connaissance de cette méthode peut conduire dans certains

(*) *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris,* 1881, t. XCII, n° 14, p. 815. *Note sur les méthodes de Wronski.* Le mémoire, dont cette note est le résumé, n'a pas encore paru.

cas à des simplifications ou à des formules nouvelles, dont la légitimité ne peut être établie que par la méthode elle-même.

Le travail actuel contient le résultat d'une étude sur l'enchaînement des idées de Wronski, enchaînement auquel nous espérons avoir donné une forme parfaitement claire et compréhensible. La *première partie,* qui forme le présent mémoire, renferme les relations dynamiques du problème; la *seconde partie* contiendra l'exposé des méthodes analytiques proposées par Wronski pour effectuer les intégrations que contient la première. Ces méthodes, par leur nouveauté et leur généralité, ne seront pas, croyons-nous, la partie la moins intéressante de cet essai.

EXPOSITION CRITIQUE

DE

LA MÉTHODE DE WRONSKI

POUR LA RÉSOLUTION DES PROBLÈMES DE MÉCANIQUE CÉLESTE.

PREMIÈRE PARTIE.

RELATIONS DYNAMIQUES.

---

§ 1. Dans la méthode de Wronski, comme dans la méthode actuelle de la *variation des constantes arbitraires,* on se propose de trouver, en fonction du temps, les paramètres d'une conique variable sur laquelle peut être considéré comme se mouvant en chaque instant, l'astre dont on étudie le mouvement, et l'équation de la trajectoire réelle s'obtient en remplaçant, dans l'équation de la conique, les paramètres constants par leurs fonctions du temps.

Telle que nous la présentons ici, elle diffère de la méthode actuelle, principalement :

1° Par une plus grande généralité, c'est-à-dire que ses formules, vraies pour une trajectoire quelconque, constituent des relations concernant la dynamique générale d'un point matériel, et comprennent donc la mécanique céleste comme cas particulier ;

2° Par l'introduction de nouveaux paramètres variables, notamment de la vitesse moyenne, w, entre les vitesses extrêmes sur la conique variable; du

paramètre p de cette conique, et, surtout, de la masse centrale sous l'action de laquelle elle est décrite;

3° Par un choix nouveau de coordonnées, — et principalement par la considération d'une ligne fixe dans le plan de l'orbite variable.

§ 2. Nous rappellerons d'abord, sous forme de lemme, un théorème concernant le mouvement conique, qui sert de base à tout le développement des calculs, et qui nous servira ensuite à développer le principe que nous considérons comme la clef du système.

LEMME.

Si $+$ G est la force accélératrice, due à la gravitation, qui agit sur une masse m' dans son mouvement relatif autour d'une autre masse m, c'est-à-dire si l'on a $G = -\frac{m+m'}{r^2}$, r étant la distance de m à m', on a aussi la relation

$$(1) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad Gdt = -w.d\varphi$$

où

dt est l'élément du temps t;

$d\varphi$ l'angle infiniment petit décrit par le rayon vecteur durant le temps dt, et

w la moyenne entre les vitesses extrêmes de m' à l'aphélie et au périhélie (ces mots recevant ici une extension qui s'entend d'elle-même) (*).

(Nous donnons à G le signe négatif parce que cette force est dirigée de m' vers m, c'est-à-dire en sens inverse du rayon vecteur de la trajectoire de m' autour de m).

(*) La relation (1) qui se déduit très-facilement des formules du mouvement conique a une signification philosophique remarquable. Elle exprime que la force accélératrice G est en chaque instant proportionnelle à la vitesse angulaire du rayon vecteur de l'orbite. Si l'on appelle (v_2) la vitesse de m' normale à ce rayon, on aura $(v_2) = r\frac{d\varphi}{dt}$, et par conséquent, $-G = \frac{w(v_2)}{r} = \frac{w}{(v_2)} \cdot \frac{(v_2)^2}{r}$. Or, $\frac{(v_2)^2}{r}$ est l'expression de la force centrifuge, et le facteur $\frac{w}{(v_2)}$, où w est constant, varie périodiquement de $\frac{w}{z}$ à $\frac{w}{u}$, z et u étant les vitesses extrêmes au périhélie et à l'aphélie. Ainsi, la rela-

PRINCIPE GÉNÉRAL (A).

§ 3. Soit, dans le cas le plus général de la dynamique, m' un point matériel décrivant une trajectoire sous l'action de forces motrices quelconques. Soit O un point donné de l'espace dont la distance à m' soit $Om' = r$ et auquel nous rapporterons, comme à un pôle, le mouvement de m'.

Au temps t, m' a une vitesse v dans la direction $m'T$ de la tangente à la trajectoire.

Appelons *plan de l'orbite* le plan variable $Om'T$ du rayon vecteur et de la tangente, et décomposons les forces accélératrices qui agissent sur m', en trois composantes rectangulaires, savoir :

Dans le *plan de l'orbite :*

1° F, suivant le rayon vecteur dans le sens Om';

2° T, suivant la perpendiculaire au rayon vecteur dans le sens de la projection de v sur cette perpendiculaire;

3° P, normale au *plan de l'orbite.*

Soit, en outre, φ l'angle que fait, au temps t, le rayon vecteur r avec une ligne fixe du plan de l'orbite, et supposons maintenant que l'on se donne arbitrairement une fonction $f(r, \varphi, F, t)$ de r, φ, F, t et que w soit cette fonction. On pourra se représenter w de la manière suivante :

Soit w_1 sa valeur au temps t, pour lequel on a aussi

$$r = r_1, \quad \varphi = \varphi_1, \quad F = F_1,$$

et supposons que dans l'équation

$$f(r, \varphi, F, t) = w$$

on fasse $w = w_1 =$ constante. Il en résultera pour F une fonction parti-

tion (1) exprime une périodicité du mouvement de m' sur son rayon vecteur, c'est en quelque sorte un *modérateur d'équilibre dynamique.* Il est d'ailleurs facile de reconnaître que la seule loi d'action en raison inverse du carré de la distance satisfait à la condition (1), car le principe des aires donne $r^2\frac{d\varphi}{dt} = k$ (constante) et par conséquent, d'après (1), — $G = \frac{wk}{r^2}$. Wronski, dans les *Prolégomènes du messianisme,* page 255, donne la loi (1) comme le résultat d'une déduction purement philosophique, et il y voit le principe général de toute la dynamique. Voyez dans la note I, à la fin de ce mémoire, ce qu'il faut penser de cette idée.

culière que nous représenterons par H, et qui satisfera à l'équation

$$f(r, \varphi, H, t) = w_1.$$

Cette nouvelle équation représentera une trajectoire toute différente de la trajectoire considérée.

Au temps t_1 on aura, dans ces deux équations,

$$r = r_1, \quad \varphi = \varphi_1, \quad t = t_1, \quad w = w_1, \quad F = F_1, \quad H = H_1$$

et, par conséquent,

$$F_1 = H_1.$$

Cette dernière égalité permettra de déterminer la relation qui lie les paramètres de la fonction H aux valeurs variables de la fonction F. On voit donc que la fonction w est, au temps t_1, le paramètre constant w_1 de la trajectoire $f(r, \varphi, t, H) = w_1$, dans laquelle les paramètres de la loi H sont déterminés par la relation $H_1 = F_1$.

§ 4. *Application.* L'application suivante rendra ce principe parfaitement clair.

Soit

$$f(r, \varphi, F, t) = w = - F \frac{dt}{d\varphi}.$$

Il faudra déterminer quelle est la fonction H qui satisfait à l'équation $w = - H \frac{dt}{d\varphi}$, où w est supposé constant. Or, on a vu, par le lemme précédent, que cette relation n'existe que dans une section conique où w est la vitesse moyenne entre les extrêmes, et où l'on a $- H = \frac{kw}{r^2}$, k étant la constante du principe des aires, ou bien encore $- H = \frac{M}{r^2}$, si l'on suppose au foyer une masse $M = kw$.

L'égalité $H_1 = F_1$ deviendra $\frac{M}{r_1^2} = - F_1$, d'où l'on déduit, pour le paramètre M, l'expression

$$M = - F_1 r_1^2.$$

Par conséquent, la fonction $w = -F\frac{dt}{d\varphi}$, pour une trajectoire quelconque, représente en chaque instant la vitesse moyenne sur une trajectoire conique, tracée dans le *plan de l'orbite,* et au foyer O de laquelle serait placée une *masse fictive* — Fr^2.

Cette conique sera d'ailleurs supposée décrite sous l'influence de la vitesse réelle v au temps t et de l'angle ϖ de la tangente et du rayon vecteur au même temps.

Il en résulte que, si l'on parvient à calculer en fonction des trois forces générales F, T, P, pour un temps quelconque, la position du *plan de l'orbite,* la vitesse réelle, la direction du mouvement et le rayon vecteur, on aura immédiatement, d'après le principe précédent, en fonction des forces F, T, P, la détermination de tous les paramètres de la conique variable sur laquelle la masse m' peut être censée se mouvoir.

Les formules seront vraies dans le cas d'une trajectoire quelconque, mais, s'il s'agit d'une trajectoire différant peu de la forme conique, la conique variable représentera d'une manière approchée, en un temps donné, la trajectoire réelle.

REMARQUE.

§ 5. Le principe général que nous venons d'exposer permettrait également de déterminer complètement les paramètres variables d'une trajectoire donnée quelconque à force centrale, sur laquelle, en chaque instant, le point m' pourrait être censé se mouvoir. Supposons, par exemple, que $af(r)$ soit l'expression de cette force centrale, a étant un paramètre. Quand a est constant, la trajectoire est d'une espèce particulière que nous supposons connue. Si F_1 est la valeur de la composante radiale au temps t, on aura pour le paramètre a, la valeur

$$a = -\frac{F_1}{f(r_1)},$$

r_1 étant le rayon vecteur au même temps, et m' pourra être censé se mouvoir

sur la trajectoire que lui ferait décrire la force centrale $\frac{-F_1}{f(r_1)} f(r)$, r étant le rayon vecteur de cette dernière trajectoire. Il suffit, sans doute, que la vitesse tangentielle soit commune aux deux trajectoires, pour que m' puisse être considéré comme se mouvant à la fois sur chacune d'elles. Mais, la valeur particulière que nous venons d'attribuer au paramètre a, possède l'avantage de rendre les forces centrales toujours égales dans les deux trajectoires, ce qui assure l'identité des trois premiers termes des développements de leurs rayons vecteurs en fonction du temps. C'est ce que nous expliquerons plus en détail au sujet des trajectoires coniques (*).

Tel est le principe général qui nous a permis de comprendre la méthode de Wronski et dont nous allons maintenant développer les conséquences dans le cas où la trajectoire à force centrale est une conique, c'est-à-dire satisfait à la relation $\mathrm{H}dt = -wd\varphi$, w étant une constante et H la force radiale accélératrice.

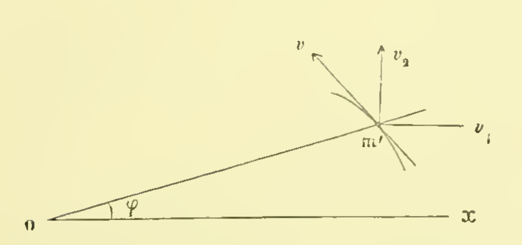
Comme cette relation, facile à déduire du mouvement conique, n'est pas celle qu'on prend ordinairement pour point de départ, nous allons brièvement faire voir comment, en la substituant à l'expression newtonienne G de la force H, on arrive plus rapidement encore à l'établissement de la trajectoire, et cela à l'aide d'intégrations d'une extrême simplicité.

(*) On se demandera peut-être pourquoi nous n'avons pas simplement donné la relation $\mathrm{H} = \mathrm{F}$ comme une condition nouvelle et *arbitraire*, à laquelle devrait satisfaire la trajectoire variable. C'est afin de rester fidèle à l'esprit de la méthode de Wronski, qui consiste à partir d'une relation générale donnée entre la force F radiale et les coordonnées r, φ, t, et à déterminer ensuite les variations des paramètres variables qui entrent dans cette relation, en fonction des trois composantes F, T, P.

CALCUL DE LA TRAJECTOIRE SATISFAISANT A LA RELATION $\mathrm{H}dt = -w d\varphi$, QUAND w EST CONSTANT.

§ 6. *Détermination de la vitesse.* Il est clair que la trajectoire sera tout entière dans le plan de la vitesse et du rayon vecteur à un moment donné, puisqu'on suppose ici nulles les forces perpendiculaires à ce plan.

Fig. 1.



Soient (fig. 1) Ox une ligne de ce plan passant par le pôle O et prise pour origine de l'angle φ;

v_1 et v_2 les vitesses de m', parallèle et perpendiculaire à cette ligne.

On aura :

$$\frac{dv_1}{dt} = \mathrm{H} \cos \varphi, \quad \frac{dv_2}{dt} = \mathrm{H} \sin \varphi$$

et, puisque $\mathrm{H} = -w \frac{d\varphi}{dt}$,

$$\frac{dv_1}{dt} = -w \cos \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt}, \quad \frac{dv_2}{dt} = -w \sin \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt}.$$

D'où, en intégrant,

$$(1') \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \left\{ \begin{array}{l} v_1 = -w \sin \varphi + c_1, \\ v_2 = +w \cos \varphi + c_2, \end{array} \right.$$

c_1 et c_2 étant deux constantes.

La vitesse totale v, suivant la tangente, aura donc pour expression,

$$v = \sqrt{w^2 + c_1^2 + c_2^2 - 2w\,(c_1 \sin \varphi - c_2 \cos \varphi)}$$

et l'on voit que cette vitesse sera maximum et minimum sur deux directions

diamétralement opposées, correspondant aux angles φ_1, $\varphi_1 + \pi$ donnés par la relation $\operatorname{tg}\varphi_1 = -\frac{c_1}{c_2}$. Si, maintenant, l'on fait passer la ligne origine Ox par le point du minimum de vitesse, et qu'on appelle z et u les *valeurs absolues* du maximum et du minimum de v, on aura d'abord $\operatorname{tg}\varphi_1 = o$, ce qui donne $c_1 = o$; faisant ensuite $\varphi = o$, $\varphi = \pi$ dans les équations (1'), on obtiendra, pour déterminer c_2 et w, les relations :

$$\left\{\begin{array}{l} u = w + c_2, \\ z = w - c_2 \end{array}\right.$$

d'où,

$$w = \frac{u + z}{2}, \quad c_2 = -\frac{z - u}{2} = -(w - u).$$

Ainsi w est la vitesse moyenne entre les vitesses extrêmes de m' sur sa trajectoire.

En transportant ces valeurs dans l'expression de v ci-dessus, elle devient

$$(2) \ldots \quad v = \sqrt{w^2 + (w - u)^2 - 2w(w - u)\cos\varphi} = \sqrt{u^2 + 2w(w - u)(1 - \cos\varphi)}$$

valeur de la vitesse réelle v en fonction de l'angle φ, de la vitesse minimum u et de la vitesse moyenne w.

En fonction de φ et des vitesses maximum et minimum, z et u, on aurait la formule :

$$v = \sqrt{\left(\frac{u + z}{2}\right)^2 + \left(\frac{z - u}{2}\right)^2 - \frac{(z + u)(z - u)}{2}\cos\varphi} = \sqrt{\frac{u^2 + z^2}{2} - \frac{z^2 - u^2}{2}\cos\varphi}$$

d'où

$$(3) \ldots \ldots \ldots \quad v = \sqrt{u^2\cos^2\frac{\varphi}{2} + z^2\sin^2\frac{\varphi}{2}}.$$

VITESSES PARALLÈLE (v_1) ET PERPENDICULAIRE (v_2) AU RAYON VECTEUR.

§ 7. On aura, par la décomposition des vitesses v_1 et v_2,

$$(v_1) = \quad v_1 \cos\varphi + v_2 \sin\varphi = -w \sin\varphi\cos\varphi + w\cos\varphi\sin\varphi - (w-u)\sin\varphi,$$
$$(v_2) = -v_1 \sin\varphi + v_2 \cos\varphi = +w\sin^2\varphi \quad + w\cos^2\varphi \quad -(w-u)\cos\varphi$$

c'est-à-dire

$$\left.\begin{aligned}(v_1) &= -(w-u)\sin\varphi \\ (v_2) &= w-(w-u)\cos\varphi\end{aligned}\right\}\quad (4).$$

La vitesse (v_1) suivant le rayon vecteur étant négative quand φ varie de o à π, positive de π à 2π, le rayon vecteur est respectivement maximum et minimum pour les valeurs de la vitesse minimum et maximum.

ÉQUATION DE LA TRAJECTOIRE.

§ 8. En désignant par r le rayon vecteur correspondant à l'angle φ, on aura pendant le temps dt,

$$\left\{\begin{aligned} dr &= (v_1)\,dt, \\ rd\varphi &= (v_2)\,dt\end{aligned}\right.$$

d'où, à l'aide des équations (4) :

$$\frac{dr}{r} = \frac{-(w-u)\sin\varphi\, d\varphi}{w-(w-u)\cos\varphi} = -\frac{d\,[w-(w-u)\cos\varphi]}{w-(w-u)\cos\varphi}$$

et, en intégrant, $l\cdot r = -l\cdot[w-(w-u)\cos\varphi] +$ constante; d'où

(4′) . . . . $$r = \frac{q}{w-(w-u)\cos\varphi},$$

en désignant par q la constante d'intégration.

L'équation (4′), qui donne r en fonction de w, u, φ, montre que la trajectoire décrite est une conique. r est maximum et minimum pour $\varphi = o$ et $\varphi = \pi$. Soient n et m ces valeurs extrêmes. On aura

$$\text{pour } \varphi = o, \quad nu = q,$$
$$\text{pour } \varphi = \pi, \quad m(2w - u) = q.$$

On en déduit

$$\frac{n}{m} = \frac{2w - u}{u}, \quad \frac{n - m}{n + m} = \frac{w - u}{w}$$

et, comme $n + m = 2a$, grand axe de la conique, et que $n - m = 2c$, double de l'excentricité linéaire, on aura, pour la valeur de l'excentricité numérique,

$$e = \frac{c}{a} = \frac{w - u}{w}.$$

En posant, de plus, $p = \frac{q}{w} = \frac{nu}{w} = \frac{mz}{w}$, et transportant ces valeurs dans l'équation (4′), on obtiendra l'équation de la trajectoire, sous la forme connue

(5). . . . . $$r = \frac{p}{1 - e\cos\varphi} \text{ (*)}.$$

Le paramètre p en fonction de a, e, n et m prend les formes :

$$p = n(1 - e) = m(1 + e),$$

d'où

$$p = \sqrt{nm(1 - e^2)}$$

$$p = \frac{nm}{a}$$

et

$$p = a(1 - e^2).$$

L'introduction de la quantité e permet aussi de transformer les expres-

(*) Le signe — au dénominateur provient de ce que nous avons pris pour origine des angles φ, la demi-ligne qui répond au rayon vecteur maximum. Si l'on partait du rayon minimum, on aurait $r = \frac{p}{1 + e\cos\varphi}$. Nous avons conservé les conventions de Wronski pour faciliter la vérification de ses formules. Il fonde le choix de l'aphélie pour origine des anomalies, sur deux raisons, l'une, algorithmique, qui nous a paru ne présenter aucun avantage réel (*Proléy. du messianisme*, p. 267), l'autre, philosophique, basée sur le principe de la moindre action : la vitesse imprimée à l'origine est moindre quand l'origine du mouvement est l'aphélie.

sions (4) des vitesses radiale et normale au rayon vecteur. Elles donnent

$$(6) \ldots \ldots \left\{ \begin{array}{l} (v_1) = - we \sin \varphi, \\ (v_2) = w(1 - e \cos \varphi). \end{array} \right.$$

Quant à la vitesse totale v, elle devient

$$(7) \ldots \ldots v = w\sqrt{1 + e^2 - 2e \cos \varphi}.$$

VÉRIFICATION DE LA LOI DES AIRES ET VALEUR DE SA CONSTANTE EN FONCTION DE p ET w.

§ 9. Prenons, comme au § 8, $rd\varphi = (v_2)dt$. A l'aide des équations (6) cette valeur devient

$$rd\varphi = w(1 - e \cos \varphi)\, dt.$$

Mais (5) donne

$$1 - e \cos \varphi = \frac{p}{r},$$

donc

$$r^2 d\varphi = pw \cdot dt$$

et, en intégrant, $\int r^2 d\varphi = pw \cdot t +$ constante.

Mais $\int r^2 d\varphi$ est le double du secteur s décrit par le rayon vecteur. On peut, évidemment, supposer toujours la constante nulle en faisant le secteur décrit nul pour $t = o$, et l'on a

$$(8) \ldots \ldots s = \frac{pw}{2} \cdot t,$$

qui exprime que les aires sont proportionnelles aux temps.

LOI D'ACTION DE LA FORCE CENTRALE H.

§ 10. On a l'équation fondamentale

$$H = -w\frac{d\varphi}{dt}$$

et nous venons de trouver

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{pw}{r^2}.$$

On a donc

$$(9 \ldots\ldots\ldots\ldots \quad H = -\frac{pw^2}{r^2}.$$

C'est la loi de Newton, quand pw^2 est constant. Le signe — indique que la force est dirigée vers le point O. Lorsque l'on considère la force centrale H comme due à l'attraction réciproque de m' et d'une masse m placée en O, on a, par le lemme énoncé plus haut, dans le mouvement relatif, $H = G = -\frac{m+m}{r^2} = -\frac{M}{r^2}$, en posant $M = m + m'$. On a donc, dans ce cas, qui est celui de la nature, $pw^2 = m + m' = M$, ce qui donne pour le paramètre p, l'expression

$$p = \frac{M}{w^2} \text{ ou, réciproquement, (10) } w = \sqrt{\frac{M}{p}}.$$

§ 11. Les §§ précédents suffisent pour démontrer que la loi $Hdt = -wd\varphi$, substituée à la loi newtonienne, donne, avec une extrême simplicité analytique, l'équation de la trajectoire et toutes les propriétés du mouvement, et qu'elle est en fait équivalente à cette loi, quand il s'agit du simple mouvement conique. Mais, quand il s'agit du problème général de la mécanique céleste, ses avantages ne se bornent pas seulement à une simplification analytique. Elle établit alors, comme nous l'avons déjà fait comprendre, une relation directe entre la *force*, quelle qu'elle soit, qui agit suivant le rayon vecteur,

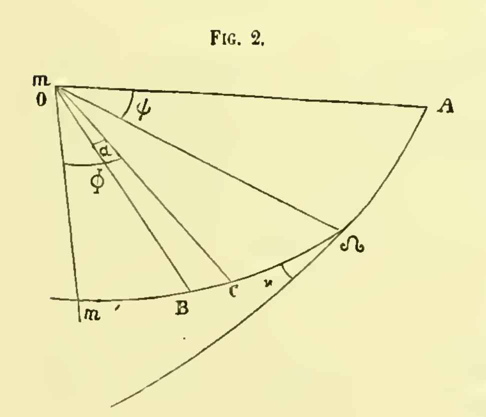
et certains éléments fondamentaux de l'orbite variable, tandis que des relations de cet ordre ne pourraient être obtenues dans la méthode actuelle des constantes arbitraires, qu'après de longs calculs, et d'une manière tout à fait indirecte.

Nous bornerons ici cette exposition de la marche suivie par Wronski pour établir les formules du mouvement conique. (Voir l'indication de cette marche dans les *Prolégomènes du messianisme,* de la page 255 à la page 272.) Toutes les formules relatives à ce mouvement, qu'il a déduites de celles qui précèdent, sont exactes; nous l'avons rigoureusement vérifié, et elles pourront facilement être retrouvées par tout lecteur familier avec les propriétés des courbes du second degré.

§ 12. Il nous sera facile, maintenant, grâce à notre principe général, de passer du cas de w constant dans la relation $Fdt = -wd\varphi$, au cas de w variable sous l'influence des forces quelconques F, T, P. Mais, comme le *plan de l'orbite* et les lignes-origines dans le plan de l'orbite, deviendront généralement variables, il convient de s'entendre auparavant sur la manière dont seront définies les coordonnées de la conique idéale sur laquelle m' sera censé se mouvoir en chaque instant.

Par le pôle arbitraire O (fig. 2) ou, ce qui revient exactement au même, par le centre m de la masse fictive placée au foyer O de la conique idéale, faisons passer un plan fixe, et dans ce plan, par ce même centre, une ligne fixe, mA. Le plan variable de l'orbite de m' coupe le plan fixe suivant la ligne des nœuds $m\Omega$, en considérant ici le côté du nœud ascendant, et la position de cette ligne des nœuds est définie par l'angle $\mathrm{A}m\Omega = \psi$, longitude du nœud ascendant. Le plan $m\Omega m'$ de l'orbite fait avec le plan fixe un angle η, qui est son inclinaison, et quand ψ et η sont connus, la position du plan de l'orbite est entièrement déterminée.

Fig. 2.



Soit maintenant, dans le plan de l'orbite, une ligne fixe mC, pour servir d'origine aux angles mesurés dans ce plan. La position de cette ligne sera déterminée par l'angle $\chi = \mathrm{C}m\Omega + \psi$.

Enfin, si Φ et α sont les angles que font avec cette ligne fixe, le rayon vecteur $mm' = r$, et le demi-grand axe mB pris du côté de l'aphélie, on aura la relation

$$(11) \qquad \varphi = \Phi - \alpha,$$

en appelant, comme ci-dessus, φ, l'angle du rayon vecteur avec le demi-grand axe du côté de l'aphélie.

ψ et η déterminent le plan de l'orbite;

χ et α, la position du grand axe dans ce plan.

En y joignant ce grand axe lui-même, $2a$, et l'excentricité e, on aura toutes les données nécessaires pour fixer les dimensions de l'orbite et son orientation dans l'espace.

§ 13. Abordons maintenant le problème général que nous nous sommes posé.

PRINCIPE (B).

Dans les calculs qui suivent nous aurons plusieurs fois à évaluer la différentielle première du rayon vecteur par rapport au temps, *due à l'action des forces accélératrices;* il importe de rappeler, pour éviter tout malentendu, le principe de dynamique très connu en vertu duquel *cette différentielle est toujours nulle.* En effet si, au temps t, la vitesse du mobile sur la trajectoire est égale à v, le chemin parcouru dans la direction du rayon vecteur pendant le temps dt, sera $dr = v \cos\varpi \cdot dt$, et ce chemin ne dépendra des forces accélératrices que par la vitesse v et l'angle ϖ. Ainsi, par exemple, si pour plusieurs mobiles m_1, $m_2 \cdots$ mus par des forces différentes et décrivant des trajectoires différentes, on a en un même moment, ou en des moments différents,

$$v_1 = v_2 = \cdots = v, \quad \varpi_1 = \varpi_2 \cdots = \varpi,$$

v_1, v_2..., ϖ_1, ϖ_2,... étant les vitesses réelles et les angles de leurs directions et de leurs rayons vecteurs, il y aura aussi égalité entre les variations dr_1, dr_2... de leurs rayons vecteurs pendant le temps dt. Les différentielles d'ordres supérieurs seront seules différentes en général. De ce principe, nous tirons les remarques suivantes.

I.

Si m_1, m_2,... décrivent des coniques autour d'une masse M, avec des vitesses v et des angles ϖ égaux, quels que soient d'ailleurs leurs rayons vecteurs, les variations dr_1, dr_2,... de ces rayons vecteurs aux temps correspondants seront indépendantes de la masse M, ou des forces attractives $\frac{M}{r_1^2}$, $\frac{M}{r_2^2}$,...

II.

Si un mobile m' décrit une trajectoire sous l'action de certaines forces, et qu'à un moment donné, on lui applique une nouvelle force motrice finie, — si l'on veut, une *force perturbatrice,* — la variation du rayon vecteur pendant l'élément de temps n'en sera pas altérée, et, par conséquent, la variation due à l'influence de la force perturbatrice sera nulle.

Corollaire. La variation du rayon vecteur d'une trajectoire quelconque est égale à celle du rayon vecteur de la conique idéale variable sur laquelle le mobile est censé se mouvoir.

A ces théorèmes nous joindrons encore le suivant :

III.

Les paramètres d'une conique sont complètement déterminés par la vitesse v, l'angle ϖ, le rayon vecteur r et la masse attractive M. Dans la conique variable, nous avons vu que cette masse attractive, qui n'est alors que fictive, est égale à $-Fr^2$, F étant la composante radiale des forces accé-

lératrices. Il en résulte que, si $-\mathrm{F}r^2$ ne changeait pas, les paramètres de la conique resteraient constants (*). Les variations de v, ϖ, r dues à la force F, pendant le temps dt, sont celles que subissent ces variables dans la conique même, puisque l'action centrale est égale à $-\frac{(-\mathrm{F}r^2)}{r^2} = \mathrm{F}$ et, par conséquent, les variations correspondantes des paramètres de cette conique sont nulles. Les variations réelles de ces paramètres se réduisent donc à celles qui proviennent des variations de la masse fictive M, c'est-à-dire de $\mathrm{F}r^2$. Par conséquent, *la force* F *n'agit sur les paramètres de la conique qu'en faisant varier la masse fictive* M, *et, si l'on cherche les variations de ces paramètres, il faut y considérer comme nulles les variations de* r, ϖ *et* v *en tant qu'elles proviennent de* F.

§ 14. Ceci posé, venons à l'établissement des formules du mouvement dans la trajectoire, sous l'influence des trois composantes quelconques F, T, P, et occupons-nous d'abord des deux premières F, T, qui agissent dans le plan variable de l'orbite.

Cherchons en premier lieu les expressions des deux paramètres variables p et w, qui sont les facteurs principaux dans l'expression de la masse centrale fictive M et dans le principe des aires.

Nous avons trouvé pour $w =$ constante, dans le mouvement conique,

(10) . . . . $pw^2 = \mathrm{M}.$

Nous aurons donc ici (principe général A), quand p et w seront variables,

(12) . . . . $pw^2 = -\mathrm{F}r^2.$

Quant à l'expression générale de la constante du principe des aires, pw (éq. 8), il est clair que la force centrale F n'exerce aucune action sur sa variation. Mais il en est tout autrement de la force T, qui fait varier directement la vitesse $(v_2) = w\,(1 - e\cos\varphi) = \frac{wp}{r}$ (éq. 5 et 6), perpendiculaire au rayon vecteur r.

(*) Il n'est évidemment pas question ici des forces T et P.

La variation $\delta(v_2)$ de (v_2) pendant le temps dt, ne sera plus seulement due à la variation de r dans l'orbite, mais aussi aux variations des paramètres w et p pendant ce même temps. On aura donc, en représentant par $d(v_2)$ la variation de (v_2) sur l'orbite conique, pour la variation totale de cette vitesse,

$$\delta(v_2) = d(v_2) + \mathrm{T}dt = \frac{\delta \cdot wp}{r} + wp\delta\frac{1}{r}.$$

Mais, comme nous l'avons déjà démontré (principe B), la variation de r provenant des forces accélératrices est nulle, ou, si l'on veut, un infiniment petit du second ordre; par conséquent $\delta r = dr$, variation de r dans l'orbite conique. On en déduit : $d(v_2) = wp\delta\frac{1}{r}$ et, par conséquent, $\mathrm{T}dt = \frac{d \cdot wp}{r}$; d'où, en intégrant,

$$(13) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad wp = (wp)_{(t)} + \int_{(t)}^{t} \mathrm{T}rdt,$$

$(wp)_{(t)}$ étant la valeur de wp au temps (t).

Cette équation, en prouvant que, pour $\mathrm{T} = o$, wp est constant, vérifie le principe des aires pour le cas d'une force centrale F quelconque.

La combinaison des équations (12) et (13) donne alors, pour la détermination des deux variables fondamentales w et p, les expressions :

$$(14) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad w = \frac{-\mathrm{F}r^2}{(wp)_{(t)} + \int_{(t)}^{t} \mathrm{T}rdt},$$

$$(15) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad p = \frac{\left[(wp)_{(t)} + \int_{(t)}^{t} \mathrm{T}rdt\right]^2}{-\mathrm{F}r^2}.$$

Quant à la vitesse perpendiculaire au rayon vecteur, on aura, au temps t, par le principe des aires,

$$pw = (v_2)\, r.$$

D'où :

$$(16) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (v_2) = \frac{(wp)_{(t)} + \int_{(t)}^{t} \mathrm{T}rdt}{r}.$$

On en déduit également $(v_2)dt = dr \operatorname{tg} \varpi$, ϖ étant l'angle de la tangente et du rayon vecteur; d'où :

$$(17) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \operatorname{tg} \varpi = \frac{(wp)_{(t)} + \int_{(t)}^{t} \mathrm{T} r dt}{r} \cdot \frac{dt}{dr}$$

et, pour la vitesse réelle v, sur la vraie trajectoire,

$$(18) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad v = \frac{(v_2)}{\sin \varpi} = \frac{(wp)_{(t)} + \int_{(t)}^{t} \mathrm{T} r dt}{r \sin \varpi},$$

$\sin \varpi$ étant donné par l'équation (17).

Ainsi, si l'on connaissait le rayon vecteur r et la force T en fonction du temps, les équations (17) et (18) donneraient l'angle ϖ et la vitesse v, c'est-à-dire les deux éléments qui, joints à ce rayon r et à la masse fictive $-\mathrm{F}r^2$, déterminent complètement, pour le temps t, les dimensions et l'orientation de la conique variable.

L'angle de position Φ, compté à partir de la ligne fixe du plan de l'orbite, et qui détermine donc, à chaque instant, la position absolue du rayon vecteur dans ce plan, se déduit également sans peine des lois fondamentales

$$(1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad -\mathrm{F} dt = w d\varphi,$$

$$(12) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad -\mathrm{F} r^2 = p w^2;$$

en remarquant que, dans (1), $d\varphi$ est le déplacement angulaire absolu du rayon vecteur et que, par conséquent,

$$d\varphi = d\Phi.$$

On trouve aisément l'expression

$$(19) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \Phi = (\Phi)_{(t)} + \int_{(t)}^{t} \frac{pw}{r^2} \cdot dt,$$

où $(\Phi)_{(t)}$ est l'angle du rayon vecteur et de la ligne fixe de l'orbite au

temps (t). Dans cette expression, pw peut être remplacé par l'expression (13); ce qui donnera

(20) . . . . $$\Phi = (\Phi)_{(t)} + (pw)_{(t)} \int_{(t)}^{t} \frac{dt}{r^2} + \int_{(t)}^{t} \frac{dt}{r^2} \int_{(t)}^{t} \mathrm{T} r\, dt.$$

§ 15. Actuellement, puisque l'on possède les expressions de la vitesse réelle v, de l'angle ϖ et de la masse attirante fictive $-\mathrm{F}r^2$ placée en m, en fonction des forces accélératrices et du rayon vecteur r, on en déduira très facilement, par les formules du mouvement conique, les expressions du demi-grand axe a, de l'excentricité e et de la longitude α de l'aphélie de la conique variable.

Grand axe $2a$. Les équations du mouvement conique donnent facilement la relation :

(21) . . . . $$a = \frac{rpw^2}{2pw^2 - rv^2};$$

pw^2 et v sont donnés par (12) et (18).

En fonction de F, r, v, on aura donc

(21′) . . . . $$a = \frac{\mathrm{F}r^2}{2\mathrm{F}r + v^2}.$$

On peut aussi donner à a une autre forme; des équations (13) et (18), on déduit

$$v^2 = \frac{p^2 w^2}{r^2 \sin^2 \varpi};$$

d'où

(22) . . . . $$a = \frac{r}{2 - \dfrac{p}{r \sin^2 \varpi}}$$

Cette dernière équation donnera le demi-grand axe quand, le paramètre p étant connu par l'équation (15), on aura aussi r et ϖ. En remplaçant d'ailleurs

dans l'équation (21), pw^2 et v par leurs valeurs générales (12) et (18), on obtiendrait finalement l'expression générale

$$(22') \quad \ldots\ldots\ldots \quad a = \frac{Fr^2}{2Fr + \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{\left[(wp)_{(t)} + \int_{(t)}^{t} Trdt\right]^2}{r^2}}.$$

Excentricité e. La relation $p = a(1 - e^2)$ donne immédiatement (23) $e = \sqrt{1 - \frac{p}{a}}$, où tout est connu en vertu de (15) et de (22′).

On obtiendrait e en fonction de p, r et ϖ par la transformation suivante :

$$1 - e^2 = \frac{2pr\sin^2\varpi - p^2}{r^2\sin^2\varpi} = 2\frac{p}{r} - \left(\frac{p}{r}\right)^2 \frac{1}{\sin^2\varpi}.$$

D'où

$$(24) \quad \ldots\ldots\ldots \quad e^2 = 1 - 2\frac{p}{r} + \left(\frac{p}{r}\right)^2 \frac{1}{\sin^2\varpi}.$$

Longitude α *de l'aphélie.* L'angle $\Phi - \alpha$ que fait le rayon vecteur avec la ligne des apsides, est donné dans le mouvement conique par l'expression

$$(25) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \operatorname{tg}(\Phi - \alpha) = \frac{\frac{p}{r}}{\operatorname{tg}\varpi\left(\frac{p}{r} - 1\right)}$$

et, en y remplaçant p par (15) et $\operatorname{tg}\varpi$ par (17),

$$(25') \quad \ldots\ldots\ldots \quad \operatorname{tg}(\Phi - \alpha) = \frac{\left[(wp)_{(t)} + \int_{(t)}^{t} Trdt\right] r\frac{dr}{dt}}{\left[(wp)_{(t)} + \int_{(t)}^{t} Trdt\right]^2 + Fr^3}.$$

§ 16. Les équations précédentes contenant des intégrales qui supposent connue la valeur de r, en fonction du temps, il faut encore connaître cette fonction ou, si l'on veut, l'équation de la trajectoire.

Or, il est clair que r est, au temps t, le rayon vecteur d'une conique dont les éléments sont donnés par les équations précédentes, et qui correspond à l'angle Φ, également donné par l'une de ces équations.

On a donc, pour l'équation de la trajectoire dans son plan,

$$(26) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad r\left[1 - e\cos(\Phi - \alpha)\right] = p,$$

et cette équation, en y remplaçant e, Φ, α, p par les fonctions calculées (23), (19), (25), (15) des composantes F, T, de r et de t, représentera implicitement toutes les trajectoires que peut décrire dans un plan un point matériel.

Nous indiquerons plus loin la manière de se servir de ces relations pour en dégager les inconnues dans le cas de la mécanique céleste (*).

§ 17. Avant de passer à l'étude des effets de la composante P, normale au plan de l'orbite variable, il nous reste à exposer d'autres relations, existant entre les paramètres variables, et qui peuvent également servir à les déterminer en fonction les uns des autres.

Excentricité e. Reprenons l'expression (24) et faisons y varier les variables, en remarquant que, d'après le principe (B) et le théorème III, dr est nulle, et qu'il faut également regarder comme nulles les variations de v et ϖ qui dépendent de F (**).

On obtient ainsi :

$$(27) \quad . \; . \; . \; . \quad 2ede = -2d\left(\frac{p}{r}\right) + \frac{2}{\sin^2\varpi}\cdot\left(\frac{p}{r}\right)d\left(\frac{p}{r}\right) - 2\left(\frac{p}{r}\right)^2\frac{\cos\varpi}{\sin^3\varpi}\,d\varpi.$$

(*) L'angle Φ est donné par son expression (19) en fonction de r et de t, mais d'une manière implicite. Les équations (19) et (26) constituent donc deux relations entre r, Φ et t, mais ne résolvent pas mieux, en réalité, le problème des trois corps que les méthodes déjà connues. La prétention de Wronski (*Réforme des mathématiques,* p. CLIJ) de donner la solution absolue du problème des trois corps est donc mal fondée. Si l'on transporte, dans l'équation conique, les expressions des paramètres variables trouvées par la méthode actuelle des constantes arbitraires, on arrive à une équation de la trajectoire réelle, aussi bien que dans la méthode de Wronski.

(**) Notre théorème III montre l'inexactitude partielle de l'expression dont Wronski se sert, pp. CXLVIIJ et CXLIX, quand il dit que la composante radiale n'exerce aucune influence sur les variations de e et α. Il faut remarquer, en outre, que la composante radiale dont il parle, n'est pas notre composante F, mais seulement ce qu'on entend aujourd'hui par *la composante perturbatrice suivant le rayon vecteur.* Il se place, dès l'abord, dans le cas de la mécanique céleste.

où l'on a, en vertu des principes rappelés,

$$d \cdot \frac{p}{r} = \frac{dp}{r} \quad \text{et} \quad d\varpi = \frac{\mathrm{T}\cos\varpi}{v} \cdot dt,$$

T cos ϖ étant la composante de T perpendiculaire à la tangente, et qui agit donc pour faire tourner cette tangente de l'angle $d\varpi$ pendant dt. (Voyez plus loin pour la démonstration très élémentaire de cette expression le § 33.)

On a, d'ailleurs,

$$\mathrm{T}rdt = d(pw) \text{ (éq. 15)} \quad \text{et} \quad rv \sin\varpi = pw.$$

D'où :

$$d\varpi = \frac{d(pw)}{pw} \sin\varpi \cos\varpi.$$

Par conséquent, (27) deviendra

$$ede = -\frac{dp}{r} + \frac{1}{\sin^2\varpi} \cdot \frac{p}{r} \cdot \frac{dp}{r} - \left(\frac{p}{r}\right)^2 \frac{\cos\varpi}{\sin^3\varpi} \cdot \frac{d(pw)}{pw} \sin\varpi \cos\varpi$$

$$= -\frac{p}{r} \cdot \frac{dp}{p} + \frac{p^2}{r^2} \cdot \frac{1}{\sin^2\varpi} \cdot \frac{dp}{p} - \left(\frac{p}{r}\right)^2 \cot^2\varpi \, \frac{d(pw)}{pw}.$$

(28) . . . $$ede = \frac{p}{r} \frac{1}{\sin^2\varpi} \left(\frac{p}{r} - \sin^2\varpi\right) \frac{dp}{p} - \left(\frac{p}{r}\right)^2 \cot^2\varpi \, \frac{d(pw)}{pw}.$$

Or, on a, par le mouvement conique,

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg}\varpi &= \frac{rd\varphi}{dr} = -\frac{1 - e\cos\varphi}{e\sin\varphi}, \\ r(1 - e\cos\varphi) &= p \end{aligned}\right\}.$$

D'où :

$$\operatorname{tg}\varpi = -\frac{p}{re\sin\varphi}, \quad \left(\frac{p}{r}\right)^2 \cot^2\varpi = e^2\sin^2\varphi, \quad \sin^2\varpi = \frac{\left(\frac{p}{r}\right)^2}{e^2\sin^2\varphi + \left(\frac{p}{r}\right)^2},$$

$$\left(\frac{p}{r}\right) \frac{1}{\sin^2\varpi} \left(\frac{p}{r} - \sin^2\varpi\right) = e^2\sin^2\varphi + \left(\frac{p}{r}\right)^2 - \frac{p}{r} = e^2\sin^2\varphi + \frac{p}{r}\left(\frac{p}{r} - 1\right) = e^2\sin^2\varphi - \frac{p}{r} e\cos\varphi.$$

Ainsi, (28) devient

$$ede = \left(e^2 \sin^2\varphi - \frac{p}{r} e \cos\varphi\right)\frac{dp}{p} - e^2 \sin^2\varphi \frac{d(pw)}{pw},$$

$$de = \left(e \sin^2\varphi - \frac{p}{r} \cos\varphi\right)\frac{dp}{p} - e \sin^2\varphi \frac{d(pw)}{pw}$$

et, en intégrant, de (t) à t et appelant $(e)_{(t)}$ la valeur de e pour t,

$$e = (e)_{(t)} + \int_{(t)}^{t} \left(e \sin^2\varphi - \frac{p}{r} \cos\varphi\right)\frac{dp}{p} - e \sin^2\varphi \frac{d(pw)}{pw}$$

ou, comme

$$\frac{d(pw)}{pw} = \frac{dp}{p} + \frac{dw}{w}, \quad \text{et} \quad \varphi = \Phi - \alpha,$$

$$(29) \quad \ldots \quad e = (e)_{(t)} - \int_{(t)}^{t} \frac{p}{r} \cos(\Phi - \alpha)\frac{dp}{p} + e \sin^2(\Phi - \alpha)\frac{dw}{w}.$$

§ 18. *Longitude α de l'aphélie.* On a la relation

$$\frac{p}{r} = 1 - e \cos(\Phi - \alpha).$$

Nous rappellerons ici, comme au sujet de l'excentricité, le principe (B) et le théorème III. Nous remarquerons, en outre, que si l'on fait varier toutes les quantités de l'équation précédente, on peut faire abstraction de la partie de ces variations qui auraient lieu dans l'orbite supposée invariable, attendu que ces parties des variations donnent, dans les deux membres de l'équation, des valeurs égales.

Comme ces variations dans l'orbite proviennent de la variation de l'angle Φ, cela revient à considérer cet angle Φ comme constant.

En vertu de ces principes, nous aurons $d\Phi = o$, $dr = o$ et, par conséquent,

$$\frac{dp}{r} + e \sin(\Phi - \alpha)\, d\alpha + \cos(\Phi - \alpha)\, de = o$$

et, puisque

$$\cos(\Phi - \alpha) = \frac{1 - \frac{p}{r}}{e},$$

$$\frac{dp}{r} + e\sin(\Phi - \alpha)\,d\alpha = \frac{\frac{p}{r} - 1}{e}\,de.$$

D'où :

$$d\alpha = \frac{1}{e\sin(\Phi - \alpha)}\left\{\frac{\frac{p}{r} - 1}{e}\,de - \frac{dp}{r}\right\}.$$

et, à cause de l'équation (29), employant pour simplifier $\varphi = \Phi - \alpha$,

$$d\alpha = \frac{1}{e\sin(\Phi - \alpha)}\left\{-\frac{\frac{p}{r} - 1}{e}\cdot\frac{p}{r}\cos\varphi\,\frac{dp}{p} - \frac{\frac{p}{r} - 1}{e}\,e\sin^2\varphi\,\frac{dw}{w} - \frac{p}{r}\cdot\frac{dp}{p}\right\}$$

$$= \frac{\frac{p}{r}}{e\sin(\Phi - \alpha)}\left\{\left[\left(1 - \frac{p}{r}\right)\frac{\cos\varphi}{e} - 1\right]\frac{dp}{p} - \frac{\frac{p}{r} - 1}{\frac{p}{r}}\sin^2\varphi\cdot\frac{dw}{w}\right\}.$$

Or,

$$1 - \frac{p}{r} = e\cos\varphi;$$

donc

$$d\alpha = \frac{\frac{p}{r}}{e\sin(\Phi - \alpha)}\left\{-\sin^2\varphi\,\frac{dp}{p} + \frac{e\cos\varphi\,\sin^2\varphi}{\frac{p}{r}}\cdot\frac{dw}{w}\right\}$$

ou, comme

$$\frac{dw}{w} = \frac{d(pw)}{pw} - \frac{dp}{p},$$

$$d\alpha = \frac{\frac{p}{r}}{e\sin(\Phi - \alpha)}\left\{-\sin^2\varphi\left(1 + \frac{e\cos\varphi}{\frac{p}{r}}\right) + \frac{e\cos\varphi\,\sin^2\varphi}{\frac{p}{r}}\,\frac{d(pw)}{pw}\right\}.$$

Tenant compte enfin de la relation $\frac{p}{r} + e \cos\varphi = 1$, remplaçant φ par $\Phi - \alpha$, simplifiant et intégrant, il viendra

$$(30) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \alpha = (\alpha)_{(t)} + \int_{(t)}^{t} \sin(\Phi - \alpha) \left\{ \cos(\Phi - \alpha) \frac{d(pw)}{pw} - \frac{1}{e} \cdot \frac{dp}{p} \right\}.$$

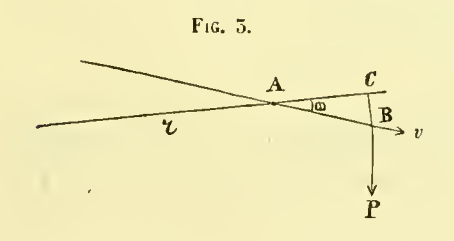
Les équations (29) et (30) donneront respectivement e en fonction de α, et α en fonction de e, quand on aura déjà les expressions des paramètres fondamentaux p et w (car Φ est également fonction de p et w par l'équation (19)).

Afin de ne pas compliquer cette exposition, nous renverrons à la note II quelques considérations sur une formule exponentielle, présentée par Wronski pour représenter la trajectoire dans son plan et que nous ne croyons pas exacte.

§ 19. Les formules précédentes contenant toutes les conséquences de l'influence des forces F et T situées dans le plan de l'orbite, il ne nous reste plus qu'à évaluer celle de la force P normale à ce plan. Cette dernière force agit, à chaque instant, pour faire varier l'orientation du plan de l'orbite. Nous allons, d'abord, déterminer l'angle $d\rho$ dont elle fait tourner ce plan autour du rayon vecteur r pendant le temps dt, et de la valeur de $d\rho$ nous déduirons ensuite, trigonométriquement, les variations $d\eta$, $d\psi$, des angles qui fixent la position de ce plan. (Voyez § 12.)

Soient Av (fig. 3) la direction de la vitesse réelle v, r le rayon vecteur, ϖ l'angle de v et r. AB étant l'élément vdt décrit pendant le temps dt et BC, une perpendiculaire à la direction du rayon vecteur, on aura $CB = vdt \sin\varpi$.

Fig. 3.



La force P fera au bout du temps dt décrire à B un angle $d\rho$ autour de C dans le plan (CB, P), et cet angle sera celui dont le plan (r, v) a tourné dans le même temps autour de r. Or, pendant le temps dt, le point d'application B de P a subi par rapport à A un déplacement relatif $P(dt)^2$ (c'est-à-dire

$dv'dt = Pdt \cdot dt$; en effet, le point A et le point B sont animés tous les deux au temps t de la même vitesse acquise v' sous l'influence de P). On a donc

$$P(dt)^2 = d\rho \cdot CB = d\rho \quad vdt \sin\varpi,$$

d'où

$$(31) \quad \dots\dots\dots\dots \quad d\rho = \frac{Pdt}{v \sin\varpi}.$$

Si, maintenant, e, p, et α sont les paramètres de la conique variable au temps t, on aura, en posant $\Phi - \alpha = \varphi$,

$$\operatorname{tg}\varpi = \frac{rd\varphi}{dr} = \frac{-p}{re\sin(\Phi - \alpha)} \text{ par l'équation } r = \frac{p}{1 - e\cos(\Phi - \alpha)}.$$

D'où l'on déduit

$$\frac{1}{\sin\varpi} = \frac{\sqrt{1 + r^2\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2}}{r\frac{d\varphi}{dr}} = \frac{\sqrt{\frac{p^2}{r^2} + e^2\sin^2\varphi}}{\frac{p^2}{r^2}} = \frac{\sqrt{1 + e^2 - 2e\cos(\Phi - \alpha)}}{1 - e\cos(\Phi - \alpha)}$$

et, par conséquent,

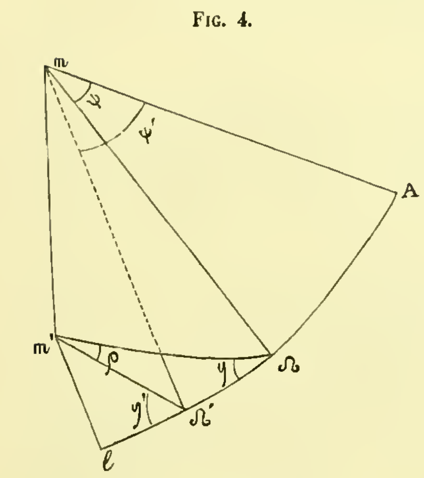
$$(32) \quad \dots\dots\dots \quad d\rho = \frac{Pdt}{v} \cdot \frac{\sqrt{1 + e^2 - 2e\cos(\Phi - \alpha)}}{1 - e\cos(\Phi - \alpha)} \; (*).$$

Au lieu d'introduire l'excentricité e, et les angles Φ et α, on pourrait également se servir de la formule qui donne plus directement $\operatorname{tg}\varpi$ (éq. 17).

(*) Wronski a écrit $d\rho = \frac{Pdt}{v}$. Le facteur par lequel il faut multiplier cette expression inexacte est celui que M. Y Villarceau a également donné dans les *Comptes rendus* de l'Académie des sciences de Paris, dans sa Note citée sur les méthodes de Wronski.

§ 20. L'expression de $d\rho$ étant obtenue, il est facile d'en déduire les expressions de η et ψ. Reportons-nous (fig. 4) à la figure du § 12 et supposons que le plan de l'orbite ait tourné, autour du rayon vecteur mm', d'un angle ρ. L'intersection de ce plan avec le plan fixe deviendra $m\Omega'$, η deviendra η' et ψ, ψ'.

FIG. 4.



Abaissons l'arc de grand cercle $m'l$ perpendiculaire à $A\Omega\Omega'$. Nous aurons.

$$\operatorname{tg} m'l = \sin l\Omega' \cdot \operatorname{tg}\eta',$$

d'où

$$\cos l\Omega' \operatorname{tg}\eta' d\cdot l\Omega' + \frac{\sin l\Omega'}{\cos^2\eta'} d\eta' = 0.$$

On a aussi dans le triangle $\Omega\Omega' m'$:

$$\frac{\sin \Omega\Omega'}{\sin\rho} = \frac{\sin m'\Omega}{\sin\eta'}.$$

Pour $\eta = \eta'$, $\Omega\Omega' = - d \cdot l\Omega'$, $\rho = d\rho$, ces relations deviennent :

$$\cos l\Omega \cdot \operatorname{tg}\eta \cdot d \cdot l\Omega' + \frac{\sin l\Omega}{\cos^2\eta} d\eta = 0,$$

$$d\eta = -\cot l\Omega \sin\eta \cos\eta \, d\cdot l\Omega', \quad - d\cdot l\Omega' = \frac{\sin m'\Omega}{\sin\eta} \cdot d\rho.$$

et, par suite,

$$d\eta = \cot l\Omega \sin m'\Omega \cos\eta \cdot d\rho.$$

Mais

$$\operatorname{tg} l\Omega = \operatorname{tg} m'\Omega \cdot \cos\eta,$$

donc

$$(33) \quad \ldots\ldots\ldots \quad d\eta = \frac{\sin m'\Omega \cdot \cos\eta}{\operatorname{tg} m'\Omega \cdot \cos\eta} d\rho = \cos m'\Omega \cdot d\rho.$$

On aura, par les mêmes formules,

$$(34) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad d\psi = ☊☊' = \frac{\sin m'☊}{\sin \eta} \cdot d\rho.$$

L'angle $m'☊$, d'après les conventions adoptées au § 12, est égal à $\chi - \psi + \Phi$. On aura donc, en intégrant (33) et (34) du temps (t) au temps t,

$$\begin{cases} (35) \quad \ldots\ldots \quad \eta = (\eta)_{(t)} + \int_{(t)}^{t} \cos(\chi - \psi + \Phi) \cdot d\rho, \\ (36) \quad \ldots\ldots \quad \psi = (\psi)_{(t)} + \int_{(t)}^{t} \frac{\sin(\chi - \psi + \Phi)}{\sin \eta} \cdot d\rho. \end{cases}$$

Quant à l'angle χ, qui détermine la position de la ligne fixe du plan de l'orbite, on aura pour le déterminer, la relation :

$$\chi - \psi + \Phi = m'☊.$$

Dans la rotation, l'angle Φ reste constant; donc

$$d\chi = d\psi + d \cdot m'☊.$$

Or,

$$\sin m'l = \sin m'☊ \cdot \sin \eta.$$

D'où :

$$\begin{aligned} d \cdot m'☊ &= -\operatorname{tg} m'☊ \cot \eta \cdot d\eta, \\ &= -\operatorname{tg} m'☊ \cot \eta \cos m'☊ \cdot d\rho, \\ &= -\sin m'☊ \cot \eta \cdot d\rho. \end{aligned}$$

Donc

$$d\chi = \sin m'☊ \cdot \left(\frac{1}{\sin \eta} - \cot \eta\right) d\rho = \frac{1 - \cos \eta}{\sin \eta} \sin m'☊ \cdot d\rho = \sin m'☊ \operatorname{tg} \frac{\eta}{2} \cdot d\rho$$

et, en intégrant,

$$(37) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \chi = (\chi)_{(t)} + \int_{(t)}^{t} \sin(\chi - \psi + \Phi) \operatorname{tg} \frac{\eta}{2} d\rho.$$

Dans toutes ces expressions (35), (36), (37) (*), $d\rho$ a la valeur (31) ou (32).

(*) Données sans démonstration par Wronski, p. 291 des *Prolégomènes du messianisme*.

EMPLOI DES FORMULES GÉNÉRALES.

§ 21. Le résultat immédiat des relations dynamiques établies dans les paragraphes précédents, consiste dans la détermination des paramètres variables d'une trajectoire arbitraire à force centrale, sur laquelle un point matériel décrivant une trajectoire donnée quelconque, pourrait être considéré comme se mouvant en chaque instant. En effet, le principe général (A) fournira toujours pour le paramètre de cette force H elle-même, une valeur (ou, si cette force H renfermait plusieurs paramètres, une condition entre ces paramètres) donnée par l'équation générale H = F. La force H étant ainsi connue et les expressions générales (17) et (18) de v et ϖ subsistant toujours, on n'aurait qu'à exprimer les paramètres k, l, m ... de la courbe variable choisie, en fonction de v, ϖ, H et r, ce qui sera donné immédiatement par la nature connue de cette courbe.

C'est ce principe général que nous avons appliqué plus haut, en choisissant pour trajectoire variable une conique, les intégrales contenues dans les expressions des paramètres variables étant calculées au moyen des coordonnées de la trajectoire réelle.

Dans la question présente, l'emploi le plus intéressant de ces relations dynamiques consiste à déterminer d'une manière de plus en plus approchée la trajectoire d'un point matériel, quand on connaît déjà cette trajectoire par une première approximation. Il suffit pour cela de prendre pour trajectoire variable la courbe même donnée par cette première approximation, et d'en calculer les paramètres variables par la méthode générale exposée plus haut pour une trajectoire variable quelconque. La trajectoire variable ainsi choisie fournira pour toute époque déterminée t, une représentation géométrique plus exacte de la trajectoire réelle.

D'après cette règle, quand il s'agit des mouvements célestes, dont la première approximation est une conique, la trajectoire variable conique s'impose donc d'elle-même. On exprimera d'une manière approchée, en fonction du temps, les forces F, T, P et le rayon vecteur et l'on pourra alors effectuer les intégrations contenues dans les formules. La seule intégrale, $\int_{(t)}^{t} \mathrm{T}r dt$, four-

nira immédiatement les variables w, p, a, e, ϖ, v (*); $\int_{(t)}^{t} \frac{pw}{r^2} dt$ donnera à son tour Φ, d'où α, et en introduisant ces valeurs dans l'équation

$$(26) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad r = \frac{p}{1 - e\cos(\Phi - \alpha)},$$

où l'on donnera aux quantités p, e et α leurs valeurs au temps déterminé t, cette équation sera celle d'une conique qui représentera la trajectoire réelle d'une manière plus exacte que la conique de la première approximation.

Les données approchées de la trajectoire fourniront de même immédiatement à l'aide de P, les trois intégrales contenues dans η, ψ, χ, et, par conséquent, les valeurs de ces variables.

La seconde approximation de la trajectoire étant ainsi connue, on s'en servira de la même manière pour en déterminer une troisième, et ainsi de suite, cinq intégrales suffisant dans tous les cas.

Si les forces F, T, P émanent d'autres points, décrivant également des trajectoires, il sera nécessaire de connaître aussi pour la détermination de ces forces, les trajectoires approchées de ces autres points. Les formules serviront à trouver ainsi, avec une exactitude de plus en plus grande, les trajectoires décrites par des points en nombre quelconque soumis à leurs actions mutuelles, que ces trajectoires soient de même nature ou de natures différentes, et quelles que soient d'ailleurs leurs situations respectives.

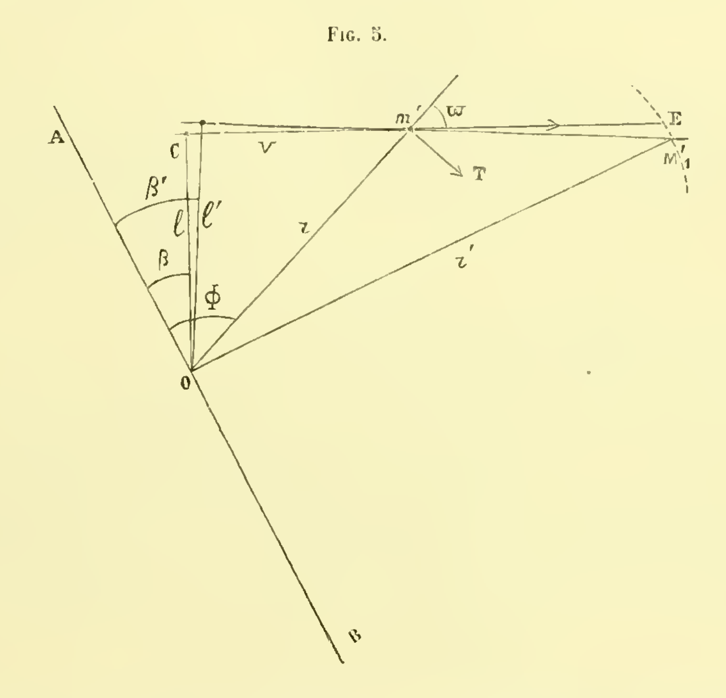
§ 22. Pour donner un exemple de l'application de nos formules à une trajectoire différente d'une conique, supposons (fig. 5) une masse m' se mouvant sous l'action d'une vitesse initiale V et sollicitée par une force constante T, très faible, perpendiculaire au rayon vecteur r émanant d'un centre O, et située dans le plan de V et de r (plan de l'orbite) (**).

(*) La formule (21′) $a = \frac{Fr^2}{2Fr + v^2}$ donne déjà une valeur approchée du grand axe sans aucune intégration, si l'on se contente de la valeur déjà connue de r.

(**) Ce cas rappelle celui d'un pôle d'aimant se mouvant sous l'action d'un courant vertical très faible, o.

La première approximation de la trajectoire sera donnée par la ligne droite même, CE, que décrirait m', si T n'existait pas. Soit AOB une ligne fixe, origine des angles Φ du rayon vecteur dans le plan de l'orbite; $OC = l$ une perpendiculaire à CE, β l'angle $\widehat{AOC}$ et ϖ l'angle de r et de V.

Fig. 5.



L'équation de la ligne droite CE sera, en supposant m' en C pour $t = t_1$,

$$r = \sqrt{l^2 + V^2(t - t_1)^2},$$

$$r \sin(\Phi - \beta) = V(t - t_1) \text{ ou } r = \frac{l}{\cos(\Phi - \beta)}$$

les paramètres étant l, β, V, t_1.

En fonction de, Φ, r, ϖ, V, t on trouve facilement

$$l = r \sin \varpi,$$

$$t - t_1 = + \frac{r \cos \varpi}{V},$$

$$\operatorname{tg}(\Phi - \beta) = + \cot \varpi,$$

équations qui serviront à déterminer l, t, β quand on connaîtra V, ϖ, r, Φ en fonction de t.

Or, les relations générales (17), (18), (19) donnent dans le cas actuel, pour les valeurs ϖ', V', Φ' relatives à la nouvelle approximation de la trajectoire :

$$(17') \quad \ldots\ldots \quad \operatorname{tg}\varpi' = \frac{Vl + T\int_{t_1} r\,dt}{r\frac{dr}{dt}}, \qquad (18') \quad \ldots\ldots \quad V' = \frac{Vl + T\int_{t_1}^{t} r\,dt}{r\sin\varpi}$$

et

$$(19') \quad \ldots\ldots \quad \Phi' = \beta + \int_{t_1}^{t}\left(Vl + T\int_{t_1}^{t} r\,dt\right)\frac{dt}{r^2}.$$

A l'aide de la première approximation, on a

$$r = \sqrt{l^2 + V^2(t-t_1)^2}, \qquad \frac{dr}{dt} = \frac{V^2(t-t_1)}{r},$$

$$\int r\,dt = \int\sqrt{l^2 + V^2(t-t_1)^2}\cdot dt = \left\{\frac{1}{4}(\eta^2 - \eta^{-2}) + l\cdot\eta + C\right\}\frac{l^2}{2V},$$

en posant

$$\eta = \sqrt{1 + \frac{V^2}{l^2}(t-t_1)^2} + \frac{V}{l}(t-t_1).$$

Pour $t = t_1$, $\eta = 1$. Donc

$$\int_{t_1}^{t} r\,dt = \left\{\frac{1}{4}(\eta^2 - \eta^{-2}) + l\cdot\eta\right\}\frac{l^2}{2V}.$$

On en déduira pour les nouvelles valeurs ϖ' et V',

$$\operatorname{tg}\varpi' = \frac{Vl + T\frac{l^2}{2V}\left[\frac{\eta^2 - \eta^{-2}}{4} + l\cdot\eta\right]}{V^2(t-t_1)},$$

$$V' = \frac{Vl + T\frac{l^2}{2V}\left[\frac{\eta^2 - \eta^{-2}}{4} + l\cdot\eta\right]}{\sin\varpi\sqrt{l^2 + V^2(t-t_1)^2}}.$$

A l'aide de ces valeurs et des équations

$$l' = r \sin \varpi'$$

$$t - t'_1 = \frac{r \cos \varpi'}{V'},$$

$$\operatorname{tg}(\Phi' - \beta') = \cot \varpi',$$

on calculera les paramètres variables l', t'_1 et β' qui donneront pour un temps t donné, la seconde approximation de la trajectoire réelle. Cette seconde approximation est la droite

$$r = \frac{l'}{\cos(\Phi - \beta')}$$

représentée (fig. 5) par m', m'_1; et l'on obtiendra aisément soit analytiquement, soit géométriquement comme le montre la figure, la position plus exacte m'_1 de m', pour un temps déterminé quelconque.

Pour éviter la résolution de l'intégrale double contenue dans la valeur (19′) de Φ', résolution qui n'aurait ici aucun intérêt, on peut se contenter, pour obtenir β', d'introduire à la place de Φ dans l'équation

$$\operatorname{tg}(\Phi - \beta') = \cot \varpi',$$

sa valeur donnée par la première approximation.

Ce qui précède suffit pour montrer l'extension que peuvent prendre nos formules et la généralité de leur application.

CAS PARTICULIER DE LA MÉCANIQUE CÉLESTE.

§ 23. Pour rendre les formules précédentes applicables au cas de la mécanique céleste, et retrouver les formules de Wronski, il faut choisir pour le point origine ou pôle du mouvement, la masse centrale m du système; T et P

seront les résultantes des composantes des *forces perturbatrices,* par exemple des attractions de masses étrangères m'', m''', ..., perpendiculaires au rayon vecteur de l'orbite de m' dans le plan de cette orbite, et perpendiculaires à ce plan, dans le mouvement relatif de m' par rapport à m. Quant à F, elle deviendra

$$-\frac{m+m'}{r^2}+\mathrm{R}=-\frac{\mathrm{M}}{r^2}+\mathrm{R}\ (\text{en posant } \mathrm{M}=m+m'),$$

R étant la résultante des composantes radiales des forces perturbatrices (par exemple, la somme des attractions de m', m''' ... suivant le rayon vecteur) dans le mouvement relatif; il suffira donc de remplacer F par $-\frac{\mathrm{M}}{r^2}+\mathrm{R}$, pour obtenir les formules de la mécanique céleste.

Nous allons réunir ces formules dans le tableau suivant :

$$(13)\quad wp=(wp)_{(t)}+\int_{(t)}^{t}\mathrm{T}r\,dt, \qquad (19)\quad \Phi=(\Phi)_{(t)}+\int_{(t)}^{t}\frac{pw}{r^2}\,dt.$$

$$(14)\quad w=\frac{\mathrm{M}-\mathrm{R}r^2}{(wp)_{(t)}+\int_{(t)}^{t}\mathrm{T}r\,dt}.$$

$$(15)\quad p=\frac{\left[(wp)_{(t)}+\int_{(t)}^{t}\mathrm{T}r\,dt\right]^2}{\mathrm{M}-\mathrm{R}r^2}.$$

$$(17)\quad \lg\varpi=\frac{(wp)_{(t)}+\int_{(t)}^{t}\mathrm{T}r\,dt}{r}\cdot\frac{dt}{dr}.$$

$$(18)\quad v=\frac{(wp)_{(t)}+\int_{(t)}^{t}\mathrm{T}r\,dt}{r\sin\varpi}. \qquad (16)\quad (v_2)=\frac{(wp)_{(t)}+\int_{(t)}^{t}\mathrm{T}r\,dt}{r}.$$

$$(22)\quad a=\frac{r}{2-\dfrac{p}{r\sin^2\varpi}} \quad \text{ou} \quad (21)\quad a=\frac{rpw^2}{2pw^2-rv^2}, \quad (21')\quad a=\frac{\mathrm{M}-\mathrm{R}r^2}{\dfrac{2\mathrm{M}}{r}-2\mathrm{R}r-v^2}.$$

$$(23)\quad e=\sqrt{1-\frac{p}{a}}, \qquad (29)\quad e=(e)_{(t)}-\int_{(t)}^{t}\left\{\frac{p}{r}\cos(\Phi-\alpha)\frac{dp}{p}+e\sin^2(\Phi-\alpha)\frac{dw}{w}\right\}.$$

(25) $\operatorname{tg}(\Phi-\alpha)=\dfrac{\dfrac{p}{r}}{\operatorname{tg}\varpi\left(\dfrac{p}{r}-1\right)}$ (30) $\alpha=(\alpha)_{(t)}+\displaystyle\int_{(t)}^{t}\sin(\Phi-\alpha)\left\{\cos(\Phi-\alpha)\frac{d\cdot(pw)}{pw}-\frac{1}{e}\cdot\frac{dp}{p}\right\}.$

(26) $r=\dfrac{p}{1-e\cos(\Phi-\alpha)}.$

(35) $\eta=(\eta)_{(t)}+\displaystyle\int_{(t)}^{t}\cos(\chi-\psi+\Phi)\,d\rho$, (32) $d\rho=\dfrac{\mathrm{P}dt}{v\sin\varpi}.$

(36) $\psi=(\psi)_{(t)}+\displaystyle\int_{(t)}^{t}\frac{\sin(\chi-\psi+\Phi)}{\sin\eta}\,d\rho.$

(37) $\chi=(\chi)_{(t)}+\displaystyle\int_{(t)}^{t}\sin(\chi-\psi+\Phi)\operatorname{tg}\frac{\eta}{2}\,d\rho.$

Ce qui a été dit sur l'usage de ces formules dans le cas général s'applique identiquement et sans difficulté au cas actuel.

§ 24. Dans l'établissement des formules précédentes, nous avons considéré comme fixe le plan auquel, par les coordonnées ψ, η, est rapporté le plan variable de l'orbite. Il peut cependant se présenter des cas où c'est à un plan variable lui-même que ce plan de l'orbite est rapporté; c'est ce qui arrive, par exemple, dans la théorie du mouvement de la lune, où l'on prend pour plan origine l'écliptique, c'est-à-dire le plan variable de l'orbite terrestre. Il faut donc connaître les coordonnées angulaires du plan variable et de la ligne fixe de l'orbite par rapport au plan fixe, ou plan invariable du système tout entier, — coordonnées que nous désignerons par

$$\mathrm{H},\ \Psi,\ \mathrm{X},\ -$$

en fonction de coordonnées de cette orbite variable par rapport au *plan origine variable* lui-même, ou plan *intermédiaire*, coordonnées désignées par

$$\eta,\ \psi,\ \chi,\ -$$

et des coordonnées du *plan intermédiaire* par rapport au plan fixe, coordonnées désignées par

$$(\eta)\ (\psi)\ (\chi).$$

Dans la figure ci-après (fig. 6) :

mFB est le plan fixe,
mF sa ligne fixe ;

mBA le plan intermédiaire,
mA sa ligne fixe ;
mCD le plan de l'orbite,
mE sa ligne fixe.

Il s'agit d'obtenir :

H, Ψ, X en fonction de η, ψ, χ et de (η), (ψ), (χ).

Fig. 6.

On aura, d'abord, dans le triangle DCB,

$$\cos H = \cos\eta \cos(\eta) - \sin\eta \sin(\eta) \cos DB$$

et, comme

$$DB = (\chi) - (\psi) + \psi,$$

$$(38) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \begin{cases} \cos H = \cos \eta \cos(\eta) - \sin \eta \sin(\eta) \cos\left[(\chi) - (\psi) + \psi\right], \\ \sin H = \sqrt{1 - \cos^2 H}, \end{cases}$$

le signe + pour le nœud ascendant.

Pour

$$\Psi = CF,$$

on a

$$\cos \Psi = \cos BF \cos BC - \sin BF \sin BC,$$

$$\sin \Psi = \sin BF \cos BC + \cos BF \sin BC$$

où

$$BF = (\psi),$$

$$\frac{\sin BC}{\sin \eta} = \frac{\sin DB}{\sin H} = \frac{\sin\left[(\chi) - (\psi) + \psi\right]}{\sin H}$$

dans le triangle DBC.

Dans ce même triangle, on a

$$\cos BC \sin H = \cos\left[(\chi) - (\psi) + \psi\right] \sin \eta \cos(\eta) + \sin(\eta) \cos \eta.$$

Par conséquent

$$\cos \Psi = \frac{\cos(\psi)}{\sin H} \left\{ \cos\left[(\chi) - (\psi) + \psi\right] \sin \eta \cos(\eta) + \sin(\eta) \cos \eta \right\}$$

$$- \frac{\sin \eta}{\sin H} \sin\left[(\chi) - (\psi) + \psi\right] \sin(\psi).$$

$$\sin \Psi = \frac{\sin(\psi)}{\sin H} \left\{ \cos\left[(\chi) - (\psi) + \psi\right] \sin \eta \cos(\eta) + \sin(\eta) \cos \eta \right\}$$

$$+ \frac{\cos(\psi)}{\sin H} \sin\left[(\chi) - (\psi) + \psi\right] \sin \eta.$$

ou bien

$$(39) \begin{cases} \cos \Psi = \dfrac{\sin \eta}{\sin H} \left\{ \cos(\psi) \left\{ \cos\left[(\chi) - (\psi) + \psi\right] \cos(\eta) + \sin(\eta) \cot \eta \right\} - \sin(\psi) \sin\left[(\chi) - (\psi) + \psi\right] \right\}, \\ \sin \Psi = \dfrac{\sin \eta}{\sin H} \left\{ \sin(\psi) \left\{ \cos\left[(\chi) - (\psi) + \psi\right] \cos(\eta) + \sin(\eta) \cot \eta \right\} + \cos(\psi) \sin\left[(\chi) - (\psi) + \psi\right] \right\}. \end{cases}$$

Enfin, on aura pour

$$X = CF + EC$$

$$(40) \quad \ldots\ldots \quad \begin{cases} \sin X = \sin \Psi \cos (X - \Psi) + \cos \Psi \sin (X - \Psi), \\ \cos X = \cos \Psi \cos (X - \Psi) - \sin \Psi \sin (X - \Psi), \end{cases}$$

expressions dans lesquelles

$$\sin (X - \Psi) = \sin (\chi - \psi) \cos DC + \cos (\chi - \psi) \sin DC,$$

$$\cos (X - \Psi) = \cos (\chi - \psi) \cos DC - \sin (\chi - \psi) \sin DC.$$

Mais, dans le triangle DCB, on a

$$\sin DC = \frac{\sin (\eta) \sin \left[(\chi) - (\psi) + \psi \right]}{\sin H},$$

$$\cos DC = \frac{\cos \left[(\chi) - (\psi) + \psi \right] \sin (\eta) \cos \eta + \sin \eta \cos (\eta)}{\sin H}.$$

Par conséquent,

$$\sin (X - \Psi) = \frac{\sin (\eta)}{\sin H} \left\{ \sin (\chi - \psi) \left\{ \sin \eta \cot (\eta) + \cos \left[(\chi) - (\psi) + \psi \right] \cos \eta \right\} + \cos (\chi - \psi) \sin \left[(\chi) - (\psi) + \psi \right] \right\},$$

$$\cos (X - \Psi) = \frac{\sin (\eta)}{\sin H} \left\{ \cos (\chi - \psi) \left\{ \sin \eta \cot (\eta) + \cos \left[(\chi) - (\psi) + \psi \right] \cos \eta \right\} - \sin (\chi - \psi) \sin \left[(\chi) - (\psi) + \psi \right] \right\}.$$

On obtiendra ensuite $\sin X$ et $\cos X$ par substitution dans les expressions données plus haut (*).

§ 25. Si l'on connaît, par exemple dans la théorie de la lune, les coordonnées (ψ), (η), (χ) de l'écliptique par rapport au plan fixe et les coordonnées ψ, η, χ de l'orbite lunaire par rapport à l'écliptique, les équations précédentes feront connaître les coordonnées Ψ, H, X de l'orbite lunaire par rapport au plan fixe. (ψ), (η), (χ) sont données par des équations semblables aux équations (35), (36), (37) en fonction immédiate de la composante P' normale au plan de l'écliptique.

(*) Tous ces calculs vérifient les formules (38), (39), (40) données sans démonstration par Wronski. (*Réforme*, etc., p. LVI.)

ψ, η, χ étant fonctions de (ψ), (η), (χ), Ψ, H, X, on obtiendra les variations de ψ, η, χ qui dépendent des variations (ψ), (η), (χ) du plan de l'écliptique, en faisant varier seulement (ψ), (η), (χ) dans les relations (38), (39), (40). On trouverait ainsi pour ces variations :

$$\delta\psi = f_1 \{ \delta(\psi)\ \delta(\eta)\ \delta(\chi)\ \Psi\ \mathrm{H}\ \mathrm{X} \}$$
$$\delta\eta = f_2 \{ \delta(\psi)\ \delta(\eta)\ \delta(\chi)\ \Psi\ \mathrm{H}\ \mathrm{X} \}$$
$$\delta\chi = f_3 \{ \delta(\psi)\ \delta(\eta)\ \delta(\chi)\ \Psi\ \mathrm{H}\ \mathrm{X} \},$$

f_1, f_2, f_3 étant les trois fonctions résultant de la résolution des équations variées. Il ne faut pas oublier que, dans ces équations, Ψ, H, X varient avec le temps, et ont des valeurs différentes pour chaque temps donné. L'intégration des variations $\delta\psi$, $\delta\eta$, $\delta\chi$, de (t) à t, donnera les quantités ψ', η', χ' dont ψ, η, χ ont varié pendant le temps $t - (t)$ par l'influence des variations de (ψ), (η), (χ). D'ailleurs, les quantités ψ, η, χ, (35), (36), (37) obtenues précédemment sont, *à une constante près,* celles dont les coordonnées de l'orbite lunaire ont varié en supposant (ψ), (η), (χ) constants. Il en résulte que les valeurs des coordonnées du plan de l'orbite lunaire par rapport à l'écliptique, seront égales à

$$\psi + \psi',$$
$$\eta + \eta',$$
$$\chi + \chi'.$$

On voit, cependant, que les calculs nécessaires à la détermination précédente seraient très compliqués et qu'ils exigeraient la considération des quantités auxiliaires (ψ), (η), (χ), Ψ, H, X.

§ 26. On peut éviter l'introduction de ces quantités, et résoudre le problème d'une manière beaucoup plus élégante, en calculant directement, pour l'écliptique, ses coordonnées par rapport au plan de l'orbite lunaire, pris pour terme de comparaison. Supposons que la terre soit prise pour point origine. L'écliptique sera le plan variable de l'orbite décrite par le soleil

autour de la terre. L'angle infiniment petit $d\rho'$, dont l'écliptique tourne autour du rayon vecteur du soleil dans le temps dt, sera donné par la formule

$$(41) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad d\rho' = \frac{P' dt}{v' \sin \varpi'},$$

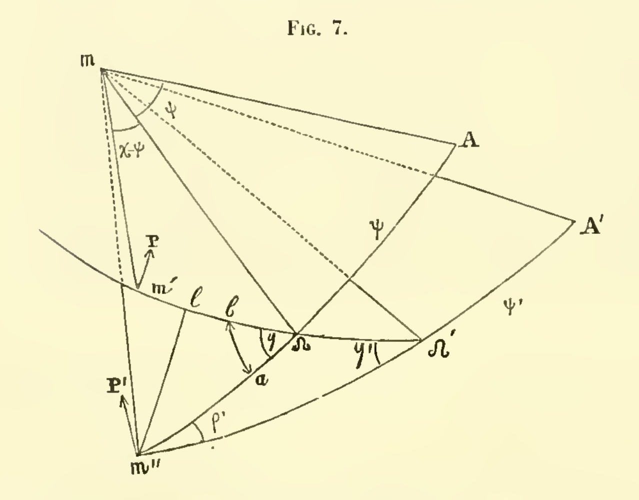
P' étant la composante normale à l'écliptique des forces accélératrices qui sollicitent le soleil, v' sa vitesse réelle et ϖ' l'angle de son rayon vecteur et de la tangente à l'orbite qu'il décrit. Soient (fig. 7)

$m'\Omega$, l'orbite lunaire;

$m''\Omega$, l'orbite solaire.

Nous supposons les forces P et P' normales à leurs plans et dirigées dans le sens de l'arc ab qui mesure l'inclinaison mutuelle η. Si, par l'action de P', l'écliptique se déplace de l'angle ρ', η deviendra η', $\psi = \Omega A$ deviendra $\psi' = \Omega' A'$ en ayant toujours

Fig. 7.



$$m'' A = \Phi, \quad m'' A' = \Phi',$$

Φ' étant l'angle dont le soleil m'' s'est déplacé à partir de la ligne fixe mA, ou mA'. Enfin, $\chi = m'\Omega + \Omega A$ devient $\chi' = m'\Omega' + \Omega' A'$.

Calculons $d\eta'$, $d\psi'$, $d\chi'$ pour $\eta' = \eta$, $\psi' = \psi$, $\chi' = \chi$.

1. On a, en abaissant $m''l$ perpendiculaire sur $m'\Omega$,

$$\operatorname{tg} m''l = \sin l\Omega' \operatorname{tg} \eta' \quad \text{et} \quad \frac{\sin \Omega\Omega'}{\sin \rho'} = \frac{\sin m'\Omega}{\sin \eta'},$$

d'où l'on déduit, comme à la page 31,

$$d\eta = -\cot l\Omega \sin \eta \cos \eta \, d \cdot l\Omega'$$

et, à cause de

$$d \cdot \Omega\Omega' = + d \cdot l\Omega',$$

$$d\eta = - \cot l\Omega \sin m' \Omega \cos \eta \cdot d\rho',$$

d'où encore (p. 31),

$$(42) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad d\eta = - \cos m''\Omega d\rho' = - \cos(\Phi' - \psi) d\rho'.$$

2. Pour calculer $d\psi$, on a les relations

$$\Phi' = m''\Omega + \psi = m''\Omega' + \psi',$$

d'où

$$d\psi' = - d \cdot m''\Omega'.$$

Or,

$$\frac{\sin m''\Omega'}{\sin \eta} = \frac{\sin m''\Omega}{\sin \eta'};$$

d'où

$$\cos m''\Omega' d \cdot m''\Omega' = - \frac{\sin \eta \sin(\Phi' - \psi)}{\sin^2 \eta'} \cos \eta' \cdot d\eta'.$$

Pour

$$\eta' = \eta, \quad d\eta' = d\eta$$

et l'on a :

$$\cos(\Phi' - \psi) d \cdot m''\Omega = \frac{\sin(\Phi' - \psi)}{\operatorname{tg} \eta} \cos(\Phi' - \psi) d\rho'$$

ou

$$d \cdot m''\Omega = \frac{\sin(\Phi' - \psi)}{\operatorname{tg} \eta} \cdot d\rho'.$$

Donc :

$$(43) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad d\psi = - \frac{\sin(\Phi' - \psi)}{\operatorname{tg} \eta} \cdot d\rho'.$$

3. Enfin, pour $d\chi$, on a

$$\chi' = m'\Omega' + \psi' = (\chi - \psi) + \Omega\Omega' + \psi',$$

$$d\chi' = d \cdot \Omega\Omega' + d\psi'.$$

Or,

$$\frac{\sin \Omega\Omega'}{\sin \rho} = \frac{\sin(\Phi' - \psi)}{\sin \eta'}$$

d'où

$$\frac{d \cdot \Omega\Omega'}{d\rho} = \frac{\sin(\Phi' - \psi)}{\sin \eta}.$$

Donc

$$d\chi = \frac{\sin(\Phi' - \psi)}{\sin \eta} d\rho - \frac{\sin(\Phi' - \psi)}{\operatorname{tg} \eta} d\rho'$$

$$= \sin(\Phi' - \psi) \frac{1 - \cos \eta}{\sin \eta} \cdot d\rho',$$

et enfin

(44) . . . . $d\chi = + \sin(\Phi' - \psi) \operatorname{tg} \frac{\eta}{2} \cdot d\rho'.$

En intégrant maintenant, de (t) à t, les expressions (42), (43), (44), on obtiendra les quantités η', ψ', χ' dont les coordonnées η, ψ, χ ont varié par le fait des variations de position de l'écliptique. Ainsi $\eta + \eta'$, $\psi + \psi'$, $\chi + \chi'$ seront, au temps t, les coordonnées de l'orbite lunaire par rapport à l'écliptique. Ces coordonnées seront, en appelant $(\eta_1)_{(t)}$, $(\psi_1)_{(t)}$, $(\chi_1)_{(t)}$ leurs valeurs au temps (t) :

(45) . . $$\left\{\begin{aligned} \eta_1 &= (\eta_1)_{(t)} + \int_{(t)}^{t} \cos(\chi - \psi + \Phi)\, d\rho - \int_{(t)}^{t} \cos(\Phi' - \psi)\, d\rho', \\ \psi_1 &= (\psi_1)_{(t)} + \int_{(t)}^{t} \frac{\sin(\chi - \psi + \Phi)}{\sin \eta} d\rho - \int_{(t)}^{t} \frac{\sin(\Phi' - \psi)}{\operatorname{tg} \eta} d\rho', \\ \chi_1 &= (\chi_1)_{(t)} + \int_{(t)}^{t} \sin(\chi - \psi + \Phi) \operatorname{tg} \frac{\eta}{2} d\rho + \int_{(t)}^{t} \sin(\Phi' - \psi) \operatorname{tg} \frac{\eta}{2} d\rho' \text{ (*)}. \end{aligned}\right.$$

Il suffira donc, ici comme précédemment, de connaître d'une façon approchée les coordonnées η, ψ, χ de l'orbite lunaire par rapport à l'écliptique fixe, l'angle Φ' et la variation absolue $d\rho'$, qui seront fournis par les formules connues, pour obtenir, par des substitutions successives, les valeurs de plus en plus exactes de η, ψ, χ, en fonction du temps.

§ 27. Nous possédons maintenant toutes les formules nécessaires pour déterminer par les méthodes algorithmiques connues, à l'aide d'approxima-

(*) Données sans démonstration par Wronski. (*Réforme*, etc., p. CLXXXI.)

tions successives, toutes les circonstances du mouvement d'un globe, chaque fois que sa trajectoire réelle sera déjà connue d'une manière approchée.

Ce qui frappe dès l'abord dans ces formules, c'est leur absolue généralité. Que les trois forces R, T, P soient les composantes de l'attraction de globes extérieurs, ou dépendent seulement de la forme des masses attirantes, ou soient dues à la résistance d'un milieu, ou à une force répulsive de surface, ou aux déformations des globes, etc., ces formules donnent l'expression, sous forme d'intégrations finies, des paramètres variables de la conique, paramètres qui, substitués dans l'équation (26) de la trajectoire, donneront de celle-ci une représentation de plus en plus rigoureuse.

§ 28. Comme M. Y. Villarceau l'a rappelé dans sa note sur les méthodes de Wronski, ce géomètre opposait sa méthode, qu'il nomme *méthode de l'ordre*, à la méthode actuelle où l'on considère les forces exercées par les globes extérieurs comme des *forces perturbatrices*, méthode qu'il appelait *méthode du désordre*.

Si, d'un côté, l'on considère le mouvement conique d'un globe comme le mouvement *qu'il devrait posséder*, il est clair que toutes les forces qui transforment ce mouvement méritent le nom de *forces perturbatrices*. Si, d'un autre côté, l'on regarde l'ensemble de toutes les forces motrices, comme assurant l'équilibre du système en l'assujettissant à des conditions périodiques, il n'y a aucune raison pour donner aux unes le nom de *perturbatrices* et aux autres celui de *conservatrices*.

Toute la question serait néanmoins de savoir si l'ensemble de toutes ces forces concourt réellement à maintenir les conditions périodiques actuelles du système, ce qui est loin d'être prouvé, surtout en tenant compte des déformations des globes, qui doivent être comprises aussi dans les formules générales de Wronski. Il faut avouer, cependant, que le nom de *forces perturbatrices* est plus commode pour le langage qu'il n'est heureux au point de vue philosophique.

§ 29. Wronski a donné dans la *Réforme des mathématiques* les expressions des paramètres variables dans la méthode du *désordre*, c'est-à-dire en

considérant les trois composantes générales R, T, P comme des *forces perturbatrices*. Nous les reproduisons ici pour deux raisons :

1° D'abord, parce que la comparaison de cette méthode avec la précédente fera toucher du doigt l'esprit de cette dernière;

2° Pour épargner à ceux qui voudraient les vérifier dans l'ouvrage et d'après la méthode de l'auteur, des calculs très embarrassants et la substitution de quelques raisonnements.

§ 30. Procédons à cette exposition.

m' décrivant une conique autour de m sous la seule action réciproque de ces deux masses, on peut supposer, au temps t, les forces perturbatrices R, T, P appliquées à m', chercher les variations qui résultent de ces forces seules, pendant le temps dt, dans le rayon vecteur r, la vitesse v, l'angle ϖ du rayon vecteur et de la tangente, l'angle dont le plan variable de l'orbite tourne autour du rayon vecteur, et ensuite en déduire, comme précédemment, par les propriétés des coniques, les variations des constantes de la trajectoire. C'est proprement le point de vue dans lequel les forces R, T, P sont *perturbatrices* du mouvement conique primitivement établi.

Des trois forces R, T, P, les deux premières seules, agissant dans le plan de l'orbite, exercent une influence directe sur la position de cette orbite dans son plan et sur ses dimensions, c'est-à-dire sur les trois paramètres

$$\alpha, \quad a \quad \text{et} \quad e.$$

Occupons-nous d'abord de leurs variations, et, pour cela, remarquons qu'ils sont fonction de trois autres quantités qui déterminent également d'une manière complète la trajectoire conique (puisque, en effet, la masse centrale $m + m'$ est ici donnée), savoir :

le rayon vecteur r correspondant à l'angle donné Φ,
la vitesse totale v
et l'angle ϖ de la vitesse et du rayon vecteur.

Or, les variations de ces trois dernières quantités sont des fonctions immé-

diates des forces R, T qui étant, en effet, appliquées à la masse m', ont pour effet direct de faire varier sa vitesse, sa distance à m et sa direction. Il faut donc :

1° A l'aide des relations connues entre α, a, e et r, v, ϖ dans le mouvement conique, exprimer les variations $\delta\alpha$, δa, δe de α, a, e correspondantes à des variations arbitraires δr, δv, $\delta\varpi$ de r, v, ϖ;

2° Chercher les différentielles dr, dv, $d\varpi$ de r, v, ϖ produites par l'action de R, T pendant le temps dt;

3° Poser ensuite $\delta r = dr$, $\delta v = dv$, $\delta\varpi = d\varpi$ et remplacer dans les expressions de $\delta\alpha$, δa, δe. Ces variations seront alors les différentielles $d\alpha$, da, de produites pendant le temps dt par R et T et l'on n'aura plus qu'à intégrer pour obtenir α, a, e en fonction de t.

§ 31. Les relations qui lient α, a, e à r, v, ϖ ont été données précédemment. Ce sont les relations

$$\left\{\begin{array}{lll} (5) & \ldots & r = \dfrac{p}{1 - e\cos\varphi}. \\ (6) & \ldots & (v_2) = w(1 - e\cos\varphi). \\ (7) & \ldots & v = w\sqrt{1 + e^2 - 2e\cos\varphi} \end{array}\right.$$

auxquelles il faut joindre les relations également établies ou connues :

$$\left\{\begin{array}{lll} (11) & \ldots & \varphi = \Phi - \alpha. \\ (10) & \ldots & w^2 = \dfrac{M}{p}, \quad p = a(1 - e^2). \\ (6) & \ldots & (v_1) = we\sin\varphi, \quad (v_1) = \dfrac{dr}{dt}, \quad (v_2) = \dfrac{rd\varphi}{dt}. \\ (46) & \ldots & \operatorname{tg}\varpi = \dfrac{rd\varphi}{dr}. \end{array}\right.$$

On tire de (10),

$$w^2 = \frac{M}{a(1 - e^2)};$$

de (6) et (46),

$$(v_2) = \operatorname{tg} \varpi \frac{dr}{dt} = - we \sin \varphi \operatorname{tg} \varpi,$$

et les équations (5), (6), (7) deviennent, par substitution,

$$\left\{ \begin{array}{lll} (47) & \ldots & r(1 - e\cos\varphi) = a(1 - e^2), \\ (48) & \ldots & e(\cos\varphi - \sin\varphi \operatorname{tg}\varpi) = 1, \\ (49) & \ldots & v^2 a(1 - e^2) = M(1 + e^2 - 2e\cos\varphi), \end{array} \right.$$

où n'entrent plus, outre l'angle $\varphi = \Phi - \alpha$, que les quantités a, e, α, r, v, ϖ. (La quantité α est comprise dans cet angle φ que nous avons conservé pour simplifier l'écriture.)

Remarque au sujet de la quantité Φ. L'angle Φ qui fixe la position du rayon vecteur r, varie pendant le temps dt, et à cette variation $\partial\Phi$ de Φ répondent des variations (∂r), (∂v), $(\partial\varpi)$ de r, v, ϖ.

Il en résulte que les variations totales et réelles de r, v, ϖ sont égales à

$$(\partial r) + \partial r, \quad (\partial v) + \partial v, \quad (\partial\varpi) + \partial\varpi,$$

en représentant par ∂r, ∂v, $\partial\varpi$ les variations dues à des forces étrangères.

Si maintenant, l'on déduit des équations précitées les variations de a, e, α, on les obtiendra sous la forme

$$\partial a = A[(\partial r) + \partial r] + A'[(\partial v) + \partial v] + A''[(\partial\varpi) + \partial\varpi],$$
$$\partial e = B[(\partial r) + \partial r] + B'[(\partial v) + \partial v] + B''[(\partial\varpi) + \partial\varpi],$$
$$\partial\alpha = C[(\partial r) + \partial r] + C'[(\partial v) + \partial v] + C''[(\partial\varpi) + \partial\varpi],$$

A, A', A'', B, B', B'', C, C', C'', étant des coefficients fonctions de a, e, α, r, v, ϖ, Φ. Or, en supposant nulle l'influence des forces étrangères, on aurait eu :

$$o = A(\partial r) + A'(\partial v) + A''(\partial\varpi),$$
$$o = B(\partial r) + B'(\partial v) + B''(\partial\varpi),$$
$$o = C(\partial r) + C'(\partial v) + C''(\partial\varpi).$$

Par conséquent,

$$\partial a = A\partial r + A'\partial v + A''\partial\varpi,$$

$$\partial e = B\partial r + B'\partial v + B''\partial\varpi,$$

$$\partial\alpha = C\partial r + C'\partial v + C''\partial\varpi.$$

Il faut donc dans les équations (47), (48), (49) considérer (∂r), (∂v), $(\partial\varpi)$ comme nuls, ou, en d'autres termes, Φ comme constant. Cette condition donne, en vertu de la relation $\varphi = \Phi - \alpha$,

$$d\varphi = - d\alpha.$$

§ 32. Ceci étant bien établi, procédons d'après cette règle à la variation des équations (47), (48), (49). La variation de ces équations telles qu'elles sont données, fournit entre ∂a, ∂e, $\partial\varpi$ trois équations du premier degré dont la résolution, et surtout la simplification ultérieure, donnent lieu à des calculs extrêmement compliqués. On procède plus simplement de la manière suivante. On tire de l'équation (47) :

$$e\cos\varphi = 1 - \frac{a(1-e^2)}{r}.$$

En transportant cette valeur dans l'équation (49), elle devient :

$$v^2 a(1-e^2) = M\left(1 + e^2 - 2 + \frac{2a(1-e^2)}{r}\right) = M(1-e^2)\left(\frac{2a}{r} - 1\right)$$

ou bien,

$$\frac{2a}{r} - 1 = \frac{av^2}{M}.$$

D'où, en variant,

$$\frac{2\partial a}{r} - \frac{2a\partial r}{r^2} = \frac{v^2\partial a + 2va\partial v}{M},$$

$$\partial a\left(\frac{2}{r} - \frac{v^2}{M}\right) = \frac{2a}{r^2}\partial r + \frac{2va}{M}\partial v$$

et, comme

$$\frac{2}{r} - \frac{v^2}{M} = \frac{1}{a},$$

(50) . . . . $\partial a = \dfrac{2a^2}{r^2}\partial r + \dfrac{2a^2 v}{M}\partial r.$

Pour obtenir δe et δr, varions maintenant les équations (47) et (48). Nous obtiendrons, pour (48) d'abord :

$$\frac{\delta e}{e} + e\left(-\sin\varphi\,\delta\varphi - \cos\varphi\ \mathrm{tg}\,\varpi\,\delta\varphi - \frac{\sin\varphi}{\cos^2\varpi}\,\delta\varpi\right) = 0$$

ou

$$\frac{\delta e}{e} = e\cos\varphi\,(\mathrm{tg}\,\varphi + \mathrm{tg}\,\varpi)\,\delta\varphi + \frac{e\sin\varphi}{\cos^2\varpi}\,\delta\varpi,$$

où l'on a :

$$\left\{\begin{aligned} &\mathrm{tg}\,\varphi + \mathrm{tg}\,\varpi = \mathrm{tg}\,\varphi - \frac{1 - e\cos\varphi}{e\sin\varphi} = \frac{e - \cos\varphi}{e\sin\varphi\cos\varphi} \\ &\text{et } \frac{1}{\cos^2\varpi} = 1 + \mathrm{tg}^2\varpi = 1 + \frac{1 + e^2\cos^2\varphi - 2e\cos\varphi}{e^2\sin^2\varphi} = \frac{e^2 + 1 - 2e\cos\varphi}{e^2\sin^2\varphi} \end{aligned}\right.$$

et, par conséquent,

$$(51)\quad \frac{\delta e}{e} = \frac{e - \cos\varphi}{\sin\varphi}\,\delta\varphi + \frac{1 + e^2 - 2e\cos\varphi}{e\sin\varphi}\,\delta\varpi.$$

La variation de (47) donnera

$$\delta r = \frac{r}{a}\,\delta a - \frac{2re}{1 - e^2}\,\delta e + \frac{r^2\cos\varphi}{a(1 - e^2)}\,\delta e - \frac{r^2 e\sin\varphi}{a(1 - e^2)}\,\delta\varphi.$$

D'où, à l'aide de l'équation (50),

$$\delta r = \frac{2a}{r}\,\delta r + \frac{2avr}{M}\,\delta v - \frac{2re}{1 - e^2}\,\delta e + \frac{r^2\cos\varphi}{a(1 - e^2)}\,\delta e - \frac{r^2 e\sin\varphi}{a(1 - e^2)}\,\delta\varphi,$$

$$(52)\quad (r^2\cos\varphi - 2rae)\,\delta e - r^2 e\sin\varphi\,\delta\varphi = (1 - e^2)\,a\left(1 - \frac{2a}{r}\right)\delta r - \frac{2a^2(1 - e^2)vr}{M}\,\delta v.$$

Multiplions l'équation (51) par $er^2\sin\varphi$, l'équation (52) par $\frac{\cos\varphi - e}{\sin\varphi}$ et ajoutons-les membre à membre, afin d'éliminer $\delta\varphi$. Nous obtiendrons :

$$\left[r^2\sin\varphi + \frac{(r^2\cos\varphi - 2rae)(\cos\varphi - e)}{\sin\varphi}\right]\delta e = \left\{\begin{aligned} &(1 - e^2)\,a\left(1 - \frac{2a}{r}\right)\frac{\cos\varphi - e}{\sin\varphi}\cdot\delta r \\ &- \frac{2a^2(1 - e^2)v}{Mr}\cdot\frac{\cos\varphi - e}{\sin\varphi}\cdot\delta v \\ &+ (1 + e^2 - 2e\cos\varphi)r^2\cdot\delta\varpi. \end{aligned}\right.$$

Le coefficient de δr sera

$$\frac{e-\cos\varphi}{r}\cdot\frac{a(1-e^2)\left(\frac{2a}{r}-1\right)}{r-re\cos\varphi-2ae\cos\varphi+2ae^2}$$

$$=\frac{e-\cos\varphi}{r}\cdot\frac{a(1-e^2)\left(\frac{2a}{r}-1\right)}{r(1-e\cos\varphi)-2ae(\cos\varphi-e)}$$

$$=\frac{e-\cos\varphi}{r}\cdot\frac{a(1-e^2)\left(\frac{2a}{r}-1\right)}{a(1-e^2)-2ae\left(\frac{1}{e}-\frac{a(1-e^2)}{re}-e\right)}$$

$$=\frac{e-\cos\varphi}{r}\cdot\frac{a(1-e^2)\left(\frac{2a}{r}-1\right)}{a(1-e^2)-2a\left(1-e^2-\frac{a(1-e^2)}{r}\right)}$$

$$=\frac{e-\cos\varphi}{r}\cdot\frac{a(1-e^2)\left(\frac{2a}{r}-1\right)}{a(1-e^2)\left(1-2+\frac{2a}{r}\right)}$$

$$=\frac{e-\cos\varphi}{r}.$$

On obtiendra semblablement pour le coefficient de δv,

$$\frac{2(e-\cos\varphi)}{\mathrm{M}r}\cdot\frac{a^2(1-e^2)vr}{a(1-e^2)\left(\frac{2a}{r}-1\right)}=2(e-\cos\varphi)\frac{av}{\mathrm{M}\left(\frac{2a}{r}-1\right)}.$$

Mais, on a

$$\frac{2a}{r}-1=\frac{av^2}{\mathrm{M}};$$

donc, ce coefficient se réduit à

$$\frac{2(e-\cos\varphi)}{v}.$$

Enfin, le coefficient de $\delta\varpi$ sera

$$\frac{(1+e^2-re\cos\varphi)r^2\sin\varphi}{ra(1-e^2)\left(\frac{2a}{r}-1\right)}=\frac{r\sin\varphi}{a}\cdot\frac{1+e^2-2e\cos\varphi}{(1-e^2)\left(\frac{2a}{r}-1\right)}$$

et, à l'aide de (49),

$$=\frac{r\sin\varphi}{a}\cdot\frac{v^2a(1-e^2)}{\mathrm{M}(1-e^2)\frac{av^2}{\mathrm{M}}}=\frac{r\sin\varphi}{a}.$$

On a donc, pour δe, l'expression très simple :

$$(53) \quad \ldots \quad \delta e = \frac{e - \cos\varphi}{r} \cdot \delta r + \frac{2(e - \cos\varphi)}{v} \cdot \delta v + \frac{r \sin\varphi}{a} \cdot \delta\varpi.$$

Quant à $\delta\varphi$, l'équation (51) donnera

$$\delta\varphi = \frac{\sin\varphi}{re}\,\delta r + \frac{2\sin\varphi}{ve}\,\delta v + \frac{r\sin^2\varphi}{ae(e - \cos\varphi)}\,\delta\varpi - \frac{1 + e^2 - 2e\cos\varphi}{e(e - \cos\varphi)}\,\delta\varpi.$$

Le coefficient de $\delta\varpi$ se simplifie de la manière suivante :

$$\frac{r\sin^2\varphi}{ae(e - \cos\varphi)} - \frac{1 + e^2 - 2e\cos\varphi}{e(e - \cos\varphi)} = \frac{r\sin^2\varphi - a - ae^2 + 2ae\cos\varphi}{ae(e - \cos\varphi)}$$

$$= \frac{r - a - r\cos^2\varphi - ae^2 + 2ae\cos\varphi}{ae(e - \cos\varphi)}$$

et, en remarquant que, d'après l'équation (47), $r - a = re\cos\varphi - ae^2$,

$$= \frac{re\cos\varphi - 2ae^2 - r\cos^2\varphi + 2ae\cos\varphi}{ae(e - \cos\varphi)}$$

$$= \frac{(r\cos\varphi - 2ae)(e - \cos\varphi)}{ae(e - \cos\varphi)} = \frac{r\cos\varphi - 2ae}{ae}$$

de telle sorte que la variation $\delta\alpha = - \delta\varphi$ prend la forme définitive :

$$(54) \quad \ldots \quad \delta\alpha = - \frac{\sin\varphi}{re} \cdot \delta r - \frac{2\sin\varphi}{ve}\,\delta v + \frac{2ae - r\cos\varphi}{ae} \cdot \delta\varpi.$$

Nous retrouvons ainsi dans les expressions (50), (53), (54) les variations de a, e, α telles que Wronski les donne sans démonstration sous le numéro (119) (p. cxxxv de la *Réforme des mathématiques*).

§ 33. Il ne nous reste plus maintenant qu'à remplacer dans ces expressions, δr, δv, $\delta\varpi$ par leurs valeurs en fonction de R et T.

Variation de r. Le théorème II nous donne immédiatement

$$(55) \quad \ldots \quad \delta r = dr = o.$$

Variation de v. Si ϖ est l'angle de la vitesse totale v et du rayon vecteur r au temps t, la résultante des nouvelles forces suivant la tangente sera

$$\mathrm{R}\cos\varpi + \mathrm{T}\sin\varpi,$$

et la variation correspondante de v sera :

$$(56) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \delta v = dv = (\mathrm{R}\cos\varpi + \mathrm{T}\sin\varpi)\, dt.$$

Variation de ϖ. La décomposition de R et T suivant la perpendiculaire à la tangente, donne une résultante

$$\mathrm{R}\sin\varpi - \mathrm{T}\cos\varpi$$

qui, pendant le temps dt, agit à l'extrémité du bras de levier infiniment petit vdt pour faire tourner la tangente autour de son point de contact et diminuer l'angle ϖ de $-d\varpi$. L'élément de vitesse

$$(\mathrm{R}\sin\varpi - \mathrm{T}\cos\varpi)\, dt$$

gagné pendant dt, dans la direction de cette résultante, égale le chemin parcouru, en mouvement relatif, par son point d'application $-vdt \cdot d\varpi$, divisé par le temps dt. On a donc

$$(\mathrm{R}\sin\varpi - \mathrm{T}\cos\varpi)dt = -\frac{vdt \cdot d\varpi}{dt},$$

d'où :

$$(57) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \delta\varpi = d\varpi = -\frac{1}{v}(\mathrm{R}\sin\varpi - \mathrm{T}\cos\varpi)\, dt.$$

§ 34. La substitution de (55), (56), (57) dans (50), (53), (54) donne alors, en effectuant immédiatement l'intégration de $da = \delta a$, $d\alpha = \delta\alpha$, $de = \delta e$, et en appelant

$$(a)_{(t)} \quad (e)_{(t)} \quad (\alpha)_{(t)}$$

les valeurs de a, e, α pour une époque (t),

$$(58)\quad \begin{cases} a = (a)_{(t)} + \displaystyle\int_{(t)}^{t} \frac{2a^2 v}{M} (R \cos\varpi + T \sin\varpi) dt, \\ e = (e)_{(t)} + \displaystyle\int_{(t)}^{t} \left[\frac{2(e - \cos\varphi)}{v} (R \cos\varpi + T \sin\varpi) - \frac{r \sin\varphi}{va} (R \sin\varpi - T \cos\varpi) \right] dt, \\ \alpha = (\alpha)_{(t)} - \displaystyle\int_{(t)}^{t} \left[\frac{2 \sin\varphi}{ve} (R \cos\varpi + T \sin\varpi) + \frac{2ae - r\cos\varphi}{2ae} (R \sin\varpi - T \cos\varpi) \right] dt, \end{cases}$$

φ étant égal à $\Phi - \alpha$.

Quant à la quantité Φ elle-même, où à l'angle que fait avec la ligne fixe du plan de l'orbite le rayon vecteur r, elle est égale au même angle pris dans la *conique variable* à partir de la même ligne fixe. Si p et w sont les paramètres variables de cette conique, on aura

$$d\Phi = \frac{pw}{r^2} \cdot dt$$

Si donc $(\Phi)_{(t)}$ est la valeur de Φ au temps (t), on aura

$$(59) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \Phi = (\Phi)_{(t)} + \int_{(t)}^{t} \frac{pw}{r^2} dt,$$

ou encore, en fonction de a, e et $M = m + m'$,

$$(60) \quad \ldots\ldots \quad \Phi = (\Phi)_{(t)} + \sqrt{M} \int_{(t)}^{t} \frac{\sqrt{a(1-e^2)}}{r^2} \cdot dt,$$

puisque, dans cette seconde méthode,

$$(10) \quad \ldots \quad w = \sqrt{\frac{M}{p}}, \quad p = a(1 - e^2) \quad \text{et} \quad pw = \sqrt{Mp} = \sqrt{Ma(1 - e^2)}.$$

§ 35. Les équations (47), (48), (49), (58), (59) renferment la solution du problème par cette seconde méthode, du moins en ce qui concerne le

mouvement de m' dans le plan de l'orbite. Le mouvement de ce plan est produit par la troisième force normale P, et les formules relatives à ce mouvement sont les mêmes que dans la première méthode; ce qui devait être, puisque, dans cette première méthode, on est également amené à considérer la force P seule, après avoir d'abord déterminé l'influence des forces R et T, et que cette force n'exerce aucune influence *directe* sur les éléments de l'orbite même. Il n'y a donc pas lieu de les exposer de nouveau ici.

Dans cette seconde méthode, comme dans la première, les forces R, T, P seront calculées en fonction du temps d'une manière approximative, quand on connaîtra par une première approximation la forme des trajectoires décrites par les centres attirants; il en sera de même de la vitesse v, des angles Φ et ϖ et du rayon vecteur r. On introduira ces valeurs dans les intégrales et l'on obtiendra, en les résolvant, des valeurs approchées de a, e, α en fonction du temps t. A l'aide de ces valeurs, on en obtiendra de nouvelles plus exactes de v, ϖ, Φ, r, R, T, P ..., dont on opérera de nouveau la substitution dans les intégrales, et ainsi de suite. Tel est du moins le procédé connu, qui, dès à présent, peut faire comprendre la *praticabilité* des formules.

§ 36. On voit maintenant, d'une façon parfaitement claire, en quoi consiste la différence de la *méthode de l'ordre* de Wronski et de la *méthode du désordre,* où les forces R, T, P sont regardées comme des *forces perturbatrices.* C'est que la conique variable est décrite, dans la seconde, sous l'influence des éléments

$$v, \quad \varpi, \quad r, \quad M,$$

et dans la première, au contraire, sous l'influence des éléments,

$$v, \quad \varpi, \quad r, \quad -Fr^2;$$

c'est-à-dire que la masse constante M est remplacée, dans la méthode de Wronski, par une masse fictive variable $-Fr^2$. Ainsi, par exemple, pour la terre, dans la méthode des perturbations, l'ellipse variable sur laquelle elle est supposée se mouvoir, est toujours décrite sous l'influence attractive de la

masse du soleil; dans la méthode de Wronski, au contraire, l'ellipse variable de la terre est décrite sous l'influence d'une masse fictive, $-Fr^2$, placée au centre du soleil, F étant la résultante, suivant le rayon vecteur $r = \odot ♁$, de toutes les forces qui agissent sur la terre, attractions du soleil et des planètes, etc.

Mais, quoique les orbites variables ne soient pas les mêmes dans les deux cas, les coordonnées qu'elles fournissent pour la terre en chaque instant sont identiques, parce que ces coordonnées sont en chaque instant celles qui leur sont communes. Ces deux ellipses ont continuellement un plan commun (plan variable de l'orbite), une tangente commune, une vitesse v, un angle ϖ, un rayon vecteur commun, et ces quantités communes sont également celles de l'orbite réelle de la terre au même instant.

Nous comprenons ainsi cette déclaration de Wronski, reproduite déjà par M. Villarceau, au sujet de la théorie lunaire : « Tout ce que nous pouvons » dire ici concernant la fausse théorie de la science actuelle, c'est que l'orbite » de la lune, qui y résulte des prétendues perturbations causées par le soleil, » n'est nullement identique avec l'orbite variable que découvre la vraie » théorie, par l'influence téléologique du soleil. » Nous comprenons aussi, comme l'a déjà remarqué M. Villarceau, que la concordance entre les deux systèmes, annoncée par Wronski, ne doit s'entendre absolument que des résultats définitifs, c'est-à-dire de l'expression des coordonnées en fonction du temps. Les formules et l'esprit des méthodes sont entièrement différents, et, quant à la simplicité des calculs, indépendamment du nombre des intégrations qui est de cinq dans la méthode de Wronski, et de 7 (58 (trois équations), 59, 35, 36, 37) dans la deuxième méthode, il suffit de comparer des deux parts les expressions à intégrer, pour être convaincu de l'avantage de la première.

La généralité et la variété des applications sont aussi tout en sa faveur. Ce point a été développé plus haut. La seconde méthode ne s'applique qu'à la circonstance particulière où la trajectoire réelle est à peu près une conique.

§ 37. Enfin, la comparaison de ces deux coniques variables et de la trajectoire réelle, nous conduit de plus à une conséquence très importante,

contenue déjà dans le principe A; c'est que la conique de Wronski coïncide mieux avec cette trajectoire réelle.

En effet, si l'on représente par r, r', r'' les rayons vecteurs de la trajectoire réelle, de la conique de Wronski et de la conique actuelle, on aura, d'abord, en chaque instant,

$$r = r' = r'',$$
$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr'}{dt} = \frac{dr''}{dt}.$$

Mais cherchons les expressions des dérivées secondes

$$\frac{d^2r'}{dt^2}, \quad \frac{d^2r''}{dt^2}.$$

Si M est la somme des masses attirante et attirée, et F la résultante de toutes les forces suivant le rayon vecteur, on aura respectivement, dans les deux coniques,

$$\frac{d^2r'}{dt^2} = \frac{(Fr'^2)}{r'^2} + r'\left(\frac{d\Phi'}{dt}\right)^2 = F + r'\left(\frac{d\Phi'}{dt}\right)^2,$$
$$\frac{d^2r''}{dt^2} = -\frac{M}{r''^2} + r''\left(\frac{d\Phi''}{dt}\right)^2.$$

Or, on a

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\Phi'}{dt} = \frac{d\Phi''}{dt} = \frac{(v_2)}{r} = \frac{v \sin \varpi}{r};$$

Φ, Φ' Φ'' étant les angles de position du rayon vecteur dans les trois trajectoires; et dans la trajectoire réelle, on a

$$\frac{d^2r}{dt^2} = F + r\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)^2.$$

Donc,

$$\frac{d^2r'}{dt^2} = \frac{d^2r}{dt^2} \quad \text{et} \quad \frac{d^2r''}{dt^2} = \frac{d^2r}{dt^2} - F - \frac{M}{r^2} = \frac{d^2r}{dt^2} - R.$$

Par conséquent, si l'on développe les rayons vecteurs en fonction du

temps, les trois premiers termes du développement seront communs à la conique de Wronski et à la vraie trajectoire, tandis qu'il n'y en a que deux de communs dans la méthode actuelle.

On peut douter que Wronski ait aperçu cet avantage de sa méthode, puisqu'il dit (p. CLIV de la *Réforme des mathématiques*), que l'influence des forces R et T, nulle dans $\frac{dr}{dt}$, se manifeste dans la dérivée $\frac{d^2r}{dt^2}$ et dans les dérivées des ordres suivants.

Quant aux coefficients différentiels de Φ, Φ', Φ'', on trouvera facilement

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\Phi'}{dt} = \frac{d\Phi''}{dt}$$

$$\frac{d^2\Phi'}{dt^2} = \frac{d^2\Phi''}{dt^2} = \frac{d^2\Phi}{dt^2} - \mathrm{T},$$

$$\left\{\begin{aligned} \frac{d^3\Phi'}{dt^3} &= \frac{d^3\Phi}{dt^3} - \frac{d\mathrm{T}}{dt} + 2\frac{dr}{dt}\cdot\mathrm{T}, \\ \frac{d^3\Phi''}{dt^3} &= \frac{d^3\Phi}{dt^3} - \frac{d\mathrm{T}}{dt} + 2\frac{dr}{dt}\cdot\mathrm{T} + 2\cdot\frac{d\Phi}{dt}\cdot\mathrm{R}, \end{aligned}\right.$$

par où l'on voit que les deux premiers termes des développements de Φ, Φ', Φ'' en fonction du temps sont communs aux trois trajectoires, le troisième identique seulement dans les deux coniques; mais que dans le quatrième terme de Φ'', reparaît l'influence de la force perturbatrice R, spéciale à la conique de la seconde méthode.

§ 38. Nous terminons ici l'exposé de la nouvelle conception de Wronski. Cette première partie contient l'établissement des formules fondamentales, nécessaires et suffisantes pour les problèmes de la mécanique céleste. Dans chaque cas, il conviendra de remplacer dans ces formules les trois forces R, T, P par leurs expressions relatives à ce cas; et il est très important de remarquer que, grâce aux méthodes algorithmiques générales d'intégration, il ne sera pas toujours *nécessaire* de développer ces *fonctions perturbatrices* en séries, on pourra les introduire tout entières dans les formules générales, qui deviendront ainsi applicables à des cas quelconques d'inclinaison, d'excentricité, etc., des orbites. Il y a cependant des cas où cette introduction des expres-

sions générales de R, T, P serait *inutile*, et, dans ces cas, leur développement en séries sera avantageux.

En appliquant les méthodes algorithmiques de Wronski pour le développement des fonctions à l'aide d'autres fonctions génératrices données, nous avons retrouvé (*) les expressions données par lui de R, T, P (**) dans le cas d'une planète sphérique troublée par d'autres planètes également sphériques, ce qui fournit la deuxième approximation des mouvements planétaires. On peut donc, dès à présent, avec la correction indiquée, employer ces formules. Mais, comme ce n'est là, en définitive, qu'un cas particulier de formules générales, et comme surtout il fallait faire usage de procédés analytiques non encore démontrés, nous avons réservé ce développement pour la seconde partie de ce travail, qui comprendra, outre la démonstration de la *loi suprême* (*Technie*, première partie), l'étude des nouveaux procédés algorithmiques du grand géomètre.

(*) Avec une très légère modification, indiquée par Wronski lui-même, p. CXXXI.

(**) *Réforme des mathématiques*, p. LXV.

NOTE I.

La loi (1) $Gdt = -wd\varphi$ lie la force accélératrice G au mouvement angulaire $\frac{d\varphi}{dt}$ et à la quantité w, qui, dans le mouvement conique, est une constante égale à la moyenne des vitesses linéaires extrêmes. D'après Wronski, cette loi ne serait pas seulement, comme nous l'avons compris, une loi particulière au mouvement conique, et qui ne subsiste pour une loi G différente de la gravitation, qu'à la condition de w variable, mais, d'une manière absolument générale, la loi fondamentale de la dynamique.

Sans nous arrêter longtemps aux considérations philosophiques par lesquelles il cherche à établir cette loi, nous dirons qu'elle exprime l'équilibre permanent entre la force accélératrice centrale G, quelle qu'elle soit, et la *force inerte de séparation* qui provient de l'inertie de la matière, et qui constitue une résistance au *changement de direction.* Cette seconde force, S, est donc toujours dirigée dans un sens diamétralement opposé à celui de la force G qui tend à produire ce changement de direction. Son action élémentaire Sdt doit être proportionnelle à la variation de direction de la perpendiculaire à G, et cette variation est évidemment l'angle $d\varphi$ dont la direction même de G a varié pendant le temps dt. w étant le facteur de proportionnalité, on a donc, d'après Wronski, $Sdt = wd\varphi$, et l'équilibre permanent entre les valeurs absolues de G et S, équilibre sans lequel, d'après lui, le mouvement *libre* sur la trajectoire serait impossible, exige que l'on ait toujours la relation fondamentale $G = -S$ ou (1) $Gdt = wd\varphi$ (*).

S serait, dans ces idées, la véritable *force centrifuge.* Dans le cercle, la constante w est la vitesse totale v, et l'on a

$$G = -\frac{vd\varphi}{dt} = -\frac{v^2}{r},$$

puisque, r étant le rayon, on a

$$v = r\frac{d\varphi}{dt},$$

relation connue.

Comme nous l'avons montré, en admettant les idées actuelles de la dynamique, la relation (1) où w est constant, n'est possible que si G est la loi de Newton. Il en résulte que l'admission de la loi (1) comme loi fondamentale et générale à laquelle doivent satis-

(*) *Épître à S. M. l'Empereur de Russie*, pp. 28-33. Metz, in-4°; 1851.

faire tous les mouvements centraux, est le renversement de toute la mécanique moderne. Wronski n'a pas reculé devant cette conséquence; — nous nous contenterons de soumettre au lecteur les remarques suivantes :

I.

$Gdt = - wd\varphi$, dit Wronski, est la loi fondamentale de la dynamique; il admet pourtant l'exactitude de la loi actuelle $G = \frac{dv}{dt}$, mais comme cas particulier de la première. Et voici comment il en opère la déduction : il cherche ce que devient l'expression de la force accélératrice $G = - w\frac{d\varphi}{dt}$ qui détermine le mouvement conique, dans le cas où la conique décrite se réduit à une ligne droite, comme, par exemple, serait le mouvement d'une comète dans une ellipse dont le paramètre p serait nul, ou l'excentricité égale à l'unité. Comme la vitesse extrême u est alors nulle, l'expression générale

$$\sqrt{u^2 + 2w(w - u)(1 - \cos\varphi)}$$

de la vitesse v, devient

$$v = \sqrt{2w^2(1 - \cos\varphi)}$$

et, en différentiant v^2,

$$vdv = w^2 \sin\varphi \cdot d\varphi.$$

Mais, v n'est ici autre chose que la vitesse $v_1 = - w \sin\varphi$, parallèle à l'axe de la conique. On a donc

$$- w \sin\varphi \cdot dv = w^2 \sin\varphi \cdot d\varphi$$

et, par conséquent,

$$dv = - wd\varphi.$$

Mais

$$Gdt = - wd\varphi.$$

Donc

$$Gdt = dv,$$

ou enfin,

$$G = \frac{dv}{dt}.$$

« Et » dit l'auteur (page 438 des *Prolégomènes*), « c'est là notoirement la loi fonda-
» mentale de toute la dynamique. Ainsi, cette loi fondamentale n'est rien autre qu'un cas
» particulier de notre loi suprême (1) de la mécanique céleste; et il se trouve avéré que
» cette loi primitive, comme nous l'avons annoncé en la faisant connaitre, est généralement
» la loi suprême de toute la mécanique. »

Or, ce raisonnement est un cercle vicieux, puisque les expressions des vitesses v_1 et v_2,

dont la composition fournit la vitesse v (comme il le dit à la page 257), ne sont autres que les intégrales de $\frac{dv_1}{dt}dt$ et $\frac{dv_2}{dt}dt$ qui expriment les composantes (multipliées par dt) de la force accélératrice G, suivant les deux directions rectangulaires On se sert donc, pour démontrer la relation $G = \frac{dv}{dt}$, de cette relation elle-même.

II.

Si $Gdt = -wd\varphi$ est la loi générale de la dynamique, comment cette loi, quand on y considère G comme une inconnue, assigne-t-elle pour expression de G une fonction déterminée, la loi de Newton?

III.

L'auteur donne pour la courbe générale de l'orbite que parcourrait un astre conduit par une force centrale G quelconque, une équation de la forme

$$\text{(A)} \quad \ldots \quad r\cos\varphi\left(C + \int G\sin\varphi \cdot dt\right) - r\sin\varphi\left(C' + \int G\cos\varphi dt\right) = C'',$$

C, C', C'' étant trois constantes (*).

Dans cette équation, dit-il, le rapport de $d\varphi$ à dt est absolument indéterminé, de telle sorte que, pour une même force centrale G, elle pourra représenter un nombre indéfini de trajectoires. Si l'on y assigne à $\frac{d\varphi}{dt}$ le rapport $\frac{G}{w}$ donné par (1), on retombe sur l'équation des sections coniques, — ce qui est, en effet, exact. Si l'on y donnait à $\frac{d\varphi}{dt}$ la valeur qui résulte de la loi des aires de Képler, savoir $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{k}{r^2}$, k étant une constante, on trouverait toutes les trajectoires à forces centrales, dans lesquelles cette loi se vérifie, etc.

Il ne faut cependant pas regarder de bien près l'équation (A) pour reconnaitre qu'elle n'est autre chose que le principe des aires lui-même.

$C + \int G\sin\varphi \cdot dt$, $C' + \int G\cos\varphi \cdot dt$ sont les vitesses v_1, v_2 parallèles à deux axes rectangulaires; $r\cos\varphi$, $r\sin\varphi$ les bras de levier correspondants, et, par conséquent,

$$v_1 r\cos\varphi - v_2 r\sin\varphi = C''$$

ou

$$(v_2)r = C'', \quad r^2\frac{d\varphi}{dt} = C'',$$

en appelant (v_2) la vitesse perpendiculaire au rayon vecteur; et ce résultat est absolument indépendant de la loi qui lie $d\varphi$ à dt.

(*) *Épître à S. M. l'Empereur de Russie*, p. 39.

Ainsi l'auteur, par une inconcevable méprise, admet le principe des aires et ensuite une loi fondamentale, $Gdt = -wd\varphi$, dont l'existence générale n'est possible que si ce principe des aires n'est pas généralement vrai.

D'ailleurs, quelle que soit la relation (A) dont on admet la généralité, si $Gdt = -wd\varphi$ est la loi fondamentale de la dynamique, *il n'y a pas à choisir* le rapport $\frac{d\varphi}{dt}$, il est toujours, quel que soit G, donné par cette loi même, et par conséquent, d'après les conditions que s'impose Wronski lui-même, sa loi fondamentale (1) n'est possible que dans les sections coniques, ou pour une force G agissant en raison inverse du carré des distances.

IV.

Dès qu'on admet pour exacte la loi $G = \frac{dv}{dt}$, la généralité du principe des aires s'en déduit, comme cela est connu. Il y a donc contradiction à accepter la loi et à repousser ce principe.

Comme, dans l'esprit de Wronski, $G = \frac{dv}{dt}$ est un cas particulier de (1) $Gdt = -wd\varphi$, il s'ensuivrait que l'on pourrait déduire d'un cas particulier, une conséquence non contenue dans le cas général.

V.

Il résulte de ce qui précède que l'affirmation de Wronski, suivant laquelle *le principe des aires ne serait vrai que dans le cas de la loi Newtonienne*, non-seulement est en opposition avec les résultats les mieux établis de la science depuis Newton, mais, ce qui est bien plus grave, en flagrante contradiction avec les principes de Wronski lui-même.

Il faut donc considérer comme mal fondées toutes les déductions par lesquelles il calcule en partant de la loi (1) dans l'*Épître à S. M. l'Empereur de Russie*, pages 41-49, les courbes décrites sous différentes lois d'action G en raison d'une puissance de la distance (*).

VI.

On peut, il est vrai, considérer $G = -w\frac{d\varphi}{dt}$ comme une condition à laquelle serait soumise la force G dans tous les problèmes, mais alors, w doit être considérée, ainsi que nous l'avons fait dans le cours de ce travail, que la force totale soit centrale ou non, comme

(*) Il trouve, par exemple, pour G en raison inverse du cube de la distance, et en raison directe de la distance, respectivement une ellipse dont le centre est le centre des forces, et une trajectoire dont les anomalies, φ, ne sauraient dépasser certaines limites; — tandis que la première de ces trajectoires est une spirale et la seconde une ellipse, dont le centre est le centre des forces, ainsi que Newton le démontre déjà par des considérations purement géométriques. (*Principia*, lib I, pr. X.)

une variable, et cette variable doit se plier, et à la relation $G = -w\frac{d\varphi}{dt}$, et aux lois générales de la dynamique, telles que le principe des aires.

Nous avouons avoir hésité d'abord à reconnaître cette grave erreur, dont les conséquences se retrouveront peut-être malheureusement dans plusieurs autres travaux capitaux de l'auteur (*). Nous ne croyons pas, cependant, qu'on puisse nier la justesse des réflexions précédentes. Si elles sont exactes, comme nous en avons la conviction, elles auront l'avantage de mettre en garde les adeptes enthousiastes du *Messianisme* contre les affirmations absolues de l'illustre savant. La lecture des ouvrages de Wronski nous fait vivre avec un génie extraordinaire, qui s'est attaqué à presque toutes les connaissances humaines; mais l'impétuosité même de ce génie doit nous mettre en garde contre lui; travaillons donc à étudier les *clartés*, et consolons-nous des *obscurités* en nous rappelant que nul, quelque grand qu'il soit, n'échappe au précepte d'Horace : *Non omnia possumus omnes.*

(*) Voyez à ce sujet : *Science nautique des marées,* in-4°. Paris, 1853.

NOTE II.

Si l'on prend l'équation conique

$$(26) \quad \ldots\ldots\ldots \quad o = r\left[1 - e\cos(\Phi - \alpha)\right] - p,$$

cette équation, en y faisant varier convenablement toutes les quantités, pourra représenter la trajectoire réelle.

On obtiendra ainsi l'équation différentielle

$$o = dr\left[1 - e\cos(\Phi - \alpha)\right] + r\left[e\sin(\Phi - \alpha)(d\Phi - d\alpha) - \cos(\Phi - \alpha)de\right] - dp$$

($d\Phi$, $d\alpha$, de, dp étant les différentielles obtenues par les lois données de la variation des paramètres), ou bien

$$(\mathrm{B}) \quad \ldots \quad o = p\frac{dr}{r} + r\left[e\sin(\Phi - \alpha)d\Phi - \cos(\Phi - \alpha)de\right] - dp - re\sin(\Phi - \alpha)d\alpha,$$

et, en divisant par p,

$$-\frac{dr}{r} = \frac{e\sin(\Phi - \alpha)d\Phi - \cos(\Phi - \alpha)de}{1 - e\cos(\Phi - \alpha)} - \frac{dp}{p} - \frac{r}{p}e\sin(\Phi - \alpha) = \mathrm{L},$$

en dénotant par L la valeur du second membre.

Si maintenant l'on pose

$$\mathrm{L} - \frac{e\sin(\Phi - [\alpha])\,d\Phi - \cos(\Phi - [\alpha])\,de}{1 - e\cos(\Phi - [\alpha])} = -d\Xi,$$

en appelant $[\alpha]$ une valeur constante de α, on aura

$$o = \frac{dr}{r} - d\Xi + \frac{e\sin(\Phi - [\alpha])\,d\Phi - \cos(\Phi - [\alpha])\,de}{1 - e\cos(\Phi - [\alpha])}$$

et, en intégrant,

$$r - \frac{C\varepsilon^{\Xi}}{1 - e\cos(\Phi - [\alpha])},$$

C étant une constante d'intégration et ε la base des logarithmes népériens.

Si l'on suppose $\Xi = 0$, C deviendra le paramètre $[p]$ d'un mouvement conique ayant $[\alpha]$ pour longitude de l'aphélie. On a donc

$$(C). \quad r = \frac{[p]\varepsilon^{\Xi}}{1 - e\cos(\Phi - [\alpha])}.$$

Cette équation a la même forme que l'équation (180) de Wronski (*Réforme des mathématiques*, page CLII), mais elle en diffère en réalité par la valeur de la fonction Ξ. En effet, Wronski considère Ξ comme indépendante de α, du moins d'une manière immédiate, et cela parce que, après avoir remplacé la différentielle $d\alpha$ en fonction de dp et $d\varpi$ dans l'équation variée (B), il regarde l'intégration des fonctions en α comme comprise dans l'intégration des fonctions en p et ϖ. Voici comment il s'exprime :

« Ainsi ayant éliminé dans l'équation différentielle générale (l'équation (B)), la différentielle $d\alpha$ de l'aphélie en la remplaçant par des fonctions différentielles équivalentes, » formées par d'autres variables, nous pouvons maintenant prendre l'intégrale générale » de cette équation, en considérant comme constante la quantité α, parce que, de la » manière dont cette élimination de $d\alpha$ vient d'être faite, en enlevant cette différentielle » avec tout ce qu'elle tenait de l'équation primitive (l'équation $0 = r[1 - e\cos(\Phi - \alpha)] - p$), » il sera tenu compte de la variation de cette quantité dans tout son ensemble, et cela » par l'intégration des fonctions différentielles qui se trouvent ainsi équivalentes à cet » ensemble de la quantité α. »

Mais ce raisonnement n'est pas rigoureux, puisque ce n'est pas seulement $d\alpha$, mais aussi α, qu'il faudrait remplacer en fonction de ces autres variables, pour que l'intégration des fonctions différentielles de ces autres variables tînt compte de la variation complète de α. On peut mettre ceci nettement en évidence par la comparaison des deux expressions du rayon vecteur données par les équations (26) et (C).

On a

$$(26). \quad r = \frac{p}{1 - e\cos(\Phi - \alpha)}$$

et

$$(C). \quad r = \frac{[p]\varepsilon^{\Xi}}{1 - e\cos(\Phi - [\alpha])}.$$

Ces deux équations représentent également la trajectoire plane réelle, quand on y remplace les paramètres variables par leurs expressions en fonction des forces accélératrices.

On en déduit

$$\varepsilon^{\Xi} = \frac{p}{[p]} \cdot \frac{1 - e\cos(\Phi - [\alpha])}{1 - e\cos(\Phi - \alpha)}.$$

D'où

$$d\Xi = \frac{dp}{p} + \frac{r}{p} e \sin(\Phi - \alpha)\, d\alpha - \frac{e\sin(\Phi - \alpha)\, d\Phi - \cos(\Phi - \alpha)\, de}{1 - e\cos(\Phi - \alpha)}$$
$$+ \frac{e\sin(\Phi - [\alpha])\, d\Phi - \cos(\Phi - [\alpha])\, de}{1 - e\cos(\Phi - [\alpha])},$$

ou

$$d\Xi = - \mathrm{L} + \frac{e\sin(\Phi - [\alpha])\, d\Phi - \cos(\Phi - [\alpha])\, de}{1 - e\cos(\Phi - [\alpha])}$$

qui est l'expression que nous avons trouvée plus haut, tandis que Wronski donne à $d\Xi$ seulement la valeur

$$\frac{dp}{p} + \frac{r}{p} e \sin(\Phi - \alpha)\, d\alpha.$$

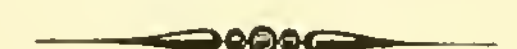
Il importe de remarquer, d'ailleurs, que les formes

$$r = \frac{[p]\varepsilon^{\Xi}}{1 - e\cos(\Phi - [\alpha])}, \quad \text{ou} \quad r = \frac{[p]\,\varepsilon^{\Xi'}}{1 - [e]\cos(\Phi - [\alpha])}$$

ou toute autre du même genre, où Ξ, Ξ', ... peuvent toujours être aisément exprimées, n'ont aucune *valeur théorique spéciale;* elles peuvent seulement avoir une *valeur pratique* dans les cas où la détermination des intégrales Ξ ou Ξ' présenterait des facilités particulières. C'est ainsi que le rayon vecteur réel serait lié au rayon vecteur $[r]$ d'une conique constante par la relation

$$r = [r]\varepsilon^{\Xi'}.$$

L'unique avantage de cette forme est de ramener immédiatement r à $[r]$ quand la fonction perturbatrice Ξ' est nulle.



VERZEICHNISS DER VON PROF. Dr. ED. VAN BENEDEN

AN DER KÜSTE VON BRASILIEN GESAMMELTEN

ECHINODERMEN

VON

Prof. Dr. Hubert LUDWIG in Giessen.

(Mémoire présenté à la Classe des sciences dans la séance du 5 novembre 1881.)

VORWORT.

Die folgenden Blätter enthalten eine systematische Zusammenstellung der von Herrn Prof. Ed. Van Beneden an der Küste von Brasilien gesammelten Echinodermen. Die Sammlung umfasst im Ganzen 32 Arten, nämlich 2 Crinoideen, 8 Asterien, 13 Ophiuren, 5 Echinoideen und 4 Holothurien. Darunter befindet sich eine neue Gattung : *Ophiothrichoides* und vier neue Arten : *Ophiothrichoides Lymani, Ophiothrix Rathbuni, Synapta Benedeni* und *Thyonidium parvum*. Von den neuen Arten habe ich die beiden Holothurien schon an einem anderen Orte [1] beschrieben. Im vorigen Jahre hat Rathbun [2] eine Liste der bis jetzt bekannten brasilianischen Echinodermen veröffentlicht und darin im Ganzen 64 Arten aufgeführt : 4 Crinoideen, 13 Asterien, 32 Ophiuren, 11 Echinoideen und 4 Holothurien. Von den Ophiuren Rathbuns gehören *Amphipholis subtilis* Ljungman und *A. Januarii* Ljungman zu einer Art und ebenso sind *Amphiura Kinbergi* Ljungman und *A. tenera* Lütken zusammengehörig und mit *A. squamata*

[1] *Ueber eine lebendig gebärende Synaptide und zwei andere neue Holothurienarten der brasilianischen Küste* (Archives de Biologie, vol. II, p. 41-58, Taf. III, 1881).

[2] R. Rathbun, *A List of the Brasilian Echinoderms, with Notes on their Distribution*, etc. (Transact. Connect. Acad. Arts and Scienc., vol. V, p. 139-158, 1880).

Sars identisch. Sonach sind also eigentlich nicht 64, sondern nur 62 Echinodermen von Rathbun aufgeführt. Obschon die Sammlung des Herrn Prof. Van Beneden nur 32 Arten umfasst, so befinden sich darunter doch 9 Arten, welche bisher von der brasilianischen Küste nicht bekannt geworden waren. Durch diese Bereicherung beziffert sich nunmehr die Gesammtzahl der brasilianischen Echinodermen auf 71 Arten.

VERZEICHNISS DER ARTEN.

I. — CRINOIDEA.

1. **Antedon carinata** Pourtales.

1815 Alecto carinata, Leach, *Zool. Miscell.* II, p. 63.

1816 Comatula carinata, Lamarck, *Anim. sans vert.* II, p. 536.

1849 — (Alecto) carinata, Müller, *Abhandl. Berlin. Akad.*, p. 252.

1862 — carinata, Dujardin et Hupé, *Zooph. Echinod.*, p. 200.

1867 Antedon Dübenii?, Verrill, *Transact. Conect. Acad.* I, 2, p. 365.

1878 — carinata, Pourtales, *Bull. Mus. Comp. Zool.* V, n° 9, p. 214.

1879 — brasiliensis, P. H. Carpenter, *Proc. Roy. Soc. London*, p. 386.

1879 — carinata, P. H. Carpenter, *Transact. Linn. Soc. London*, Zool. II, p. 29.

1880 — carinatus?, Rathbun, *Braz. Echinod.*, Transact. Connect. Acad. V, p. 156-157.

1880 Antedon brasiliensis, P. H. Carpenter, *Quart. Journ. Geol. Soc.* Vol. XXXVI, p. 41, 42, 54.

1881 Antedon carinata, P. H. Carpenter, *Notes from the Leyden Museum*, III, p. 179-180.

Diese Art, die mir in zahlreichen Exemplaren vorliegt, scheint an der Küste Brasiliens ebenso häufig vorzukommen wie *Antedon rosacea* an den europäischen Küsten, und auch in Bezug auf die Färbung einer ganz ähnlichen Mannigfaltigkeit zu unterliegen.

2. **Actinometra meridionalis** (A. Agassiz sp.).

1865 ANTEDON MERIDIONALIS, A. Agassiz, *Sea-sides studies.*
1869 — — Pourtales, *Bull. Mus. Comp. Zool.* I, n° 11, p. 355-356.
1878 — — Pourtales, *Bull. Mus. Comp. Zool.* V, n° 9, p. 214.
1879 COMATULA MERIDIONALIS, P. H. Carpenter, *Transact. Linn. Soc.*, Zool., Vol. II, Part. I, p. 20, 27, 28.
1880 ANTEDON MERIDIONALIS, Rathbun, *Braz. Echinod.*, TRANSACT. CONNECT. ACAD. V, p. 157.

P. H. Carpenter hat in seiner Abhandlung [1] über das Genus *Actinometra* den Besitz einer kammartigen Zackenreihe an der dorsalen Seite des Endabschnittes der oralen Pinnulae in die Diagnose der Gattung *Actinometra*, im Gegensatze zur Gattung *Antedon*, aufgenommen. In Bezug auf die vorliegende Art blieb er aber zweifelhaft, ob sie den erwähnten Zackenbesatz besitze oder nicht, da Pourtales denselben in seiner Beschreibung nicht anführt. An dem einen mir vorliegenden Exemplare ist der Zackenbesatz in ausgesprochenster Weise vorhanden. Es wird dadurch diese Art aus ihrer unsicheren Stellung befreit und dem Genus *Actinometra* in der ihm durch P. H. Carpenter gegeben präcisen Fassung eingereiht. Im Uebrigen passt die Pourtales'sche Beschreibung ganz auf mein Exemplar.

Von Crinoideen werden von Rathbun ausserdem aufgezählt *Antedon Dübenii* Bölsche und *Antedon* sp.

[1] *Loc. cit.* (TRANSACT. LINN. SOC.).

II. — ASTEROIDEA.

1. **Echinaster brasiliensis** Müller u. Troschel.

1840 Othilia multispina, Gray, *Ann. et Mag. Nat. Hist.*, t. VI, p. 282.

1842 Echinaster brasiliensis, Müller et Troschel, *Syst. d. Asterid.*, p. 22, Taf. I, Fig. 4.

1860 Echinaster brasiliensis, Lütken, *Vidensk. Meddel. for 1859*, Kopenhagen, 1860, p. 91-93.

1862 Cribella brasiliensis, Dujardin et Hupé, *Hist. Nat. Zoophytes Echinodermes*, p. 350.

1865 Othilia multispina, Gray, *Synopsis of the species of starfish*, p. 12.

1867 Echinaster brasiliensis, Verrill, *Transact. Connect. Acad.* I, 2, p. 343.

1869 Othilia brasiliensis, Agassiz, *Bull. Mus. Comp. Zool. Cambridge, Mass.* I, n° 9, p. 308.

1869 Echinaster brasiliensis, Perrier, *Recherch. sur les Pédicellaires*, p. 57.

1871 — — Lütken, *Vidensk. Meddel. for 1870*, Kopenhagen, 1871, p. 284.

1875 Echinaster brasiliensis, Perrier, *Révis. des Stellérides*, Arch. de Zool. expér. IV, p. 367.

1880 Echinaster brasiliensis, Rathbun, *Braz. Echinod.*, Transact. Connect. Acad. V, p. 148.

Von dieser Art liegen sieben Exemplare vor, von denen fünf ohne genauere Angabe des Fundortes sind, die zwei anderen aber bei Cap Vert gefunden wurden.

2. **Asterina marginata** Perrier.

1857 Asteriscus marginatus Valenc., Hupé, *Voyage de M. de Castelnau*, Zool., t. III, p. 100.

1857 Asteriscus minutus, Hupé, *ibidem*.

1859 — stellifer, Möbius, *Neue Seesterne d. Hamb. u. Kieler Museums*, p. 4-5.

1860 ASTERISCUS BRASILIENSIS, Lütken, *Viddensk. Meddel. for 1859*, p. 57-59.
1862 — MINUTUS, Dujardin et Hupé, *Zoophytes Echinodermes*, p. 375.
1869 — STELLIFER, Verrill, *Transact. Connect. Acad.* I, 2, p. 343.
1869 — MARGINATUS, Perrier, *Recherches sur les Pédicellaires*, p. 97-98, pl. II, fig. 11.
1871 ASTERINA STELLIFERA, Lütken, *Vidensk. Meddel. for 1870*, p. 301.
1876 — MARGINATA, Perrier, *Révis. des Stellérides*, ARCH. DE ZOOL. EXPÉR., t. V, p. 210-222.
1880 ASTERINA MARGINATA, Rathbun, *Braz. Echinod.*, TRANSACT. CONNECT. ACAD. V, p. 149.

Vier Exemplare.

5. **Luidia senegalensis** Müller u. Troschel.

1815 ASTERIAS SENEGALENSIS, Lamarck, *Anim. sans vertèbres*, t. III, p. 255.
1842 LUIDIA SENEGALENSIS, Müller et Troschel, *Syst. d. Asterid.*, p. 78.
1860 — MARCGRAVII, Lütken, *Vidensk. Meddel. for 1859*, p. 43-46.
1862 — SENEGALENSIS, Dujardin et Hupé, *Zoophytes Echinodermes*, p. 435.
1865 — — Gray, *Synopsis of the species of starfish*, p. 4.
1867 — MARCGRAVII, Verrill, *Transact. Connect Acad.* I, 2, p. 343.
1871 — — Lütken, *Vidensk. Meddel. for 1870*, p. 301.
1876 — SENEGALENSIS, Perrier, *Rév. des Stellérides*, ARCH. DE ZOOL. EXPÉR. V, p. 262-263.
1880 LUIDIA SENEGALENSIS, Rathbun, *Braz. Echinod.*, TRANSACT. CONNECT. ACAD. V, p. 149.

Das eine mir vorliegende Exemplar besitzt ebenso wie die sämmtlichen von Rathbun untersuchten Exemplare neun Arme. Müller und Troschel geben bei einer Gesammtgrösse von 16 Zoll das Verhältniss r : R = 1 : 8,5 an und die Zahl der Ventralplatten auf 150 bis 200. Mein Exemplar besitzt circa 80 Ventralplatten; R = 73 mm; r = 14 mm; also r : R = 1 : 5,2. Es zeigt sich also auch hier, dass das Verhältniss r : R für die Altersstadien derselben Art verschieden ist.

4. **Luidia clathrata** Lütken.

1825 Asterias clathrata, Say, *Journ. Acad. Nat. Scienc. Philadelphia,* V, 1, p. 141.
1860 Luidia clathrata, Lütken, *Vidensk. Meddel. for 1859,* p. 37-39.
1867 — — Verrill, *Transact. Connect. Acad.* I, 2, p. 271, 345.
1869 — — Aggasiz, *Bull. Mus. Comp. Zool. Cambridge, Mass.* I, n° 9, p. 307.
1871 Luidia clathrata, Lütken, *Vidensk. Meddel. for 1870,* p. 301.
1871 — — Perrier, *Révis. des Stellérides,* Arch. de zool. expér. V, p. 252-255.
1877 Luidia clathrata, Agassiz, *North Amer. starfishes,* p. 117-119, pl. XX.
1880 — — Rathbun, *Braz. Echinod.*, Transact. Connect. Acad. V, p. 150.

Ein verstümmeltes, regenerirtes Exemplar und zwei wohlerhaltene liegen mir vor. Von letzteren besitzt das grössere 85 Ventralplatten; r = 14 mm; R = 85 mm; r : R = 1 : 6. Das kleinere hat 60 Ventralplatten; r = 12 mm; R = 65 mm; r : R = 1 : 5,5.

5. **Luidia alternata** Lütken.

1825 Asterias alternata, Say, *Journ. Acad. Nat. Scienc. Philadelphia,* V, 1, p. 141.
1860 Luidia alternata, Lütken, *Vidensk. Meddel. for 1859,* p. 42-43.
1867 — — Verrill, *Transact. Connect. Acad.* I, 2, p. 345.
1869 — granulosa, Perrier, *Recherches sur les Pédicellaires,* p. 109-110, pl. II, fig. 18.
1869 Luidia alternata, Agassiz, *Bull. Mus. Comp. Zool. Cambridge, Mass.* I, n° 9, p. 307.
1871 Luidia alternata, Lütken, *Vidensk. Meddel. for 1870,* p. 301.
1876 — — Perrier, *Révis. des Stellérides,* Arch. de zool. expér., t. V, p. 254-256.
1876 Luidia variegata, Perrier, *ibidem,* p. 257.

Von dieser für die brasilianische Fauna neuen Art liegen sechs Exem-

plare A — F vor, über deren Grössenverhältnisse und Zahl der Ventralplatten folgende Tabelle Auskunft gibt.

	Zahl der Ventralplatten.	Breite der Arme an der Basis.	R.	r.	r : R.
A	80	14 mm	81 mm	12 mm	1 : 6,75
B	62	7 —	43 —	7 —	1 : 6,14
C	55	6 —	30 —	5 —	1 : 6
D	36	4 —	13 —	4 —	1 : 3,25
E	32	3,5 —	11 —	3 —	1 : 3,7
F	30	3,5 —	9 —	3 —	1 : 3

Das Exemplar A ist grösser als das von Perrier beschriebene, bei welchem R = 70 mm, r = 12 mm mass. Die grösseren Stachel, welche ein Theil der Paxillen, von der dritten Paxillenreihe an, trägt, bilden bei diesem Exemplar zwei sehr unregelmässige Längsreihen.

Bei dem Exemplar B sind die Paxillenstachel verhältnissmässig kräftiger und auch etwas zahlreicher entwickelt als bei A, beginnen aber auch hier an der dritten Paxillenreihe.

Perrier hat auf ein von der Insel Breton, Mündung der Mississipi, stammendes Exemplar eine neue Art : *L. variegata* gegründet. Der Hauptunterschied dieser Art von *L. alternata* besteht darin, das *L. variegata* die relativ grossen Pedicellarien, welche bei *L. alternata* zwischen den Ventral- und Adambularalplatten vorkommen, nicht besitzt. Nun ist aber das Vorkommen dieser Pedicellarien bei *L. alternata* ein variabeles, insofern als dieselben bei jüngeren Thieren, wie meine Exemplare C — F zeigen, gänzlich, und bei älteren Exemplaren, A und B, wenigstens an der Spitze der Arme fehlen können. Ich schliesse daraus, dass *L. variegata* Perrier keine sicher bestimmbare Art ist, sondern mit *L. alternata* Lütken zusammengehört.

6. **Astropecten ciliatus** Grube.

1860 Astropecten ciliatus, Grube, *Nova Acta*, vol. XXVII, p. 4-6, Taf. I, Fig. 1, 2.
1864 — — Lütken, *Vidensk. Meddel. for 1863*, p. 7.
1867 — — Verrill, *Transact. Connect. Acad.* I, 2, p. 343.

Die beiden Exemplare passen zu der Beschreibung, welche Grube von seinem *Astropecten ciliatus* gibt. Lütken vermuthet, dass die Grube'sche Art mit *Astropecten articulatus* Say sp. zusammengehört. Grube gibt als Fundort Puerto Cabello an. Von der brasilianischen Küste war diese Form bis jetzt nicht bekannt. Grube's Exemplar hatte einen Durchmesser von 4,5 Zoll, die Zahl der dorsalen Randplatten betrug 45, die Breite des Armes an der Basis 5/8 Zoll, das Verhältniss r : R = 1 : 4,5. Von den beiden mir vorliegenden Exemplaren besitzt das grössere 24 dorsale Randplatten, die Arme haben an der Basis eine Breite von 8,5 mm, r = 7 mm, R = 24 mm, r : R = 1 : 3,4. Das kleinere Exemplar besitzt 20 dorsale Randplatten, die Arme sind an der Basis 7 mm breit, r = 6, R = 18, r : R = 1 : 3.

7. **Astropecten antillensis** Lütken.

1860 Astropecten antillensis, Lütken, *Vidensk. Meddel. for 1859*, p. 47-51.
1867 — — Verrill, *Transact. Connect. Acad.* 1, 2, p. 343.
1876 — — Perrier, *Révis. des Stellérides*, Arch. de zool. expér. V, p. 282-285.

Ein junges Exemplar. Zahl der dorsalen Randplatten 18, Breite der Arme an der Basis 6 mm, r = 5, R = 17, r : R = 1 : 3,4. Neu für die brasilianische Fauna.

8. **Astropecten brasiliensis** Müller u. Troschel.

1842 Astropecten brasiliensis, Müller et Troschel, *Syst. d. Asterid.*, p. 68.
1857 — — Hupé, *Voyage de M. de Castelnau*, Zool., t. III, p. 100.
1860 — — Lütken, *Vidensk. Meddel. for 1859*, p. 50.
1862 — — Dujardin et Hupé, *Zoophytes Echinodermes*, p. 415.
1867 — — Verrill, *Transact. Connect. Acad.* 1, 2, p. 343.

1876 Astropecten brasiliensis, Perrier, *Révis. des Stellérides*, Arch. de zool. expér. V, p. 283-285, 287-288.

1880 Astropecten brasiliensis, Rathbun, *Braz. Echinod.*, Transact. Connect. Acad. V, p. 150.

Von dieser Art liegt mir zunächst ein grösseres Exemplar vor, welches 42 Randplatten besitzt, dessen grosser Radius 88 mm, dessen kleiner Radius 16 mm misst; r : R = 1 : 5,5. Von den beiden Exemplaren des Pariser Museums, welche Perrier beschreibt, unterscheidet sich dasselbe in zwei weniger wichtigen Punkten. An jenen Exemplaren sind nach Perrier die Dorsalstachel kaum 1 mm lang, während sie an meinem Exemplar in den Armwinkeln eine Länge von 3 mm erreichen. Ferner liegt bei jenen die Madreporenplatte den dorsalen Randplatten dicht an, während sie bei meinen Exemplare durch zwei Reihen von Paxillen davon getrennt ist und so an die Verhältnisse der nahverwandten Art *A. antillensis* Lütken erinnert. Ueber die Unterschiede beider Arten hat sich Perrier ausführlich ausgesprochen.

Zwei andere kleinere Exemplare zeigen folgende Verhältnisse : das eine besitzt 22 obere Randplatten, die Breite des Armes an der Basis beträgt 8 mm, R = 25, r = 8, r : R = 1 : 3,12; das andere besitzt 19 obere Randplatten, die Breite des Armes an der Basis beträgt gleichfalls 8 mm, R = 22, r = 8, r : R = 1 : 2,75. Bei beiden Exemplaren ist die Madreporenplatte nur durch eine Reihe von Paxillen von den dorsalen Randplatten getrennt.

Rathbun führt ausser den auch hier aufgezählten Seesternen noch folgende Arten an : *Asterias atlantica* Verrill, *Leptasterias Harttii* Rathbun, *Echinaster echinophorus* Perrier, *Ech. sentus* Lütken, *Linckia Guildingii* Gray, *Pentagonaster semilunatus* Perrier, *Oreaster gigas* Lütken, *Pteraster Danae* Verrill.

III. — OPHIUROIDEA.

1. **Ophiura brevispina** Say.

1825 Ophiura brevispina, Say, *Journ. Acad. Nat. Scienc. Philadelphia*, V, p. 149.

1852 Ophioderma olivaceum, Ayres, *Proc. Boston Soc. Nat. Hist.* IV, p. 134.

1859 — serpens, Lütken, *Additamenta ad hist. Ophiur.* II, p. 96, Tab. I, Fig. 6.

1865 Ophiura brevispina, Lyman, *Illustr. Cat. Mus. Comp. Zool.* I, p. 18-20.

1865 — olivacea, Lyman, *Illustr. Cat. Mus. Comp. Zool.* I, p. 23-25.

1867 — brevispina, Verrill, *Transact. Connect. Acad.* I, 2, p. 342.

1867 Ophioderma brevispina, Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.* 1866, n° 9, p. 303-304.

1871 Ophioderma brevispina, Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.* 1871, n° 6, p. 615.

1875 Ophiura brevispina, Lyman, *Illustr. Cat. Mus. Comp. Zool.* VIII, p. 3.

1880 — — Rathbun, *Braz. Echinod.* Transact. Connect. Acad. V, p. 151.

1880 — — Lyman, *Prelim. List of living Ophiur. and Astrophyt.*, p. 1.

Ein Exemplar.

2 **Ophiura Januarii** Lyman.

1859 Ophioderma januarii, Lütken, *Additamenta ad hist. Ophiur.* II, p. 88-97, Tab. I, Fig. 5.

1865 Ophiura januarii, Lyman, *Illustr. Cat. Mus. Comp. Zool.* I, p. 25-26.

1867 — — Verrill, *Transact. Connect. Acad.* I, 2, p. 342.

1867 Ophioderma januarii, Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.* 1866, n° 9, p. 304.

1880 Ophiura januarii, Rathbun, *Braz. Echinod.*, Transact. Connect. Acad. V, p. 151.

1880 — — Lyman, *Prelim. List of living Ophiur. and Astrophyt.*, p. 1.

Zwei Exemplare.

3. **Ophioceramis Januarii** Lyman.

1859 Ophiolepis januarii, Lütken, *Additamenta ad hist. Ophiur.* II, p. 108-110, Tab. II, Fig. 1.

1865 Ophioceramis januarii, Lyman, *Illustr. Cat. Mus. Comp. Zool.* I, p. 62-64.

1867 — — Verrill, *Transact. Connect. Acad.* I, 2, p. 342.

1867 — — Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.* 1866, n° 9, p. 309.

1875 Ophioceramis januarii, Lyman, *Illustr. Cat. Mus. Comp. Zool.* VIII, p. 3.

1880 — — Rathbun, *Braz. Echinod.*, Transact. Connect. Acad. V, p. 151.

1880 Ophioceramis januarii, Lyman, *Prelim. List of living Ophiur. and Astrophyt.*, p. 5.

Sechs Exemplare.

4. **Ophiactis Savignyi** Ljungman.

1842 Ophiolepis Savignyi, Müller u. Troschel, *Syst. d. Asterid.*, p. 95.

1857 — sexradia, Grube, *Arch. f. Naturgesch.*, p. 343.

1859 Ophiactis Krebsii, Lütken, *Additamenta ad hist. Ophiur.* II, p. 126-127.

1859 — ? sexradia, Lütken, *Additamenta ad hist. Ophiur.* II, p. 126.

1859 — virescens, Lütken, *Additamenta ad hist. Ophiur.* II, p. 128-129.

1859 — Reinhardtii, Lütken, *Additamenta ad hist. Ophiur.* II, p. 161-162, Tab. III, Fig. 7.

1865 Ophiactis Krebsii, Lyman, *Illust. Cat. Mus. Comp. Zool.* I, p. 111-113.

1865 — sexradia, Lyman, *Illust. Cat. Mus. Comp. Zool.* I, p. 115.

1867 — Krebsii, Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.* 1866, n° 9, p. 323.

1867 Ophiactis Krebsii, Verrill, *Transact. Connect. Acad.* I, 2, p. 366.

1867 — virescens, Verrill, *Transact. Connect. Acad.* I, 2, p. 265.

1870 — incisa, v. Martens, *Arch. f. Naturgesch.*, p. 248.

1871 — Krebsii, Ljungman, *Öfvens. K. Vetensk. Akad. Förhandl.*, p. 627.

1880 — — Rathbun, *Braz. Echinod.*, Transact. Connect. Acad. V, p. 153.

1880 — Savignyi, Lyman, *Prelim. List of living Ophiur and Astrophyt.*, p. 14.

Zahlreiche Exemplare.

5. **Amphiura squamata** Sars.

1859 Amphiura tenera, Lütken, *Additamenta ad hist. Ophiur.* II, p. 124, Tab. III, Fig. 5.

1865 Amphiura tenera, Lyman, *Illust. Cat. Mus. Comp. Zool.* I, p. 123-125.

1867 — — Verrill, *Transact. Connect. Acad.* I, 2, p. 341.

1867 Amphipholis tenera, Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.* 1866, n° 9, p. 312.

1869 Amphiura tenera, Lyman, *Bull. Mus. Comp. Zool.* I, n° 10, p. 339.

1871 Amphipholis tenera, Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.*, n° 6, p. 634, 645.

1871 Amphipholis lineata, Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.*, p. 634,

1871 — Kinbergi, Ljungman, *ibidem*, p. 646.

1871 — appressa, Ljungman, *ibidem*, p. 646-647.

1875 Amphiura tenera, Lyman, *Illust. Cat. Mus. Comp. Zool.* VIII, p. 4.

1879 — squamata, Ludwig, *Mittheil. zool. Station Neapel*, I, p. 549.

1880 — tenera, Rathbun, *Braz. Echinod.*, Transact. Connect. Acad. V, p. 154.

1880 Amphiura sqamata, Lyman, *Prelim. List of living Ophiur. and Astrophyt.*, p. 19.

Für die übrige Literatur cf. Ludwig, *l. c.*

Ein Exemplar.

6. **Amphiura limbata** Lyman.

1860 Ophiolepsis limbata, Grube, *Nova Acta*, Vol. XXVII, p. 34-37, Taf. II, Fig. 1-2.

1865 Amphiura limbata, Lyman, *Illust. Cat. Mus. Comp. Zool.* I, p. 12.

1867 — — Verrill, *Transact. Connect. Acad.* I, 2, p. 342.

1867 Amphipholis limbata, Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.* 1866, n° 9, p. 341.

1871 Amphipholis limbata, Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.* 1871, n° 6, p. 649.

1875 Amphiura limbata, Lyman, *Illust. Cat. Mus. Comp. Zool.* VIII, Pl. V, Fig. 79.

1880 Amphipholis limbata, Rathbun, *Braz. Echinod.*, Transact. Connect. Acad. V, p. 155.

1880 Amphiura limbata, Lyman, *Prelim. List of living Ophiur. and Astrophyt.*, p. 20.

Sechs Exemplare.

7. **Amphiura Januarii** Lyman.

1866 AMPHIPHOLIS JANUARII, Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.* 1866, nº 6, p. 165-166.

1867 AMPHIPHOLIS JANUARII, Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.* 1866, nº 9, p. 314.

1867 AMPHIPHOLIS SUBTILIS, Ljungman, *ibidem*, p. 314-315.

1867 — JANUARII, Verrill, *Transact. Connect. Acad.* I, 2, p. 341.

1867 — SUBTILIS, Verrill, *ibidem*.

1869 AMPHIURA JANUARII, Lyman, *Bull. Mus. Comp. Zool.* I, nº 10, p. 339.

1869 — SUBTILIS, Lyman, *ibidem*.

1871 AMPHIPHOLIS JANUARII, Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.*, nº 6, p. 648.

1871 AMPHIPHOLIS SUBTILIS, Ljungman, *ibidem*.

1880 — JANUARII, Rathbun, *Braz. Echinod.*, TRANSACT. CONNECT. ACAD. V, p. 155.

1880 AMPHIPHOLIS SUBTILIS, Rathbun, *ibidem*.

1880 AMPHIURA SUBTILIS, Lyman, *Prelim. List of living Ophiur. and Astrophyt.*, p. 20.

Ein kleines Exemplar von 2,5 mm Scheibendurchmesser. Ljungman gibt bei *Amphipholis Januarii* vier Armstachel an. Mein Exemplar besitzt deren jedoch nur drei. Die Uebereinstimmung mit Ljungman's Beschreibung der *Amphipholis Januarii* ist im übrigen so gross, dass ich die geringere Zahl der Armstachel durch die Jugendlichkeit meines Exemplares erklären möchte. Schon Ljungman selbst hat (cf. Lyman, *Bull. Mus. Comp. Zool.* I, No. 10, 1869, p. 339) auf die Wahrscheinlichkeit hingewiesen, dass seine *Amphipholis subtilis* eine Jugendform von *A. Januarii* ist. Zu derselben Vermuthung führt auch die genaue Vergleichung des mir vorliegenden Exemplares mit der Ljungman'schen Beschreibung von *A. subtilis*.

8. **Amphiura Riisei** Lütken.

1859 Amphiura cordifera, Lütken, *Additamenta ad hist. Ophiur.* II, p. 120-121, Tab. III, Fig. 2.

1860 Amphiura Riisei, Lütken, *Proceed. Bost. Soc. Nat. Hist.* VII, p. 258.

1865 — — Lyman, *Illustr. Cat. Mus. Comp. Zool.* I, p. 12.

1867 — — Verrill, *Transact. Connect. Acad.* I, 2, p. 341.

1867 Amphipholis Riisei, Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.* 1866, n° 9, p. 315.

1871 Amphipholis cordifera, Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.* 1871, n° 6, p. 647.

1875 Amphiura Riisei, Lyman, *Illustr. Cat. Mus. Comp. Zool.* VIII, Pl. V, Fig. 80.

1880 Amphipholis Riisei, Rathbun, *Braz. Echinod.,* Transact. Connect. Acad. V, p. 155.

1880 Amphiura Riisei, Lyman, *Prelim. List of living Ophiur. and Atrophyt.,* p. 20.

Ein Exemplar.

9. **Ophiocnida Loveni** Lyman.

1867 Ophiophragmus Loveni, Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.* 1866, p. 165.

1867 Ophiophragmus Loveni, Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.* 1866, n° 9, p. 316.

1869 Ophiocnida Loveni, Lyman, *Bull. Mus. Comp. Zool.* I, n° 10, p. 337.

1871 Amphipholis Loveni, Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.,* n° 6, p. 648.

1880 Ophiocnida Loveni, Rathbun, *Braz. Echinod.,* Transact. Connect. Acad. V, p. 155.

1880 — — Lyman, *Prelim. List of living Ophiur. and Astrophyt.,* p. 23.

Ein junges Exemplar.

10. **Ophionereis reticulata** Lütken.

1825 Ophiura reticulata, Say, *Journ. Acad. Nat. Scienc. Philadelphia,* V, p. 148.

1859 Ophionereis reticulata, Lütken, *Additamenta ad hist. Ophiur.* II, p. 110-112, Tab. III, Fig. 6.

1865 Ophinereis reticulata, Lyman, *Illustr. Cat. Mus. Comp. Zool.* I, p. 141-143.

1867 Ophioderma reticulata, Verrill, *Transact. Connect. Acad.* I, 2, p. 342, 366.

1867 Ophionereis reticulata, Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.* 1866, n° 9, p. 310.

1871 Ophionereis reticulata, Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.* 1871, n° 6, p. 620.

1875 Ophionereis reticulata, Lyman, *Illustr. Cat. Mus. Comp. Zool.* VIII, p. 4.

1878 — — Lyman, *Bull. Mus. Comp. Zool.* V, n° 9, p. 224.

1880 — — Rathbun, *Braz. Echinod.*, Transact. Connect. Acad. V, p. 152.

1880 Ophionereis reticulata, Lyman, *Prelim. List of living Ophiur. and Astrophyt.*, p. 25.

Elf Exemplare.

11. **Ophiothrix angulata** Ayres.

1825 Ophiura angulata, Say, *Journ. Acad. Nat. Scienc. Philadelphia,* V, 145.

1843 Ophiothrix violacea, Müller u. Troschel, *Syst. d. Asterid.*, p. 115.

1852 — angulata, Ayres, *Proceed. Boston Soc. Nat. Hist.* IV, p. 249.

1852 — hispida, Ayres, *ibidem.*

1859 — violacea, Lütken, *Additamenta ad hist. Ophiur.* II, p. 150-151, Tab. V, Fig. 1.

1865 Ophiothrix angulata, Lyman, *Illustr. Cat. Mus. Comp. Zool.* I, p. 162-164, pl. II, fig. 1-3.

1865 Ophiothrix violacea, Lyman, *Illustr. Cat. Mus. Comp. Zool.* I, p. 164-166.

1867 — — Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.* 1866, n° 9, p. 331.

1867 Ophiothrix violacea, Verrill, *Transact. Connect. Acad.* I, 2, p. 267, 342, 366-367.

1871 — caribaea, Ljungman, *Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl.*, p. 626.

1875 Ophiothrix violacea, Lyman, *Illustr. Cat. Mus. Comp. Zool.* VIII, p. 5.
1878 — — Lyman, *Bull. Mus. Comp. Zool.* I, n° 9, p. 232.
1879 — — Lyman, *Bull. Mus. Comp. Zool.* VI, n° 2, p. 53.
1880 — — Rathbun, *Braz. Echinod.*, Transact. Connect. Acad. V, p. 152-153.
1880 Ophiothrix angulata, Lyman, *Prelim. List of living Ophiur. and Astrophyt.*, p. 34.

Zahlreiche Exemplare dieser durch ihre grosse Farbenvariabilität ausgezeichneten Art. Einigen Exemplaren fehlt die weisse Längslinie auf dem Rücken der Arme.

12. **Ophiothrix Rathbuni** n. sp.

Von dieser neuen Art liegt mir nur ein Exemplar vor, dessen Arme sämmtlich in grösserer oder kleinerer Entfernung von der Scheibe abgebrochen sind. Da ich dasselbe mit keiner der bis jetzt bekannten Ophiothrix-Arten mit Sicherheit zu identificiren vermag, so halte ich dasselbe für den Repräsentanten einer neuen Art, welche ich mit dem Namen des um die brasilianische Echinodermenfauna verdienten Herrn Rathbun bezeichnen möchte.

Beschreibung des einen Exemplars. Durchmesser der Scheibe 14 mm. Dicke eines Armes an der Basis 4 mm. Die sehr zahlreichen Zahnpapillen sind wie gewöhnlich so angeordnet, dass diejenigen der beiden seitlichen Randreihen grösser sind als die übrigen. Mundschild quer rautenförmig mit abgerundeten Ecken. Seitenmundschilder dreieckig, sich kaumberührend. Untere Armplatten breiter als lang, mit concavem Aboralrande. Die Seitenarmplatten tragen 8 seitlich bedornte Stachel, welche von unter nach oben an Grösse zunehmen; der oberste und zweitoberste hat an dem basalen Armabschnitte eine Länge von 4 mm; der unterste ist kaum 1 mm lang. Eine winzige Tentakelschuppe ist vorhanden. Die Rückenschilder sind breiter als lang, überdecken zich dachziegelförmig und besitzen in der

Mitte ihres aboralen Randes einen kleinen buckelförmigen convexen Vorsprung. Die Radialschilder des Scheibenrückens sind lang, dreieckig; ihre Länge verhält sich zur Breite wie 1 : 0,5. Je zwei zueinandergehörige Radialia berühren sich mit dem äussersten Theile ihres einander zugekehrten Randes, weiter nach innen sind sie durch eine Reihe kurzer Stachelchen von einander getrennt. Das Centrum des Scheibenrückens, wie auch die 2 mm breiten von parallelen Rändern begrenzten Interradialräume sind dicht mit längeren Stacheln besetzt. Dieser Stachelbesatz setzt sich auch auf die ventralen Interbrachialbezirke fort. Die Radialschilder selbst sind nackt. Die Farbe des Rückens der Arme und der Scheibe ist ein ganz helles rothbraun; die Radialschilder tragen auf der Mitte einen kleinen unregelmässig begrenzten dunkelrothbraunen Fleck. Ueber den Rücken der Arme verläuft eine Längsbinde von ganz derselben dunklen Färbung, welche mitunter auf einem ganzen Armgliede fehlt, aber auch auf allen übrigen an der buckelförmigen aboralen Spitze der Dorsalplatten unterbrochen ist und hier einem ganz hellen Tone Platz macht.

15. **Ophiotrichoides** n. g.

Diese neue Gattung unterscheidet sich lediglich dadurch von der Gattung *Ophiothrix,* dass die Scheibe keinerlei Bestachelung zeigt, sondern nackt ist. Von *Ophiocnemis* unterscheidet sie sich durch den Besitz von je einer Tentakelschuppe an jeder Tentakelöffnung und durch die grössere Zahl der Armstachel. Von *Ophiogymna* differirt sie dadurch, dass bei dieser der Scheibenrücken weichhäutig ist, während derselbe bei *Ophiotrichoides* deutlich beschuppt ist. Man kann die Gattung *Ophiotrichoides* als eine *Ophiothrix* ohne Bestachelung der Scheibe bezeichnen; in allen übrigen Punkten stimmt *Ophiotrichoides* mit *Ophiothrix* überein und ist im Systeme in deren unmittelbare Nachbarschaft zu stellen. Die neue Art, auf welche sich die Gattung *Ophiotrichoides* gründet, erlaube ich mir nach dem verdienstvollen Kenner der Ophiuren, Herrn Theod. Lyman, zu benennen.

Ophiotrichoides Lymani n. sp.

Abgesehen von dem die Gattung begründenden Merkmal der Stachellosigkeit der Scheibe, schliesst diese neue Art sich sehr eng an an eine neue von Lyman aus der Ausbeute des Challenger beschriebene Ophiothrixart: *Ophiothrix berberis* (cf. Lyman, *Bull. Mus. Comp. Zool.* Vol. VI, No. 1 1879, p. 52-53, Pl. XV, Fig. 425-428).

Beschreibung des einzigen mir vorliegenden Exemplares. Durchmesser der Scheibe 7 mm. Breite der Arme an der Scheibe 2 mm. Länge der Arme ungefähr 45 mm. Zähne und Zahnpapillen an jeder Mundecke zusammen etwa zwanzig; die Zahnpapillen, welche zumeist nach aussen stehen, stehen zu fünf nebeneinander; weiter nach innen stehen je drei Zahnpapillen nebeneinander, von denen die mittelste ein wenig kleiner ist als die beiden seitlichen. Die Mundschilder sind breiter als lang, springen nach innen mit einer abgerundeten Spitze vor, nach aussen aber sind sie bogenförmig begränzt; auch die Seitenspitzen sind abgerundet und bilden zusammen mit der Innenspitze eine dreilappige Figur. Länge und Breite der Mundschilder verhalten zich zueinander wie 1 : 1,5. Die Seitenmundschilder sind nach innen von dem Mundschild einander bis zur Berührung genähert. Die erste untere Armplatte ist dreieckig mit abgerundeten Spitzen; die zweite ist bedeutend grösser, länger als breit und viereckig mit abgestutzten Ecken; die dritte bildet den Uebergang zu den übrigen unteren Armplatten, welche breiter als lang sind und eine sechseckige Form haben. Die Seitenplatten der Arme tragen 7 Armstachel, von welchen der unterste der kleinste ist; von da an nehmen sie bis zum sechsten (von unten gezählt) an Grösse zu, dieser misst 2 mm Länge; der siebente, oberste, ist wieder etwas kürzer. Die Stachel sind abgeplattet und an ihren beiden Längskanten und an der stumpfen Spitze mit deutlichen Dornen besetzt. Eine sehr kleine Tentakelschuppe an dem inneren Rande jeder Tentakelöffnung. Die oberen Armplatten sind breiter als lang; Länge verhält sich zur Breite wie 1 : 1,6; sie haben eine sechseckige Gestalt, an welcher die drei aboralen Seiten zu

einer einzigen bogenförmigen Linie miteinander vereinigt sind; mit ihrer aboralen Seiten legen sie sich dachziegelförmig übereinander. Die Rückenseite der Scheibe ist in der Mitte und in den interradialen Räumen mit kleinen Kalktafeln, die sich nur selten dachziegelförmig übereinander legen und durchschnittlich eine Grösse von 0,3 — 0,5 mm haben, bedeckt. Auch zwischen je zwei Radialschilder schiebt sich von Centrum der Scheibe her eine aus drei oder vier hintereinander gelegenen Kalkplatten gebildete Plattenreihe ein, welche aber die Peripherie der Scheibe nicht erreicht. Die Radialschilder sind 2,5 mm lang, dreieckig, berühren einander über dem Ursprung der Arme und springen an derselben Stelle buckelförmig vor; nach dem Centrum der Scheibe zu divergiren sie um die vorhin erwähnte Reihe von Kalkplättchen zwischen sich aufzunehmen; die grösste Länge der Radialschilder verhält sich zu ihrer grössten Breite wie 1 : 0,5. Die Täfelung der Rückenseite der Scheibe setzt sich bis unter den Aussenrand der Radialschilder mit immer kleiner werdenden Kalkstückchen fort. An der Bauchseite sind die Interbrachialräume der Scheibe durchaus nackt und dünnhäutig.

Die Farbe des in Weingeist conservirten Exemplares bestand auf der Rückenseite der Arme und Scheibe aus einem ganz hellen Anfluge von Röthlich-Braun; auf jedem Radialschild 4—5 kleine dunkelbraune Flecken. Die ventralen Interbrachialräume der Scheibe sind tief braun; sonst ist die Bauchseite der Scheibe und Arme gelblich-weiss.

Ausser den mir vorliegenden Ophiuren werden von Rathbun ferner noch aufgezählt : *Ophiura cinerea* Lyman, *O. appressa* Say, *Ophiolepis paucispina* Müller et Troschel, *Ophioceramis albida* Lyman, *Ophiocoma echinata* Agassiz, *O. Riisei* Lütken, *Ophiopsila Riisei*, *Ophiothrix Suensonii* Lütken, *Ophiactis Mülleri* Lütken, *Hemipholis cordifera* Lyman, *Amphiura flexuosa* Ljungman, *A. Stimpsonii* Lütken, *A. complanata* Ljungman *A. crassipes* Ljungman, *A. duplicata* Lyman, *A. planispina* v. Martens, *Ophiocnida scabriuscula* Lyman, *Ophiostigma isacanthum* Lyman, *Ophiomyxa flaccida* Lütken.

IV. — ECHINOIDEA.

1. **Cidaris tribuloides** Blainville.

1872-74 Cidaris triruloides, Agassiz, *Revision of the Echini*, p. 99, 253-254, 386; Pl. I[d]; II, fig. 1-3; II[c], fig. 13; I[c], fig. 18-22; VI, fig. 21; XXVIII, fig. 3, 4; XXXV, fig. 1; XXXVIII, fig. 2[a-c].

1878 Cidaris tribuloides, Agasiz, *Bull. Mus. Comp. Zool.* V, n° 9, p. 185.

1880 — — Rathbun, *Braz. Echinod.*, Transact. Connect. Acad. V; p. 143.

Für die übrige Literatur cf. Agassiz, *Revis. of the Echini*, p. 99.

Ein Exemplar.

2. **Arbacia punctulata** Gray.

1872-74 Arbacia punctulata, Agassiz, *Revis. of the Echini*, p. 91, 263-266, 402; Pl. II, fig. 4; V, fig. 1-18; VI, fig. 22; XXVI, fig. 3-7; XXXV, fig. 8; XXXVIII, fig. 10.

1878 Arbacia punctulata, Agassiz, *Bull. Mus. Comp. Zool.* V, n° 9, p. 188.

Für die übrige Literatur cf. Agassiz, *Revision of the Echini*, p. 91.

Zwei Exemplare von Cap Vert. Rathbun führt diese Form in seinen *Brazilian Echinoderms* nicht auf.

3. **Toxopneustes variegatus** A. Agassiz.

1872-74 Toxopneutes variegatus, Agassiz, *Revision of the Echini*, p. 168-169, 298-301, 500; Pl. II, fig. 5-6; IV[a], fig. 4-5; VI, fig. 23; VII, fig. 7-22; XXV, fig. 17-19.

1878 Toxopneustes variegatus, Agassiz, *Bull. Mus. Comp. Zool.* V, n° 9, p. 189.

1880 — — Rathbun, *Braz. Echinod.*, Transact. Connect. Acad. V, p. 144.

Für die übrige Literatur cf. Agassiz, *Revision of the Echini*, p. 168-169.

Drei Exemplare.

4. **Echinometra subangularis** Desmoulins.

1872-74 ECHINOMETRA SUBANGULARIS, Agassiz, *Revision of the Echini*, p. 116-117, 283-284, 434; Pl. X[a], fig. 2-4; XXVI, fig. 11-13.

1878 ECHINOMETRA SUBANGULARIS, Agassiz, *Bull. Mus. Comp. Zool.* V, n° 9, p. 188.

1880 — — Rathbun, *Braz. Echinod.*, TRANSACT. CONNECT. ACAD. V, p. 143-144.

1881 ECHINOMETRA SUBANGULARIS, Bell, *Proceed. Zool. Soc. London*, 1881, p. 423.

Für die übrige Literatur cf. Agassiz, *Revis. of the Echini*, p. 166-117.

Vier Exemplare.

5. **Encope emarginata** L. Agassiz.

1872-1874 ENCOPE EMARGINATA, Agassiz, *Revision of the Echini*, p. 126-127; 323-329, 545; Pl. XII, fig. 14-24; XII[b], fig. 1-3; XII[d], fig. 2-3.

1880 ENCOPE EMARGINATA, Rathbun, *Braz. Echinod.*, TRANSACT. CONNECT. ACAD. V, p. 145.

Für die übrige Literatur cf. Agassiz, *l. c.*, p. 126-127.

Drei Erwachsene und zahlreiche Jugendstadien.

Rathbun führt ausserdem an : *Arbacia pustulosa* Gray, *Diadema setosum* Gray, *Strongylocentrotus Gaimardi* A. Agassiz, *Hipponoe esculenta* A. Agassiz, *Clypeaster subdepressus* Agassiz, *Mellita sexforis* A. Agassiz, *Mellita testudinata* Klein.

V. — HOLOTHURIOIDEA.

1. **Synapta Benedeni** Ludwig.

1881 Synapta Benedeni, Ludwig, *Archiv. de Biologie,* II, p. 55-56; Pl. III, fig. 19-21.

Drei Exemplare.

2. **Chirodota rotifera** Stimpson.

1851 Synapta rotifera, Pourtales, *Proceed. Amer. Assoc. Advanc. Sc.* 5[th] Meet, 1851, p. 15.

1860 Chirodota rotifera, Stimpson, *Amer. Journ. Sc. et Arts,* XXIX, p. 134.

1867 — — Selenka, *Zeitschr. f. wissensch. Zool.* XVII, p. 367.

1867 — — Verrill, *Transact. Connect. Acad.* I, p. 371, pl. IV, fig. 9, 9ª.

1879 — sp., Selenka, *Sitzungsber. physical. medic. Gesellsch. Erlangen,* 12 mai 1879, p. 8.

1880 Chirodota rotifera, Rathbun, *Braz. Echinod.,* Transact. Connect. Acad. V, p. 141.

1881 Chirodota rotifera, Ludwig, *Archiv. de Biologie,* II, p. 41-54, Pl. III, fig. 1-15.

Ein Exemplar.

3. **Thyonidium parvum** Ludwig.

1881 Thyonidium parvum, Ludwig, *Archiv. de Biologie,* II, p. 54-55 ; Pl. III, fig. 16-18.

Ein Exemplar.

4. **Holothuria grisea** Selenka.

1867 Holothuria grisea, Selenka, *Zeitsch. f. wissensch. Zool.* XVII, p. 328, Taf. XVIII, Fig 33-36.

1868 Holothuria grisea, Semper, *Holothurien*, p. 92, 251, 279.

Rathbun führt diese Art, von welcher mir zwei Exemplare vorliegen, in seiner Liste der brasilianischen Echinodermen nicht auf, scheint also übersehen zu haben, dass schon Semper, *l. c.*, p. 251, Rio Janeiro als Fundort angibt.

Ausser *Chirodota rotifera* führt Rathbun folgende Holothurien auf : *Thyone* (*Sclerodactyla*) *brasiliensis* Verrill, *Thyonella* sp., *Holothuria* sp.

LA PEINTURE FLAMANDE ET SON ENSEIGNEMENT

SOUS LE RÉGIME DES CONFRÉRIES DE St-LUC,

PAR

Edgar BAES.

« *Littera scripta manet.* »

(Mémoire couronné par la Classe des beaux-arts de l'Académie dans sa séance du 6 octobre 1881.)

AVANT-PROPOS.

La Classe des beaux-arts de l'Académie royale de Belgique avait inscrit à son programme de concours de 1881 la question suivante :

Déterminer sur des documents authentiques, quel a été depuis le commencement du XIVe siècle jusqu'à l'époque de Rubens inclusivement, le régime auquel était soumise la profession de peintre, tant sous le rapport de l'apprentissage que sous celui de l'exercice de l'art, dans les provinces constituant aujourd'hui la Belgique.

Examiner si ce régime a été favorable ou non au développement et aux progrès de l'art.

Appelée à juger les deux mémoires soumis en réponse à cette question, la Classe des beaux-arts, dans sa séance du 6 octobre 1881, a décerné la médaille d'or à mon travail qui portait comme épigraphe : *Littera scripta manet.*

Après le jugement et la publication des rapports des commissaires, j'ai revu attentivement cet ouvrage, avec l'autorisation de la Classe; j'ai jugé utile d'y apporter quelques modifications de nature à atténuer autant que possible la portée des observations formulées par le jury.

Ces additions et ces notes concernent principalement le règlement inédit de Tournai, dans ses restrictions à la liberté du travail et de l'enseignement; les statuts de la confrérie de S[t]-Luc, de Paris, et la division de l'art national en périodes esthétiques plutôt que chronologiques.

Désireux de rendre mon travail plus digne de figurer dans les recueils de l'Académie, je l'ai fait suivre, en outre, de tables destinées à en faciliter la lecture et à permettre la recherche facile de certains passages.

LA

PEINTURE FLAMANDE

ET

SON ENSEIGNEMENT

SOUS LE RÉGIME DES CONFRÉRIES DE St-LUC.

INTRODUCTION.

L'histoire de l'art dans nos provinces se divise en plusieurs périodes bien distinctes l'une de l'autre par le caractère, les tendances et les productions. Malgré des découvertes précieuses faites par nos savants chercheurs, qui tous les jours encore parviennent à retrouver un des chaînons qui doivent relier les monuments du passé à notre époque, le laps de temps compris entre Charlemagne et Charles V reste pour nous enveloppé d'une sorte de brouillard poétique, tandis qu'à partir des premières années du XVIe siècle tout, dans l'art flamand, se dégage nettement aux rayons pâles encore de la Renaissance, comme pour nous préparer à la lumière éclatante du temps de Rubens et de ses émules.

Ces deux dernières périodes nous offrent un évident contraste entre l'expression artistique et les mœurs nationales, car le but de nos artistes du XVIe et du XVIIe siècle semble n'avoir été qu'une apothéose du paga-

nisme et du matérialisme de l'Italie; mais il n'en est pas de même de celle qui comprend les premiers tâtonnements de la peinture dans nos provinces, jusqu'à l'avènement de Raphaël et de Michel-Ange.

Non-seulement il est démontré que les premiers chrétiens créèrent une formule artistique nouvelle en opposition absolue avec celles de la peinture et de la sculpture païennes, mais il est aisé de se convaincre que, dans le Nord surtout, l'art du moyen âge entier procède d'un même plan religieux: la tradition chrétienne, et s'édifie sur des données placides, chastes, un peu ascétiques, alliées à un naïf et sincère réalisme.

Idéal du moyen age. — Les anciens cherchaient leur idéal dans la forme, la matière : si les peintres du moyen âge en eurent un, il n'exista jamais que dans leurs sujets, car le respect religieux de la nature, ainsi que la perçoit la créature humaine, est tel, dans l'art chrétien, qu'il semble parfois devenir une imitation servile, et cependant on le voit toujours pour ainsi dire illuminé par un sentiment de foi profondément recueilli.

Influence religieuse. — Cette tendance générale ne peut être due qu'à l'action du clergé : il eût même été peu possible que l'art suivît une route différente, les missionnaires et les moines ayant été les premiers agents de civilisation dans nos contrées.

Le clergé prit la plus grande part à l'émancipation des serfs. Grégoire le Grand, les évêques, les abbés achetèrent des esclaves pour les rendre à la liberté et en faire une population dévouée à l'Église : il est vrai que celle-ci, sur plus d'un point, rétablit plus tard le servage à son profit, mais il est positif qu'elle fut souvent le soutien des classes populaires contre la féodalité et qu'elle favorisa l'union entre les différentes castes.

Les saints de l'Irlande, de l'Écosse et de l'Aquitaine qui furent, vers la fin du VI[e] siècle, les apôtres de nos contrées, y apportèrent les principes de toutes les connaissances humaines que l'on cultivait dans les pieuses congrégations de leur pays natal. Autour des couvents et des églises nouvelles se réunirent plus tard les germes du commerce et de l'industrie future [1].

[1] *Cantatorium*, Chronique de S[t]-Hubert, trad. A. de Robaulx de Soumoy. Bruxelles, Cans et C[ie], p. 231; *O. L. V. op 't staeksken te Antwerpen*, par P. Génard, 1853, p. 29.

Éclosion de l'art chrétien. — Les souverains nouvellement convertis, avec l'ardeur des néophytes, prêtèrent le concours de leur puissance à ces évêques, circonstance qui fit promptement la richesse des cloîtres et des chapelles et, par conséquent, causa la première éclosion de l'art nécessaire au nouveau culte qui devait par ses cérémonies faire impression sur des masses ignorantes et barbares [1].

Mais cet art, à la fois religieux et primitif, car il ne dut d'abord être exercé que par les clercs ou les affranchis qu'ils groupaient autour d'eux en qualité d'ouvriers ou de colons, ne pouvait évidemment s'inspirer que fort peu des quelques vestiges gallo-romains qui subsistaient dans nos contrées.

Barbarie dans le Nord. — Un grand nombre de ces modèles méridionaux avaient dans les premiers temps été anéantis par le zèle farouche des premiers convertis; les manuscrits païens, les autels ou les ornements de même origine furent voués à la destruction et, si dans la Gaule française ainsi que dans les résidences impériales de Charlemagne la tradition romaine put s'établir franchement, par le moyen des *missi dominici* et à la suite des missionnaires italiens, l'art, dans le Nord, fut longtemps purement saxon, restant dans le sentiment le plus conforme au naturalisme inhabile des moines anglais [2], au goût étrange et grossier des populations franques et à l'ignorance brutale des premiers artistes employés par le clergé et les chefs souverains.

Dans les plus anciens monastères fondés vers 316 dans les Gaules, on ne s'occupait que de la transcription des livres. Saint Paulin défendit à ses moines l'art du peintre; mais Sulpice Sévère nous apprend que la peinture servait cependant à la décoration des églises et des édifices particuliers, ce qui fait croire qu'il y avait des ouvriers chargés de ces travaux comme autrefois les esclaves romains. Grégoire de Tours et d'autres évêques français firent peindre leurs églises par des Francs [3].

[1] Émeric David, *Histoire de la peinture au moyen âge*, 1842, pp. 36, 41 et 68.

[2] Leurs travaux furent peut-être la source où tous nos miniaturistes ont puisé leur style qui a réagi sur la peinture de tableaux.

[3] *Hist. ecclesiastic. Francorum*, liv. X, c. XXI, § 19, et liv. VII, c. XXII; voir aussi *Bulletin de la Société des antiquaires de Picardie*, t. X, 1850, in-8°.

Enfin les missionnaires saxons ou indigènes obtenaient plus aisément que les méridionaux l'appui et la confiance des chefs du pays, et leur sens artistique devait être en rapport avec le goût de ces derniers qui affectionnaient surtout un luxe décoratif et vestimental [1] formé de couleurs vives, d'or et d'argent; Charlemagne lui-même montra toujours une préférence pour les pays de langue tudesque et n'aimait point Paris qui était romain [2].

On doit donc admettre que l'art frank qui régna jusqu'après les croisades était l'expression naturelle de la nation et que l'ornementation des autels, des châsses, des édifices religieux et des livres sacrés fut un des premiers objets du travail artistique. Remarquons, toutefois, qu'à l'époque de Charlemagne non-seulement les moines refusaient déjà de s'occuper d'art ou d'écriture, mais que le souverain faisait inspecter les peintures des églises ou des abbayes, établissant ainsi une sorte de censure du goût.

La lueur de civilisation que le grand empereur avait apporté s'éteignit bientôt, la servitude s'étendit de nouveau et le X[e] siècle est tellement plein d'obscurité que de Meyere dit que nous ne connaissons pas la dixième partie des évènements qui eurent lieu en Flandre vers cette époque [3].

C'est cependant alors que le commerce et l'industrie semblent avoir commencé à se développer réellement.

Arnould le Vieux et, après lui, Baudouin le Jeune, établirent des marchés et favorisèrent les métiers [4].

L'accroissement considérable de la population nécessita bientôt des émigrations, tant de la Flandre que du pays de Liège [5].

Déjà, en 900, l'agglomération d'Anvers exigeait la construction de deux églises en plus [6].

En 1073 Lambert d'Aschaffenbourg parle de la multitude de peuple qui couvrait le sol de la Belgique. Suger, dans son panégyrique de Louis le Gros, appelle cette contrée *valdè populosam*.

[1] Émeric David. *Histoire de la peinture au moyen âge*, p. 57.

[2] Sismondi, *Histoire des Français:* Vie de Charlemagne.

[3] *Annales Flandriæ*, p. 19.

[4] *Acta S. S. Belgii*, t. II, p. 563, et Buzelini, *Annales Gallo-Flandriæ*, p. 163.

[5] *Chronique de Jean de Stavelot*, par Borgnet.

[6] Diercksens, *Antverpia Christo nascens et crescens*, 2[e] éd., t. I, p. 61.

En revanche, on ressentait déjà les inconvénients d'une prospérité trop rapidement acquise. Les moines s'étaient laissés aller à la paresse et après la date fatale de l'an 1000 qui avait si largement profité aux ministres du culte, ils donnèrent l'exemple d'une vie dissolue et scandaleuse [1].

Il est certain que s'il y eut en ce temps des artistes, ce ne fut pas parmi eux et il est plutôt probable que l'art n'était alors dans les préoccupations de personne, car le mouvement littéraire et scientifique provoqué par Charlemagne était absolument anéanti; aussi trouvons-nous, pour le VIIIe, le IXe, le Xe et le XIe siècle, un nombre bien restreint d'artistes, mais tous religieux encore et à la fois orfèvres, sculpteurs, architectes, peintres et savants, tels que Adelard II, abbé de St-Trond, Tutilon et Notker, le moine Jean, constructeur de l'église de St-André à Liège [2], etc.

Les populations franques étaient d'ailleurs dominées par un instinct d'aventure dont les croisades furent la dernière expansion, mais qui dans les temps primitifs ne laissait chez elles que fort peu de place aux occupations tranquilles; les *Ghildes* germaniques étaient guerrières ou commerciales, parfois les deux à la fois, comme les caravanes de Samô en Hongrie, etc., et l'esprit d'association propre à cette race doit avoir porté de bonne heure les puissants à employer les plus habiles de leurs subordonnés, comme ouvriers, soit moyennant rétribution, soit sous promesse d'affranchissement, ce qui était le meilleur moyen de faire prospérer le travail.

Les relations des hommes du Nord avec l'Italie et l'Orient ont-elles provoqué en eux le développement du goût des arts ou bien est-ce la prospérité des abbayes et du clergé qui excita ces derniers à faire des dépenses de luxe parmi lesquelles l'art pictural devait naturellement tenir une grande place? Toujours est-il que cette époque nous montre déjà le principe d'association appliqué à la construction des édifices religieux et à leur ornementation sculpturale en attendant leur décoration en couleur; que sur tous les points nous voyons commencer de ces monuments, tels que Notre-Dame des Dunes en Flandre, dont tous les ouvrages d'art furent faits par

[1] *Histoire de la ville et du château de Huy,* d'après Laurent Mélart, par P. Gorrissen, 1850, pp. 79 et 96.

[2] De Caumont, *Histoire sommaire de l'architecture religieuse, civile et militaire du moyen âge* (Paris, in-8°, 1837), énumère une centaine d'églises bâties en France de 1040 à 1100.

les moines et qu'enfin au XIIe siècle, saint Bernard demandait : « à quoi bon tous ces monstres en peinture ou en bosse qu'on met dans les cloitres à la vue des gens qui pleurent leurs péchés ? ».

Cette phrase ne semble-t-elle pas indiquer que la tradition franque régnait encore dans toute sa rudesse et que ce fut plutôt par le contact de Byzance ou de l'Italie, sinon de l'Orient lui-même, que s'éveilla le sentiment de la peinture véritable dans les pays occidentaux ?

L'art du XIIIe siècle est exclusivement religieux. — Jusqu'à la fin du XIIIe siècle l'art semble chez nous, comme en Italie, dépendre absolument de l'ordre religieux [1], et tandis que les moines se permettaient quelquefois un certain symbolisme, les ouvriers (*submansores*) qu'ils employaient étaient naturellement astreints à un art hiératique [2] et à des types de convention absolument antipathiques à tout progrès.

Naissance de l'art laïque. — Ce progrès n'était possible que dans la société laïque et dans des travaux entrepris avec quelque liberté, système que nous ne voyons inaugurer que vers le milieu du XIIIe siècle. C'est vers les premières années du XIVe que l'on mentionne spécialement des miniaturistes, des scribes ou des peintres avec le titre de laïc : G. d'Arschot, *illuminator librorum laïcus,* en 1305 [3], Arnould Gaelman, *pictor ymaginum,* en 1311, Jean de Wesemael, écrivain de missels *laïcs,* en 1346, tandis que près d'un siècle auparavant on rencontre des architectes ou des sculpteurs laïcs, sans doute affiliés aux compagnies maçonniques, par exemple : Erlebold, architecte *laïcus,* vers 1225 [4] et Jean le statuaire à Louvain, vers 1250.

Évidemment avant cette époque de nombreux ouvriers laïcs avaient dû manier les couleurs et peindre des murailles, des meubles, des objets de

[1] C. Cantu, *Histoire universelle*, t. IX, p. 482.

[2] Émeric David, *Histoire de la peinture au moyen âge*, p. 75.

[3] A. Pinchart, *Archives des arts*, t. I, pp. 94 et 99.

[4] Registre n° *F* 168 de la Chambre des comptes, Archives du département du Nord, à Lille, et *Messager des sciences historiques,* année 1853.

toute nature; de même que chez les sauvages, l'ornementation des armes, des boucliers (*schild*, d'où viennent les mots *scilder, schiltsrigghe*) dut être considérée d'abord comme le luxe le plus recherché, en dehors des objets de piété.

Mais jusqu'au retour des croisades la peinture ne se composa que de miniature ou d'écriture coloriée, de décoration monumentale et d'émaillerie, car les diptyques et les triptyques sculptés ou niellés remplaçaient les tableaux qui ne virent le jour en Italie que grâce aux artistes grecs persécutés par Léon l'Isaurien [1].

La décoration intérieure des édifices avait pour éléments les bas-reliefs, les mosaïques, les nielles d'or et d'argent, les marbres, les pierreries et les tentures [2], la peinture à l'eau, en comparaison, devait paraître bien grossière et fut sans doute peu employée dans les siècles qui nous occupent, ou bien son peu de solidité nuisait considérablement à son emploi; de toute façon l'on remarque qu'après le retour des croisés de Byzance, la tapisserie devint le luxe à la mode, dans les demeures seigneuriales, dans les églises et enfin dans les hôtels de ville.

Ce fait nous prouve le peu d'importance que l'on attribuait à la partie artistique dans la peinture monumentale.

Mais s'il nous faut une explication plus plausible encore sur la pénurie de vestiges artistiques antérieurs au XIII[e] siècle, nous devons la retrouver dans la rudesse même des mœurs nationales [3], dans les efforts faits par la classe populaire pour secouer le joug féodal ou sacerdotal [4] et enfin dans les dévastations guerrières, dans les disettes et les inondations qui marquent presque toutes les années du XII[e] siècle.

Aux peintres des monastères étaient réservés les travaux faciles, soignés

[1] Artaud, *Considérations sur l'état de la peinture en Italie dans les quatre siècles qui ont précédé celui de Raphaël.* (Paris, 1810, pp. 29 et 60.)

[2] Émerie David, *Histoire de la peinture au moyen âge*, p. 82.

[3] Au XIII[e] siècle la plupart des églises d'Ypres et sans doute d'autres villes étaient décorées en détrempe. En 1230 l'évêque de Térouanne défendit, par mesure d'économie, de peindre à l'hospice Voet autre chose que la chapelle et le haut des murs; mais c'était là simplement du badigeonnage. (*Annales de la Société historique de la West-Flandre*, t. II, 1868, p. 178.)

[4] Aug. Thierry, *Récits mérovingiens*, chap. 1; et C. Cantu, *Histoire universelle*, t. X, p. 334.

et estimés, c'est-à-dire les manuscrits à miniatures; et çà et là, bien rarement, une fresque, une châsse ou un triptyque [1].

La partie industrielle et les travaux de monument étaient le partage des laïcs, et ce ne fut que lentement, profitant de l'apathie des moines, en même temps que du développement de la prospérité des villes, qu'ils parvinrent à accaparer à la longue tout le domaine de l'art, et par faire enfin de leurs initiateurs leurs tributaires.

Ne serait-ce pas un fait précieux à invoquer à l'appui de l'influence heureuse que peut avoir pour les arts l'amélioration de la condition du peuple, que l'apparition simultanée de la peinture artistique et de la liberté des communes ?.

La peinture, occupation servile, n'était pas le fait de la turbulente chevalerie, ni même des opulents patriciens de nos villes altières. Ainsi que chez les Romains de la décadence, les serfs (*laeten*) coloriaient les sièges, les selles, les targes, les colonnes des édifices de leurs maîtres et cela sur les indications de ceux-ci [2]. Les premiers peintres laïques qui travaillèrent pour leur propre compte furent les serfs affranchis ou tributaires, plus tard bourgeois des villes, et dans une seule cité, celle de Louvain, nous voyons, au XVe siècle, les lignages ne pas dédaigner le titre de *pictor*.

Aussi le luxe le plus habituel des seigneurs consistait-il en joyaux, en orfèvrerie, en armes et en vêtements, et souvent même en ornements de chapelles et en reliques [3].

L'altare portatile et le diptyque empruntèrent leur valeur initiale au travail d'orfèvrerie ou d'ivoire qui les enrichissait, et les châsses ou fiertes émaillées furent les premières pièces de peinture portative dans nos contrées [4]. L'orfè-

[1] Voir Lobbes, *Son abbaye et son chapitre*, par J. Vos, t. II p. 48. Ex. les Évangéliaires du trésor de l'église primordiale de Maeseyck, par les abbesses d'Alden-Eyck; la fresque de l'évêque Éracle (957-971); Chapeauville, *Gesta Pontif-Leodiens*, t. 1, p. 194.

[2] Au IXe siècle, et même plus tard, les riches entretenaient des artisans parmi leurs domestiques et les rois mêmes faisaient faire leurs habits par des femmes attachées à leurs fermes. Voir A. Cralle, *Souvenirs archéologiques*. Liège, Carmanne, 1860, p. 26.

[3] Diegerick, *Inventaire des archives de la ville d'Ypres*, t. II. p. 43. Inventaire des objets délaissés par Robert de Flandre.

[4] *Voyage littéraire de deux Bénédictins*, p. 242, et *Messager des sciences historiques*, 1849; *Histoire de la châsse de Saint-Servais.*

vrerie religieuse s'était de bonne heure développée surtout dans la principauté de Liège. La fierte de S[t]-Domitien, à Huy, date de 1173. Liège possédait déjà des châsses peintes en 1292.

Quant aux dames, dont les travaux patients eussent pu avoir quelque rapport avec la peinture, elles se bornèrent avant le XV[e] siècle à broder des pennons, des objets sacerdotaux et à faire de la tapisserie.

Nous pouvons donc dire que nos rudes ancêtres considéraient l'art décoratif avec une sorte de dédain, et nous croyons que leurs peintres les plus habiles ne devaient pas être regardés comme supérieurs, en position sociale, aux ménestrels, aux jongleurs, aux bouffons, aux acteurs de mystères (*gesellen*), etc.; d'ailleurs il semblerait qu'avant l'avènement de la maison de Bourgogne on n'aît généralement pas compris que la peinture pouvait être un art d'agrément capable de procurer les jouissances intellectuelles les plus élevées et qu'on l'ait employée simplement comme un métier plus ou moins utile à l'entretien ou à l'embellissement des meubles et des édifices.

La peinture laïque est d'abord purement manuelle. — Ainsi, quand l'organisation des communes permit aux bourgeois d'échanger leur travail contre un profit pour eux et leurs familles, ce ne fut pas encore dans le sens artistique du mot qu'ils purent pratiquer la peinture. En effet, quant aux ouvrages destinés au culte ou aux couvents, les moines et leurs subordonnés étaient plus experts que d'autres dans ce genre [1] et suffisaient à cette tâche.

Mais, en dehors des travaux monastiques, il y avait, comme nous l'avons dit, la décoration intérieure des maisons, le coloriage de statues, le peinturage de meubles ou objets de ménage, et enfin, la peinture de blasons et de bannières. Tout cela formait un métier véritable, motivant des déplacements, demandant de l'expérience, de l'initiative, et convenant spécialement à un ouvrier laïque, d'autant plus que la préparation, la livraison et l'emploi des couleurs, de l'or, etc., constituaient une sorte d'entreprise commerciale.

C'est ainsi que l'art commença à s'affranchir de la tutelle des monastères.

[1] Voir les confréries de *Jhesus mannen, Sinte Peeters mannen*, etc., *Louvain monumental*, etc., et Viollet Leduc, *Dictionnaire de l'architecture française*, t. I, p. 128.

Tout ce qui exigeait des échafaudages, une réunion d'ouvriers, des efforts, de la hâte, n'était évidemment pas du domaine des moines. Ceux-ci s'habituèrent enfin peu à peu à reconnaître la supériorité des laïques et à leur confier des travaux dont ils auraient pu se charger eux-mêmes. Ils laissèrent ainsi aux futurs bourgeois l'art manuel, progressif et lucratif.

Dès lors, ce nouveau métier gagna tous les jours en importance, jusqu'au moment où une circonstance politique vint mettre le comble à son développement.

Quelle était la position sociale des peintres. — Lorsque les ducs de Bourgogne devinrent comtes de Flandre et d'Artois, ils importèrent à Bruges le luxe et la splendeur de la Cour de France [1] « On s'harnachait d'orfaverie », dit M. de Laborde citant Martial d'Auvergne [2].

L'art véritable entra d'abord pour une part médiocre dans leurs préoccupations [3], mais ils furent entraînés à l'encourager, et ce fut sous leur règne, par l'union des provinces sous un sceptre commun, par la prospérité qui en fut la suite, que la peinture parvint comme les autres expressions du luxe à un haut degré d'éclat et de développement. « Les orfèvres et les peintres du duc, disent MM. Crowe et Cavalcaselle, étaient classés parmi les valets, parce qu'il était dans l'intérêt des ducs de se les attacher, en les nommant à des fonctions qui semblent avoir été plutôt des prétextes à gratifications et à salaires que de véritables emplois, et lorsque ce titre leur arriva de France, ses fonctions n'avaient aucun caractère de domesticité. Il perdit cependant de son importance lorsque les ducs et les princes cessèrent de protéger les arts. La dignité des peintres ne souffrait point de ce titre de varlet. Les artistes de ce temps-là étaient des hommes plus remarqués qu'ils ne le sont aujourd'hui [4] ».

Cette dernière observation nous paraît manquer de justesse, car alors

[1] Voir Crowe et Cavalcaselle, *Les anciens peintres flamands*, Bruxelles, 1863, trad. Oct. Delepierre, t. I, p. 13.

[2] Cte de Laborde, *Les ducs de Bourgogne*, Preuves, p. xxi, t. I.

[3] A. Wauters, *Bulletins de l'Académie*, t. XV, 2e sér., p. 723.

[4] Crowe et Cavalcaselle, *Les anciens peintres flamands*, Bruxelles, 1863, trad. Oct. Delepierre, t. I, p. 13.

(comme aujourd'hui dans les campagnes), on ne faisait point de différence marquante entre un peintre d'enseignes ou de bâtiments et un peintre de tableaux; l'un a plus de talent que l'autre, mais tous les deux appartiennent au même métier, à la même confrérie, et tous les deux fournissent pour de l'argent leur travail et leurs couleurs au plus juste prix. Tel est le raisonnement de nos paysans flamands, et tel doit avoir été le sentiment général au moyen âge.

Dans les premiers temps, et, sauf de rares exceptions, jusqu'au XVIe siècle, les peintres furent des ouvriers faisant à l'occasion tout ce qui concernait leur métier pourvu que ce ne fût pas prohibé par les statuts de leur corporation [1]. Ils recevaient de l'argent en prêt afin de se procurer des couleurs.

Dans les grands travaux on leur fournissait des feuilles d'or aux frais des communes.

Les accords ou engagements qu'ils prenaient avec leurs commettants stipulaient dans le détail le plus minutieux quel était l'ouvrage à exécuter. Celui de Saladin de Scoenere en 1434 peut servir de modèle en ce genre [2].

On trouve des miniaturistes, tels que Simon Marmion, exécutant des décors et des tableaux d'autel; d'autres, comme Pol de Limbourg, soignant la construction d'une église; Baudouin de Bailleul, peint des écussons, noircit et armoie la chaire de la chambre du conseil, fait des patrons et des devises de tapisseries [3].

Hue de Bouloingne, varlet de chambre du duc, orne la *plete* de mer de son maître, en *couleurs* et *battures à oille* (1427) [4]. A l'époque la plus florissante du moyen âge, c'est-à-dire sous les règnes de Philippe le Hardi et de Philippe le Bon, on voit Jean de Hasselt et Melchior Broederlam, peintre du duc, orner des étendards à la devise de leur seigneur.

[1] Les artistes appliquaient leurs talents à une foule d'objets pour lesquels leur coopération n'est plus réclamée aujourd'hui. Ce qui faisait le luxe de certains meubles, c'étaient les peintures et les sculptures dont ils étaient ornés; voir Éd. Fétis, *Bulletins de l'Académie*, t. XXII, 1re sér., p. 597.

[2] Dierickx, *Mémoires sur la ville de Gand*, t. II, p. 257.

[3] Cte de Laborde, *Les ducs de Bourgogne*, Preuves, t. I, p. 164, n° 533 et p. 172, n° 574.

[4] Id. , *Les ducs de Bourgogne*, t. II, p. 416. *Preuves.*

Le second peint des sculptures et des décorations de volets en remplacement de Jean Malouel qui lui-même avait colorié des retables, des harnais de tournoi, etc.[1]; ce Malouel fit en 1415 le portrait de son maître, comme plusieurs autres choses de son « mestier », que « son dit seigneur lui fit faire ».

Jehan Coste[2], Jehan et Nicolas le Voleur, P. Coustain et presque tous les peintres de leur époque s'occupent à des ouvrages ainsi disparates. On prisait, non pas l'homme, mais les œuvres qu'il était capable de produire.

Primitivement, aucune distinction n'existait entre l'artiste et l'artisan dont il était le confrère par la force du règlement de la gilde[3]. Il n'y avait pas d'artistes proprement dits. Les menuisiers peignaient ou doraient leurs ouvrages. Avant l'érection d'une gilde séparée, les peintres faisaient partie à Malines du corps des menuisiers, les sculpteurs de celui des maçons; leur situation était pareille dans toutes les villes.

Avant le XIVe siècle la peinture laïque est purement industrielle. — Aussi presque tous les peintres primitifs que nous rencontrons qualifiés du titre de *pictor ymaginum* doivent-ils être considérés au XIIe, au XIIIe et même encore au XIVe siècle comme ayant exécuté surtout de la décoration monumentale et du coloriage de statues, et il est assez probable que ce terme d'Ymagines représente des sculptures plutôt que des figures ou tableaux. Il est bon de remarquer qu'au moyen âge l'enluminage de statues paraît avoir été considéré comme ayant une certaine importance.

En 1290-1291, Lamsin, peintre d'Ypres est chargé de peindre une image près d'une fontaine publique (*fontem super arenam*), sans doute au Sablon, à Bruges[4].

En 1384, Jacques Labas peint le visage de l'ymage de Notre Dame de la Halle d'Ypres.[5]

[1] Cte de Laborde, *Les ducs de Bourgogne*, Preuves, t. I, pp. 6, 11 et 17; t. III, pp. 551 et 565.
[2] *Bibliothèque de l'école des chartes*, 2e sér., t. I, 1844-1845, p. 544.
[3] Ém. Neeffs, *Histoire de la peinture et de la sculpture à Malines*, t. I, p. 5.
[4] Comptes de la ville de Bruges, 1290-1291.
[5] A. Vandenpeereboom, *Ypriana*, 1878, p. 85.

En 1396, Robert Van Cotthem peint à l'Écluse un crucifix en or et en couleurs à l'huile.

En 1442, Thierry Aelbrechts fournit un modèle pour le peinturage de la statue de la Sainte Vierge à Louvain, mais il n'est pas adopté et cette commande, payée fort cher (20 saluts d'or), est confiée à Rodolphe Van Velpen [1].

Au XIVe, au XVe et même encore au XVIe siècle, les imagiers étaient quelquefois les enlumineurs de leurs statues polychrômes; on trouve des peintres-sculpteurs à Tournai, à Gand, à Louvain, à Malines, à Anvers. Souvent il n'était fait mention que de l'enlumineur, et le sculpteur restait inconnu. Nommons : en 1417 à Gand, Chrétien Van den Wincle [2], Corneille Boone, maître peintre et sculpteur en 1452; et pour citer enfin des noms plus connus, en 1440 Rogier Van der Weyden le vieux, qui reçoit 40 ridders de 4 gros de Flandre pour colorier un bas-relief de Jean Van Evere [3].

En 1451, Jean Van der Goes peint et dore une Vierge en bois pour la chapelle du palais de la Haye [4].

Quant à la décoration intérieure, il ne faut pas se faire illusion sur sa valeur artistique, car elle se composait le plus souvent de couches de couleur [5] unie, à peine relevées par quelques ornements.

En 1297, l'artiste Arnould peint les salles du tonlieu à Louvain, l'une en vert, l'autre en rouge [6].

Il ne manque pas de mentions semblables, qui n'indiquent que des travaux vraiment industriels.

[1] Ed. Van Even, *L'Ancienne école de peinture de Louvain*, p. 30.

[2] Comptes MSS de la ville de Gand; voir Ed. De Busscher, *Recherches sur les anciens peintres gantois*, p. 51, etc.

[3] A. Pinchart, *Archives des arts*, p. 115.

[4] Compte de la recette générale de Hollande, etc., 1451, Archives du royaume, à la Haye.

[5] Ed. De Busscher, *Bulletins de l'Académie*, 2e sér., t. V, 1858, p. 217.

[6] Jean de St-Omer, en 1361, à Utrecht, travaille avec ses aides pendant six mois à décorer les stalles du château de Schoonhoven; en 1399, Gilles de Man, avec ses ouvriers, consacre un an de travail à la peinture de vingt-huit niches à l'hôtel de ville de Bruges; en 1433, Gérard de Bruyne peint la chapelle du château de Louvain, entièrement en rouge, et enlumine les quarante-six soleils de la voûte; voir E. Van Even, *Louvain monumental*, p. 121, et A. Siret, *Dictionnaire des peintres*.

Cependant aux époques où ils furent exécutés, il y avait déjà de véritables artistes que l'on verra à la fois consacrer leur pinceau à des fresques ou à des tableaux d'autel, et à des ouvrages de l'ordre le moins relevé. Ainsi en 1353 Jean Van der Most, en 1370 Hugues Portier, peignent des sujets d'histoire pour l'abbaye de St-Bavon, à Gand.

En 1385-1386, Jean de Hasselt, peintre de Louis de Male et de Philippe le Hardi, fait pour ce dernier un tableau d'autel destiné aux Cordeliers de Gand.

En 1384, Jean Van Woluwe peint un diptyque pour l'oratoire de la duchesse Jeanne à Bruxelles.

En 1396, Ph. de Brouwere peint la Nativité pour l'abbaye de St-Bavon.

En 1419, Jean Martins et G. Van Axpoele retouchent les portraits des comtes dans la maison échevinale à Gand.

Cette note semble indiquer deux choses d'un certain intérêt; d'abord le peu de durée de la plupart des peintures murales anciennes, soit à cause du procédé à l'eau, soit à cause de l'humidité des bâtiments; ensuite l'existence de peintures décoratives artistiques sur murs pendant le cours du XIVe siècle ou antérieurement. Mais il suffit de parcourir le livre de Théophile qui donne des détails sur la peinture au XIIIe siècle pour se convaincre que l'art de cette époque était encore, comme théorie et comme perfection pratique, véritablement dans l'enfance [1].

Anciens ouvrages artistiques. — L'une des plus anciennes de ces peintures qui nous soit connue est celle du couvent des Dominicains à Louvain, détruite en 1762, mais dont le dessin existe encore; ce travail, fait sans doute par les religieux vers 1275 [2], ceux des vitraux de la chapelle des ducs et du Béguinage de la même ville (1305) ont une telle ressemblance avec les sujets de miniature exécutés à la même époque, que nous croyons pouvoir, par voie de comparaison, émettre un jugement sur l'art antérieur au règne de Philippe le Hardi. Si nous examinons les manuscrits à minia-

[1] Théophili, *Schedula diversarum artium*. Paris, 1843, in-4°; trad. de M. de l'Escalopier.

[2] X. de Ram, *Recherches sur les sépultures des ducs de Brabant à Louvain*, p. v.

tures du XIIe siècle, entre autres la Bible de 1148 [1], du British Museum, qui provient des moines de Parc, et les numéros 4782, 11142, 9222, de la Bibliothèque de Bourgogne, nous trouverons dans l'ornementation comme dans l'illustration de la plupart de ces ouvrages des caractères pareils à ceux de la peinture de vitraux [2], un style raide archaïque, inhabile, d'une simplicité d'exécution qui dénote le défaut d'études, des contours grimaçants et maladroits: ces particularités se retrouvent dans la peinture murale de l'ancienne église des Dominicains de Maestricht (1387), dans la verrière de l'église de Sichem, dans les peintures découvertes à la Byloke (1250) et même dans celles de la chapelle dite Leugemeete qui leur sont postérieures. Celles-ci sont peut-être les premières peintures murales exécutées par des laïcs dans notre pays.

Sans doute, si les éléments d'appréciation ne faisaient point absolument défaut, il serait intéressant, par une longue étude, de différencier dans ce style général, des époques dignes de remarque, ou des travaux de maîtres spéciaux ; mais pour le moment, il n'est pas encore possible de penser à un semblable travail et il nous suffira de classifier la décoration artistique du moyen âge en trois périodes assez distinctes.

Division de l'art du moyen age. — Ces périodes sont : celle des temps antérieurs à la maison de Bourgogne, c'est-à-dire la suite naturelle de la peinture franque et saxonne; celle du règne de Philippe le Hardi et celle de l'époque de Philippe le Bon et de son fils.

La première a tant de rapports avec les productions de l'ancienne école colonaise que l'on a pu supposer que celle-ci fut la nourricière de nos plus anciens artistes, opinion que nous devons répudier; mais il faut avouer que les procédés de composition et d'arrangement sont les mêmes : le goût des fonds d'or emprunté aux Byzantins est commun aux deux écoles. La

[1] Chromolithographié dans la *Grammar of ornament*, par Owen Jones; Raymaekers, F.-J., *Recherches historiques sur l'ancienne abbaye de Parc*, Revue catholique, 1858, vol. I, pp. 406-415; *Brabandsch Museum*, 1860, pp. 57-66.

[2] Straub, *Analyse des vitraux de l'ancienne collégiale de Haslach et de l'ancienne abbaye de Walbourg*. Caen, 1860; Gailhabaud, *L'Architecture et les arts qui en dépendent*, t. II. Didron, *Annales archéologiques*, t. XII, s. 157.

sécheresse des contours devient souvent chez nous de la grossièreté, mais le choix des couleurs est toujours plus harmonieux.

Les retables [1], tels que celui du monastère de Valduc, avec fond de vermillon et or, nous fournissent un type pour caractériser la deuxième période qui a pour représentants Melchior Broederlam, Meister Wilhelm et les peintres colonais de son époque [2].

Enfin la troisième est celle du naturalisme dont nous avons par bonheur assez d'exemples à donner en commençant par les Van Eyck, pour pouvoir à dater de ce moment considérer notre école flamande comme complète, homogène et brillamment constituée.

PÉRIODE ANTÉRIEURE A LA MAISON DE BOURGOGNE.

Caractère pieux de l'art. — Au moyen âge et dans les commencements de la renaissance, les arts n'étaient que l'expression du sentiment religieux.

On ne pensait pas qu'ils pussent avoir une autre destination [3]. Les communautés religieuses profitèrent donc presque exclusivement des largesses artistiques des grands et pendant longtemps les artistes ne cherchèrent point en dehors du domaine religieux (c'est-à-dire, pour eux, de la tradition), l'inspiration de leurs travaux. Les tableaux sur bois, diptyques ou polyptiques que l'on avait l'habitude de suspendre au-dessus des portes des villes, des cimetières et des édifices publics, représentaient des sujets pieux.

Ceux que possédaient les particuliers et même ceux qui ornaient les cabarets, comme de nos jours, dans les hameaux, étaient de la même catégorie.

La protection même des ducs de Bourgogne s'exerça presque exclusive-

[1] Ed. Van Even, *L'Ancienne école de peinture de Louvain*, p. 34.

[2] Voir le MS de l'évêque Arnestus de Pardubitz (Bibliothèque de Prague, 1344-1364); Woltmann, *Geschichte der Malerei*, p 369.

[3] Ed. Fétis, *Bulletins de l'Académie*, t. XXII, 1re sér., p. 594.

ment en libéralités envers les édifices du culte, qui étaient, semble-t-il, regardés comme de véritables musées en ce temps de piété : la dévotion avait au moins autant de part que le goût des arts, dans les commandes que l'on faisait à cette époque ; les travaux faits pour le compte des communes, quand ils ne consistaient pas en badigeonnage ou en peinturage, représentaient des sujets religieux, tels que les crucifix ou les jugements derniers qui ornaient les salles de justice et auxquels les meilleurs artistes attachèrent leurs noms [1].

Nous avons donné quelques-unes des plus anciennes mentions d'ouvrages de décoration industrielle faits pour les souverains ou les communes. Il y en a de semblables qui regardent les seigneurs ou les corporations religieuses.

En 1293, le comte d'Arras fait peindre une des salles de son château par Jehan du Parket.

En 1297, Arnould Gaelman exécute des travaux à l'église de Parc au prix de 20 sols d'argent [2]; Wauthier Van Maere et ses apprentis, en 1309-1310; Jacques Compeer et ses ouvriers en 1328, font des travaux semblables pour les villes de Bruges et de Gand; Arnold Raet en 1401 pour l'église de St-Pierre à Louvain ; pendant tout le cours du XIVe siècle, Notre-Dame de la Flamingerie, de Tournai, fournit de l'ouvrage décoratif à de nombreux ouvriers gantois. Tout cela était de l'industrie.

Comme les peintres de vitraux furent partout classés parmi les vitriers, on peut considérer au même point de vue les verrières qui pendant plus de deux siècles défrayèrent la générosité des souverains envers les églises et les couvents.

En 1338 le roi Édouard III donne une verrière à Notre-Dame d'Anvers [3]; en 1357 Louis de Maele, vainqueur de Wenceslas, en fait ériger une dans le chœur de la même église.

En 1391, G. de Berchem et sa femme en font placer une également.

A dater de cette époque, les archives artistiques fourmillent de notes

[1] Compte de la ville d'Alost (1422), registre n° 30886 de la Chambre des comptes aux Archives générales du royaume; *Annales de la Société d'émulation de Bruges*, p. 368. — *Recherches sur les anciens peintres et sculpteurs de Gand*, par Ed. De Busscher, 1866, p. 20, etc.

[2] Compte de l'abbaye de Parc, 1297.

[3] Voir *O. L. V. op 't staeksken te Antwerpen*, door P. Génard, 1853, p. 49.

semblables qui prouvent que la mode d'alors était non-seulement aux vitraux dont la fabrication avait sans doute fait tout à coup un grand progrès, mais encore et toujours à l'ornementation religieuse. Bientôt elle devait, dans ce but, absorber les tableaux de chevalet.

Mais nulle part, dans cette première période, nous ne trouvons de preuves réelles de l'existence d'un art laïque autre que le métier de peintre décorateur, qui comptait d'assez nombreux représentants, car les bannières paroissiales portant l'image du patron de chaque église n'étaient encore que des travaux décoratifs [1].

La peinture n'était encore recherchée généralement que dans ses applications utiles, et les peintres avaient à s'occuper plutôt d'ouvrages vulgaires que de sujets artistiques. C'est un fait qu'il importe d'établir, parce qu'il caractérise une époque et permet, pour ainsi dire, d'expliquer le brusque essor de l'art au siècle suivant.

C'est donc dans le giron de l'Église que nous devons rechercher le germe de l'art proprement dit. C'est en elle également que nous retrouvons celui de l'organisation artistique qui a influé d'une manière si puissante sur la vitalité de notre école.

Origine des confréries de peintres. — Les Gildes naquirent ou grandirent à l'ombre des sacristies et les chapelles furent leurs premiers lieux de ralliement.

Les associations primitives d'artistes, à l'encontre des autres corps de métiers, semblent s'être confondues dans les premiers temps avec les confréries purement religieuses, ayant pour but une mort pieuse, un enterrement décent.

Comme nous avons eu déjà occasion de le dire, de toute antiquité, l'esprit d'association a existé dans la race saxonne [2] et plus d'un auteur affirme que toujours il y a eu des corps d'industrie ou de commerce [3]. Mais dans le principe les confréries d'artistes n'avaient rien de mercantile; les peintres,

[1] Ed De Busscher, *Bulletins de l'Académie*, p. 199, 2e sér., t. V, 1858.

[2] Capefigue, *Charlemagne*. Bruxelles, 1842, t. I, p. 701.

[3] Tailliar, *Recueil d'actes du XIIe et du XIIIe siècle*. Douai, 1849, p, 187.

perdus dans les rangs d'une classe plus nombreuse et par conséquent plus puissante, n'eurent pas d'existence propre et, partant, fort peu d'intérêt matériel à leur union en corps, qui n'était, pour ainsi dire, qu'un prétexte à la confraternité.

Par des privilèges et des règlements successifs, ils parvinrent plus tard à former une corporation séparée et, l'instinct du lucre s'étant éveillé avec les commandes, l'esprit de cette association changea complètement de nature. Quant à l'origine des confréries primordiales de St-Luc (antérieurement aux livres d'inscription qui témoignent eux-mêmes déjà d'une rénovation du métier), il nous paraît certain qu'elle dut avoir quelque rapport avec les associations maçonniques, ou les confréries de sculpteurs qui en dérivèrent, d'autant plus que primitivement on faisait peu de différence entre les sculpteurs et les peintres enlumineurs de statues.

Les travaux à effectuer pour les églises et les couvents étaient de deux sortes : ils avaient pour but la décoration monumentale ou bien l'embellissement des objets du culte. Cette dernière partie, comme nous l'avons vu, resta longtemps le domaine des religieux eux-mêmes et ceux qui les imitèrent durent évidemment se conformer d'abord aux habitudes de ces artistes pieux et chercher à acquérir un talent où la patience, le soin et la gravité tenaient lieu de science, d'études ou de génie [1].

Quant aux travaux de grande dimension, il n'en était plus de même et, dès les premiers essais, la nécessité de la collaboration de plusieurs ouvriers dut se manifester.

Or le travail en commun existait déjà dans d'autres branches de l'art.

Confréries maçonniques. — Les confréries de constructeurs, depuis longtemps, avaient prouvé leur bonne organisation, leur entente du travail; leur hiérarchie était à peu de chose près celle que nous retrouvons dans les corporations de métiers, et de plus elles étaient directement affiliées au pouvoir religieux qui les employait à des travaux dont l'espèce d'uniformité

[1] Le manuscrit de Sigebert de Gembloux, à Berlin, MSS 52, Kupferstichcabinet, donne un échantillon de ce style monacal primitif (légende de Sainte Lucie); voir aussi n°s 8536 à 8543, 4782, etc., de l'Inventaire général de la Bibliothèque de Bourgogne.

sur tous les points à la fois prouve qu'ils étaient le résultat d'un mot d'ordre, d'une entente préalable, avec le Saint-Siège.

Ces maçons voyageurs disparurent, mais ils durent laisser après eux pour surveiller l'achèvement de leurs ouvrages, peut-être un noyau de confrérie libre fondée sur les mêmes bases, peut-être des étrangers instruits par eux, mais à coup sûr des modèles à suivre et des imitateurs : les maîtres ès-œuvres et maçons du moyen âge.

Dans les églises encore inachevées de cette époque s'étaient groupés des hommes de même métier, associés pour travailler en commun aux ouvrages d'art que les maçons avaient laissés à l'état informe. Les uns avaient pour spécialité de tailler des crucifix ; c'étaient les *Jhesus mannen.*

D'autres exécutant, sous la direction du clergé, les sculptures innombrables des chapiteaux, des gargouilles, des porches, etc., prenaient leur nom de l'église qui les nourrissait ; à Louvain c'étaient les *Sinte Peeters mannen,* etc. N'est-il pas plus que probable que les hommes chargés de mettre en couleur ces sculptures et cette architecture, et qui ne furent peut-être autres, au commencement, que les sculpteurs eux-mêmes, se formèrent aussi en association sur les mêmes bases que leurs congénères ?

Assurément nous manquons de preuves convaincantes à cet égard ; pourtant nous ne pouvons nous empêcher de voir là non-seulement la naissance des confréries de S[t]-Luc, mais de plus l'origine même de l'art laïque dans nos provinces.

Les confréries de maçons avaient un système préconçu, mystique et expérimental tout à la fois basé sur les nécessités du métier et de l'art, sur l'expérience des prédécesseurs et des frères réunis, et en même temps asservi à des idées symboliques, à des nombres, à un plan allégorique ou qui devait conventionnellement respecter certaines formes.

Ces idées imposées provenaient d'une autorité religieuse, car on retrouve dans tous les plans d'édifices élevés par les soins de ces architectes nomades, la croix de la nef, le triangle d'Euclide, l'élévation générale en trois parties, un nombre conventionnel de portes, de chapelles, d'arcades, etc.

Il est fort probable que tout ce joug mystique a été imposé aux architectes par les ordonnateurs des premières constructions, d'autant plus que les noms de ceux-ci seuls sont parvenus jusqu'à nous, et ces ordonnateurs

soumis au Saint-Siège, recevaient une instruction générale qui devint enfin une des règles de l'ordre maçonnique.

En 1165, Saint Bénézet fonda la pieuse confrérie des pontifes, c'est-à-dire constructeurs de ponts, à laquelle on doit celui d'Avignon (1188); elle se répandit ensuite partout, offrant ses services pour ce genre de travail et pour édifier ou restaurer des églises. Quant à l'art de la construction, il avait naturellement ses nécessités causées par la solidité, l'économie d'espace et de matériaux, etc., tout cela formait le secret de profession qui ne pouvait être divulgué à la tourbe inconsciente chargée du travail manuel.

Pierre de Montreuil, Hugues Libergier, Erwin de Steinbach faisaient partie de ces francs-maîtres dont les pérégrinations étaient fréquentes et dont le secret traditionnel n'était révélé aux initiés que dans la mesure de leurs grades.

Cette union dans le métier explique la ressemblance que l'on trouve entre des travaux très éloignés les uns des autres, ce qui serait inexplicable autrement, vu l'absence d'écoles et de communications faciles.

En Lombardie les arts et métiers étaient tous organisés en confréries à la manière des loges maçonniques [1]. Pourquoi dans nos provinces ces mêmes loges, admirablement organisées, n'auraient-elles pas servi de modèle à l'établissement des confréries de sculpteurs et de peintres ? Celles-ci, d'ailleurs, étaient la suite obligée des autres, et puisque, d'après la plupart des auteurs qui ont traité ce sujet, les corporations laïques de maçons reçurent des loges (quand celles-ci portèrent ombrage aux souverains), les connaissances nécessaires pour leur travail, pourquoi ne serait-ce point par la même voie que le dessin linéaire et la science géométrique parvinrent aux peintres ?

Mais les compagnons tailleurs de pierre ou sculpteurs qui devaient parachever l'œuvre des maçons, jouissaient d'une certaine liberté dans le choix de leurs sujets, tant que leur fantaisie ne nuisait pas trop à l'ensemble; il est à supposer que leur choix cependant était limité à un certain nombre de types établis, qui durent par ce fait même être les modèles d'où devait dériver la pratique des peintres ornemanistes ou décorateurs.

Nous croyons donc que les associations de peintres sont le produit de

[1] C. Cantu, *Histoire universelle*, t. II, pp. 567 et 555.

confréries d'architectes et de constructeurs du haut moyen âge et se sont constituées primitivement comme les *Sinte Peeters mannen* [1], comme les hommes de St-Bavon à Gand, de Ste-Marie à Tournai, de Ste-Gertrude à Nivelles, etc.

Caractère religieux des métiers primitifs. — Dans le pays de Liège, notamment à Huy, jusqu'en 1666 les réunions de métiers eurent lieu dans le couvent des Frères-Mineurs. En 1359 à Bruxelles, les tisserands prirent l'habit et la règle de l'ordre de St-François [2]. Chaque corporation avait son patron, son autel, sa chapelle, ses obligations religieuses, telles que les redevances en livres de cire, les processions de grandes fêtes, les convois funèbres, les messes de mort, de mariage, etc., etc.

La première préoccupation des associations d'artistes fut partout de posséder un autel ou une chapelle.

Le premier local de celle d'Anvers était l'église de Notre-Dame; la chapelle de la Trinité à l'église de St-Pierre de Louvain était jadis entretenue sous l'invocation de Saint Luc, par les peintres qui l'avaient obtenue du conseil de fabrique. Chaque apprenti devait fournir à l'autel une livre de cire.

Les statuts de la gilde étaient calqués sur ceux de la confrérie du St-Sacrement de l'église de St-Pierre.

A Gand les peintres en bâtiments devaient pour leur chef-d'œuvre peindre une statuette de la Sainte Vierge.

Les librariers et enlumineurs de Bruges furent installés par Philippe le Bon en 1454, sous le patronage de Saint Jean-Baptiste, et leur inventaire ne mentionne, pour ainsi dire, que des objets de piété [3].

Enfin en 1434, les peintres qui entraient dans la gilde d'Anvers payèrent un florin du Rhin chacun, à l'église de Notre-Dame, et cette gilde avait son chapelain.

Tout cela prouve assez, croyons-nous, le caractère pieux de ces associations primitives.

[1] Sur les Sint-Peetersmannen ou Hommes de St-Pierre de Louvain; par H. Lavallée, *Bulletins de l'Académie*, Annexes 1853-1854, — E. Van Even, *Notice sur l'église de St-Pierre*, et *Louvain monumental*, p. 168.

[2] F. De Vigne, *Recherches historiques sur les corporations de métiers*, p. 45.

[3] Gailliard, *De ambachten en neringen der stad Brugge*, 1854, pp. 15, 34, 161, etc.

Voici au surplus un exemple de la façon dont se constituait un corps de métier; il s'agit ici des merciers de Tournai. En 1369 ils s'érigent en corps sous la protection du chapitre de Tournai, et sous l'invocation de Saint Maur; mais depuis l'an 1330, ils étaient dans l'usage d'offrir tous les ans à la cathédrale, le 5 janvier, une chandelle de cire dont on leur remettait le coupon [1].

L'influence cléricale est manifeste; mais la formule du serment des doyens à Tournai montre plus encore que celles en usage dans les Flandres, le caractère dévôt des confréries [2].

Constitution des gildes de peintres. — Les anciennes corporations se composaient de trois classes : apprentis, compagnons ou valets (ouvriers ayant fini leur apprentissage) et maîtres travaillant pour leur compte.

Chaque corps choisissait annuellement dans son sein deux ou plusieurs jurés et doyens. Le président se nommait chef-homme; le titre de prince, tout honorifique, répondait à celui de président honoraire.

La plupart des gildes existaient depuis fort longtemps quand on jugea nécessaire de leur donner une constitution sérieuse et durable, ce qui se fit à peu près à la même époque partout, c'est-à-dire vers le milieu du XV[e] siècle. Cependant nous n'avons de notions de leur existence qu'à dater du milieu du XIV[e], car c'est à 1339 que nous reporte celle de Gand; celle de Bruges à 1351; celle de Tournai [3] remonte, dit-on, à 1341, mais sa constitution légale n'eut lieu qu'en 1403, et sa fondation définitive en 1426, selon Leboucq [4].

En 1382 une ordonnance régla à Anvers les privilèges du métier des orfèvres, mais la gilde fut instituée en 1400; à Louvain elle date d'avant 1360, car un acte du 16 octobre 1360 est scellé du sceau des peintres comme métier séparé [5].

[1] Hoverlant, *Essai chronologique*, t. XIII, p. 91.
[2] R. De Hurges, *Mémoires d'eschevin de Tournai*, p. 250.
[3] *Almanak der St-Lukas-Gilde*, 1855, p. 16.
[4] Leboucq, *Histoire ecclésiastique de la ville et comté de Valenciennes*, 1650.
[5] Chartes de Brabant, aux Archives générales du royaume.

Chose étrange, en Italie, en France, en Hollande, c'est à peu près à la même époque que l'on voit grandir l'esprit d'association artistique.

Des confréries de St-Luc se forment en 1349 à Florence, en 1355 à Sienne. Celle de Paris fut constituée d'une façon indépendante pour la peinture et la sculpture [1], en 1391. Celle de Prague date de 1348 [2].

Dans la plupart des villes secondaires, il y avait primitivement une seule gilde principale constituée par acte échevinal. C'était celle dont le commerce intéressait le plus particulièrement la cité; ainsi à Malines, à Lierre, à Termonde, à Audenaerde, à Léau, etc., ce furent les drapiers, à Namur et à St-Trond les forgerons, à Eecloo les boulangers, à Menin les francs-brasseurs, à Ath les marchands de toile, à Turnhout les courtiers [3]. Plus tard s'y adjoignirent un certain nombre de métiers les plus importants, auxquels des keures temporaires, mais qui devinrent définitives, avaient été accordées [4].

Dans de petites villes telles qu'Aardenbourg, il y eut six métiers, à Hasselt treize [5], à Menin douze [6], qui absorbaient les autres.

L'historien de Boussu assigne la date générale de 1300 à l'institution, à Mons, des corps de métiers; cette assertion qui n'est appuyée d'aucune preuve pourrait cependant être exacte quant aux peintres, et, dans la plupart des villes, il nous paraît assez probable que ce fut vers cette époque que durent se constituer du moins les métiers ayant quelque rapport avec l'art.

Les peintres étaient généralement considérés comme égaux ou même inférieurs à certains métiers qui n'avaient parfois aucune relation avec la peinture; les orfèvres, vitriers, peintres, étainiers et plombiers formaient une bannière à Tournai [7].

A Lille les peintres et verriers, à Mons, les fourbisseurs de hauberts, les

[1] Elle existait au siècle précédent, sous un régime fort peu restrictif, mais dépendant directement du clergé.

[2] Woltmann, *Geschichte der Malerei*, p. 393.

[3] P.-J. Heuvelmans, *Kronyk der stad en vryheid Turhout*, 1844, pp. 29, 82 et 99.

[4] *Histoire de la ville de Diest*, Revue trimestrielle, 1863-1864, p. 362, etc.

[5] Devigne, *Recherches sur les corporations*, pp. 70 et 75.

[6] *Annales de la West-Flandre*, t. III, p. 22.

[7] Devigne, *Recherches*, etc., pp. 59 et 63, et *Mœurs et usages des corporations*, etc., p. 6. — Hoverlant, *Constitutions de la ville de Tournai*, pp. 34 et 39.

hautelisseurs, les tapissiers, les brodeurs et tailleurs d'images, les enlumineurs, les selliers, les potiers, les tailleurs formaient une seule corporation.

A Maestricht, les maçons, sculpteurs et menuisiers.

A Liège les sculpteurs et les orfèvres (la dernière des trente-deux corporations) servaient de tuteurs aux peintres.

A Bruxelles[1] les batteurs d'or, peintres et vitriers, faisaient partie de la nation de Saint-Jean; à Ypres et à Gand les peintres marchaient avec les sculpteurs et les vitriers [2].

A Malines la gilde faisait partie des vingt petits métiers; elle était la trente-troisième dans l'ordre des métiers et était réunie aux menuisiers.

A Louvain seulement, les peintres étaient jugés dignes de former un métier séparé.

A Namur[3] les peintres étaient unis aux merciers; l'origine des corps de métiers namurois[4] ne paraît guère remonter au delà du XIV[e] siècle et ils durent sans doute leur organisation aux souverains qui réunirent sous leur sceptre les comtés de Flandre et de Namur. Le répertoire des causes et questions[5] qui donne l'énumération des métiers en 1483, ne mentionne point les peintres, mais il contient un jugement de 1421 qui prouve que le corps des merciers n'avait pas de règlement pour les verriers, mais que *voirrie* appartenait a la mercerie, car ils *poindaient* et les « poindeurs » étaient dénommés dans leur charte.

A Courtrai, ils formaient un métier avec les sculpteurs, les vitriers, les tailleurs de pierre, les imprimeurs et les libraires, sous le patronage de Saint Luc.

A Bruges le métier contenait sept professions parmi lesquelles on comptait les selliers et les batteurs d'or.

A Anvers il comprenait les imprimeurs, les sculpteurs, les enlumineurs et les vitriers.

[1] Henne et Wauters, *Histoire de Bruxelles*, p. 568.

[2] *Annales de la Société d'émulation de la Flandre occidentale*, 1849, p. 263.

[3] *Archives de la ville de Namur*, fol. 83 et fol. 19 v°.

[4] *Messager des sciences historiques de Belgique*, 1847, p 69.

[5] *Archives de la ville de Namur*, fol. 83 et fol. 19 v°.

Travail en famille. — D'après l'ancienne constitution des gildes [1] le travail en famille était une sorte de nécessité et la collaboration, comme l'apprentissage, entraînait une sorte de familiarité, d'existence en commun qui faisait de l'élève ou de l'ouvrier plus qu'un aide passager, plutôt un membre nouveau de la maisonnée. Le fils était, pour ainsi dire, de par son père, engagé dans la profession que ce dernier exerçait; alors, à la différence de ce qui se passe aujourd'hui, on se faisait un devoir d'embrasser et de poursuivre en la perfectionnant la carrière de ses aïeux.

A l'époque où un métier distinctif était comme une propriété ou un privilège du sang, l'art et l'industrie n'avaient rien à perdre à ce système, qui conservait dans les races, les traditions et les préceptes du métier. L'enfant, dès qu'il venait au monde, suivait de l'œil les travaux de son père et s'y associait fatalement; il s'identifiait avec la profession paternelle parce qu'il savait qu'il devait la pratiquer plus tard; il en connaissait le mécanisme avant d'en venir à l'application. Cette remarque est déjà de nature à nous faire comprendre comment parmi ces artistes du moyen âge qui n'eurent aucun des moyens de développement que l'on prodigue de nos jours, on en trouve tant doués d'un sentiment artistique profond, délicat et élevé, qui excite encore à présent notre surprise.

Certainement les modes d'instruction du XVIe et du XVIIe siècle durent (comme ceux de notre époque) mieux réussir à développer l'habileté pratique, la facilité d'exécution; mais cette existence retirée, solitaire, cette union artistique d'une famille entière devait exalter le sentiment de l'art, exciter une sorte d'opiniâtreté, d'enthousiasme qui permettait à ces hommes de produire des œuvres effrayantes de patience et de volonté.

Ce travail en famille était une circonstance dépendante de la façon d'envisager l'art comme un commerce ou un métier. Il en était d'ailleurs de même dans toutes les branches. Au XVIe siècle encore beaucoup de peintres tenaient boutique de couleurs, ce qui mettait la femme et les enfants directement en jeu dans le travail journalier et même dans les entreprises de peinture qu'ils faisaient. On comprend que ce mode d'organisation en corporations séparées et privilégiées était une garantie, sinon de progrès, du

[1] Em. Neeffs, *Histoire de la peinture, etc., à Malines*, t. Ier, p. 124.

moins de stabilité; car la profession spéciale devenant un domaine de famille, le chef s'efforçait de la développer ou plutôt de l'affermir chez les siens, (toujours dans la mesure assez étroite de ses moyens, il faut l'avouer), pendant que chacun de ses enfants y apportait sa part d'intelligence et contribuait, comme il le pouvait, à son perfectionnement.

Les archives de la corporation de Saint Luc à Gand montrent que l'art était un legs transmis religieusement de proche en proche [1]. On y trouve des noms souvent répétés tels que ceux de De Rycke, Martins, de Scrivere, Van der Goes, Van der Meire, Van Herpe; à Anvers ceux de Codde, Snellaert, Massys, et plus tard les Collaert, les Devos, les Francken, les Van Oost [2]; à Malines les Goedweert, les Van Battel, les Van den Broeck; à Tournai les Daret; à Bruges les Claeissens, les Lombaert, les Van den Bussche, les Braem, les Alaert, etc.

Les familles se perpétuaient ainsi pendant des siècles [3] exerçant toujours le même état, et se transmettant de génération en génération, les uns des mœurs simples, une probité sans tache, un attachement sincère à la religion, un zèle ardent pour les franchises communales; les autres, des idées étroites, de l'intolérance, de l'égoïsme local et personnel.

Cette collaboration entre parents et amis, mais en petit nombre, dans des travaux minutieux, difficiles et soignés (ici nous ne parlons que des ouvrages d'intérieur ou de chevalet) suppose une certaine gravité dans le travail, de la conviction, et une véritable absorption de l'artiste, ce qui est peu possible en compagnie d'élèves jeunes, bruyants ou maladroits; aussi ne voit-on presque jamais dans les registres des gildes l'inscription de plusieurs élèves à la fois chez un maître. Il fallait cependant à l'artiste un apprenti ou un ouvrier intelligent pour l'aider dans ses manipulations compliquées, pour broyer les couleurs avec le soin nécessaire, préparer les vernis selon la recette, enduire les panneaux, etc.

Apprentissage artistique primitif. — Cet apprentissage était tout manuel, car il n'y avait point de théorie à cette époque.

[1] Éd. De Busscher, *Notice sur l'ancienne corporation*, etc., Annales de la Soc. des beaux-arts et de littérature de Gand, t. IV.

[2] *Revue d'histoire et d'archéologie à Gand*, 1859, t. I.

[3] Henne et Wauters, *Histoire de Bruxelles*, p. 568.

Il est indubitable que les œuvres plus ou moins artistiques antérieures aux Van Eyck ont été exécutées en détrempe, les couleurs à l'huile n'étant employées que pour la peinture de bâtiments; les élèves destinés, surtout, en qualité de compagnons, à employer le procédé à l'eau, durent s'exercer de cette façon et non pas à l'huile ou à l'eau d'œuf, procédés plus coûteux et peu employés dans les grandes entreprises où les ouvriers étaient le plus nécessaires.

Mais aussi, chez les peintres, assez nombreux, auxquels on commandait des miniatures, la gouache de petite dimension devait être d'un usage quotidien, et il est plus que probable que les maîtres confiaient à leurs élèves, aussitôt que ceux-ci possédaient quelque expérience, des miniatures à essayer, voire même des lettrines ou des ornements de manuscrits à colorier.

La plupart des travaux décoratifs d'appartement étant exécutés à la détrempe sur toile, c'était en ce genre que s'essayaient au maniement de la brosse les élèves qui avaient en outre bien des monuments, des murs ou des surfaces extérieures pour s'exercer à la peinture à l'huile.

Les couleurs à l'eau étaient encore employées en 1340 pour les targes des communiers, pour des décors nombreux, pour des bannières (*water-bannieren*)[1] et sans doute bien des peintures ont dû leur destruction au peu de solidité de ce procédé.

Rappelons-nous que les ouvrages de cette catégorie furent, pour ainsi dire, jusqu'au temps de François Floris, l'occupation la plus lucrative, et qu'ils donnèrent une besogne presque continue à la plupart de nos peintres; les noms de Jehan Barrat, Liévin de Witte, Jean de Hasselt, Dreux, Jehan l'Enlumineur, J. de Pestinien, Loys Leyder, P. Fruyt, G. Weylandt, Jean Cloët, Pol de Limbourg et ses frères, Juste de Gand et tant d'autres, sont des preuves palpables, à l'appui de ce dire, de même que la coopération peu contestée à ces ouvrages de nos plus grands peintres de tableaux, les Van Eyck, les Memlinck, les Vanderweyden, etc.

De plus, les Bibliothèques de Vienne, de Paris et de Bruxelles renferment assez de miniatures de médiocre valeur, produits de mains inhabiles, pour nous permettre de croire que leurs auteurs furent des apprentis ou plutôt de

[1] Éd. De Busscher, *Bulletins de l'Académie*, t. V, 2e sér., p. 200.

jeunes ouvriers, car l'apprenti officiellement inscrit dans la gilde était le plus souvent un souffre-douleur, chargé des besognes les plus fastidieuses, comme les garçons d'atelier de nos modernes décorateurs.

C'est ainsi que nous trouvons l'explication des articles trouvés par M. de Laborde. Colart de Laon donne un reçu au nom de ses ouvriers employés dans la librairie[1].

Philippe le Bon distribue aux varlets de Jean Van Eyck une gratification [2], etc., etc.

L'ACTION DES MAÎTRES ÉTAIT PRESQUE NULLE. — Mais au XIV[e] siècle, est-il probable que les maîtres peintres se soient efforcés de développer la science en leurs élèves; en un mot y avait-il une éducation artistique, ou bien au contraire, ces hommes cherchaient-ils à mettre la lumière sous le boisseau? Les conseils et les corrections des maîtres devaient être peu de chose, car autrement il y eût eu progrès sensible dès l'origine.

Le secret des procédés tient de l'essence même de l'époque; qu'y a-t-il en effet de moins connu, de plus obscur, de moins appréciable que l'alchimie, la philosophie du moyen âge, les tendances des *Voehmegerichten*, des templiers et des mille institutions ténébreuses de ces siècles d'adolescence?

Le secret est pour ainsi dire le cachet de l'art gothique; un novice, un enfant fait mystère et s'enorgueillit du moindre progrès qu'il a effectué par lui-même.

Les dessins et les plans des constructions des loges étaient l'objet d'une surveillance sévère et, l'ouvrage terminé, ils étaient envoyés en Allemagne où on les conservait dans la loge principale sans les communiquer.

Au moyen âge, les choses les plus simples devenaient importantes quand elles étaient peu connues, et pour le possesseur d'un procédé ou d'une connaissance quelconque, le monopole de ce secret devenait une question vitale.

Au XI[e] siècle un évêque d'Utrecht fut tué par le père d'un jeune Frison nommé Pléber[3] parce qu'il avait dérobé à celui-ci le secret (*arcanum*

[1] C[te] DE LABORDE, H., *Les ducs de Bourgogne*. Preuve 5805.
[2] Id. , Preuve 939.
[3] CANTU, *Histoire universelle*, t. XI, pp. 554 et 868.

magisterium) de jeter les fondements d'une église : il s'agissait sans doute de l'un de ces plans mystiques de la franc-maçonnerie. Il est donc probable que les maîtres ne transmirent à leurs élèves que les principes élémentaires qui étaient indispensables à ceux-ci, après tout, pour les aider utilement ou parfois les remplacer en cas de maladie ou d'empêchement au travail.

Tout le monde connaît l'histoire d'Andrea del Castagno, et celle d'Antonello venu de si loin pour s'enquérir du secret de Van Eyck, qui devait cependant se résumer à peu de chose.

Il est donc improbable que les maîtres peintres se soient empressés de divulguer à leurs élèves ce que, par leur propres efforts, ils étaient parvenus individuellement à connaître, et de là une sorte de trame sans cesse reprise et n'aboutissant pendant longtemps qu'à un résultat ordinaire. Il est positif que même dans l'architecture, et à plus forte raison dans les autres arts, l'artiste ne devait compter que sur lui-même pour développer sa science et son expérience.

En Italie, Brunelleschi étudiait par lui-même, recherchait les édifices antiques et les copiait avec une ardeur fiévreuse.

Alberti, l'auteur du traité *de Re Aedificatoria* (imprimé à Florence en 1485), dessina et mesura par toute l'Italie les anciens monuments; déguisé, il courait les boutiques, recueillait des informations sur les arts et surprenait des secrets pour les améliorer. Il réussit dans la peinture, et s'adressait aux enfants et aux ignorants pour avoir leur opinion sur ses portraits.

Peut-on imaginer un moyen plus naïf de se perfectionner et après des exemples pareils, doit-on s'étonner, dans nos provinces, du peu de développement de l'enseignement artistique ?

Quoi qu'il en soit, il est indubitable que les sciences mathématiques furent au moyen âge extrêmement considérées, et peut-être regardées comme la seule base effective de l'art.

Dès 1347, les Vénitiens appliquaient à l'art nautique la trigonométrie. Les travaux mathématiques de quelques Italiens du XVe siècle, entre autres Gaspard Nadi et Aristote de Feravante, furent remarquables [1].

Plusieurs peintres et architectes se distinguèrent dans la perspective et les sciences exactes ayant un rapport avec le dessin.

[1] Libri, *Histoire des sciences mathématiques*, t. II, p. 202.

Si l'on compare les œuvres de nos peintres à celles de leurs contemporains italiens, nous sommes forcés de convenir que leur but et leur technique devaient être de même nature, mais infiniment moins avancés [1].

L'ART ÉTAIT STATIONNAIRE. — Le progrès dans cette période (sauf en ce qui regarde la partie manuelle) était pour ainsi dire impossible, car tout effort était produit isolément. L'art a de nombreux points de contact avec l'intelligence et son perfectionnement ne peut s'effectuer que par l'association ou le contact de plusieurs aptitudes humaines. Les efforts isolés ne peuvent que le soutenir, non le faire progresser, à moins qu'ils n'aient chaque fois leur soutien dans des exemples antérieurs. C'est ainsi que la barbarie a pu si longtemps couvrir de son linceul l'Occident de l'Europe, après la civilisation si raffinée de l'époque romaine. La liberté absolue n'est pas réellement utile au progrès artistique, car elle dégénère aisément en licence et par là, de nouveau en efforts isolés, sans but ni base assurée.

Mais si une certaine sujétion ne semble pas avoir d'effet contraire à la production en fait d'art, nous ne devons pas en conclure qu'un état raisonnable de liberté politique ou individuelle puisse être un obstacle au développement des qualités picturales; le contraire est plutôt vrai.

Lorsque la condition sociale d'un artiste est dépourvue d'entraves, il est plus apte à donner l'expression complète de son talent, et si, en outre, il est en mesure de pouvoir dédaigner les soucis journaliers de l'existence ordinaire, il concentrera plus aisément ses facultés dans la production et le soin de ses œuvres.

Or vers le XIVe siècle l'histoire de nos contrées nous montre clairement que la situation morale et matérielle du peuple fit un pas énorme [2]. A ce progrès dans la civilisation répondit aussitôt un progrès dans l'art, déterminé par la naissance d'une institution tout à fait démocratique, celle des confréries artistiques.

[1] Voir le n° 2910-2920, MSS de la Bibliothèque de Bourgogne (*Algorithmus*), vignettes géométriques et calligraphiques.

[2] L. VAN DER KINDERE, *Le siècle des Artevelde*, pp. 209 à 242.

TRAVAUX DE LA SECONDE MOITIÉ DU XIVe SIÈCLE.

Enluminure de manuscrits. — La miniature est le genre de peinture artistique le plus ancien dans nos provinces [1]. Elle seule avec l'émaillerie qui déjà au XIVe siècle produisait des compositions parfois pleines de grâce naïve et de coloris, peut nous donner une idée du style des travailleurs antérieurs aux Van Eyck; car c'étaient les mêmes peintres qui exécutaient pour ainsi dire à la fois les miniatures, les cartons de tapisseries (dont l'existence dès le XIVe siècle nous est attestée par les comptes de Bourgogne, et qui représentaient déjà des scènes de genre, des pastorales, etc.), et enfin, beaucoup de ces travaux industriels qui sont de nos jours laissés à des manœuvres. Mais la miniature resta longtemps plus appréciée que les autres genres de travail; sa valeur demeura plus élevée d'après les soins qu'on y mettait, et si nous trouvons sous Philippe le Bon, par exemple, un vrai tarif établi pour les compositions peintes, les vignettes et les lettres, il n'en est pas moins vrai que pendant longtemps un bon enlumineur put se faire par son travail une position plus sûre et plus belle que les peintres de tableaux les plus renommés, et que tous ceux-ci ont été formés par la miniature.

L'époque où ce genre fut le plus en honneur est sans contredit celle des règnes de Charles le Sage en France, et de ses fils [2]. Ce prince avait formé dans le château du Louvre sa *librairie* qui comptait neuf cent et vingt manuscrits, la plupart historiés et qui furent achetés en 1419 par le duc de Bedford, frère de Henri V, pour 1,200 livres sterling, puis rachetés en partie par Louis XI pour 2,420 écus.

Ce luxe trouva des imitateurs dans nos ducs et nos comtes, qui, tout en enrichissant certaines églises des productions des meilleurs artistes de l'époque, employèrent presque continuellement ces mêmes artistes à enlu-

[1] Les comptes de Blois montrent que le luxe en 1350 était encore principalement à l'orfèvrerie; voir Cte de Laborde, Preuves, t. III, p. 286, etc.

[2] *Les grandes heures du duc de Berry* (Bibliothèque nationale de Paris, lat. 919), terminé en 1409; style très ornemental et architectural.

miner les manuscrits destinés à servir d'amusement intellectuel à la Cour, et parfois même leur confiaient aussi une foule d'occupations étrangères à la peinture; car il semble que les peintres fussent encore regardés par eux comme les successeurs de ces serfs adroits qui au siècle précédent décoraient les demeures seigneuriales.

Premiers tableaux d'histoire. — Quoi qu'il en soit, dès lors on leur commandait de vrais travaux d'artiste, et cela, sans doute encore sous la pression religieuse, du moins dans nos provinces, car les premiers tableaux d'histoire que l'on trouve mentionnés sont destinés à des abbayes.

En 1353 Jean Van der Most peint un martyre de Saint Liévin, en 1370 Hugues Portier et en 1396 Philippe de Brouwere, d'autres sujets historiques pour l'abbaye de St-Bavon, à Gand [1].

En 1384 Jean Van Woluwe peint un diptyque pour l'oratoire de la duchesse Jeanne à Bruxelles, Jean de Hasselt, peintre de Louis de Male et de Philippe le Hardi, fait un tableau d'autel pour les cordeliers de Gand.

Il ne faut cependant pas se faire illusion sur l'importance attribuée à l'art dans cette période initiale.

Si déjà quelques tableaux ornent les églises, si parfois des fresques à personnages commencent à décorer les murs des bâtiments de la commune ou des corporations, si les miniatures plus nombreuses attestent déjà en général un véritable progrès dans le sentiment et l'expression du talent, la peinture ornementale constitue le fond du véritable *métier de peintre* [2].

Les artistes n'avaient pas encore à s'occuper de grands travaux décoratifs, car on ne peut regarder comme tels les écussons, les branchages et les tentures que l'on employait aux fêtes de Louis de Male ou aux entrées des souverains; mais ils puisaient leurs ressources en dehors du genre naissant des tableaux de chevalet, dans les vitraux, les cartons pour tentures, la

[1] Dierickx, *Mémoires sur la ville de Gand;* Edm. De Busscher, *Recherches sur les anciens peintres gantois du XIVe et du XVe siècle;* Ad. Siret, *Dictionnaire des peintres.*

[2] La peinture murale était toute décorative; voir Woltmann, *Geschichte der Malerei*, p. 383. — Le style nouveau de décoration en Allemagne naît en 1300, chez nous vers 1350; voir Woltmann, *op. cit.*, p. 377.

peinture héraldique ou ornementale des meubles, et dans les miniatures pour lesquelles l'engouement grandit à partir de la seconde moitié du XIVe siècle.

Valeur des manuscrits a miniatures. — En 1302 les statuettes en ivoire et les objets d'art du même genre valaient bien moins que les missels [1], les antiphonaires ou les graduels, qui donnaient d'ailleurs plus d'ouvrage aux artistes que les livres profanes.

En 1304 Guillaume et Nicolas d'Aerschot, en 1346 Jean de Wesemaele écrivent et enluminent des missels à Louvain [2].

Jacques Clinkart en 1351 est scribe à l'abbaye de Parc [3].

En 1342 Robert de Valenciennes enlumine des antiphonaires pour le chapitre de Ste-Waudru.

On peut juger du degré de valeur intrinsèque qu'atteignait l'enluminure dans nos provinces par le prix de quelques livres de l'inventaire [4] des biens du seigneur de Naast à Mons, en 1337; il varie entre 48 et 8 sols, ce qui est assurément peu de chose, puisque Daunou [5] affirme qu'un livre in-folio valait en France, quelques années plus tard, 4 ou 500 francs d'aujourd'hui. On voit que, parmi nos seigneurs, le goût littéraire ne s'éveilla que par l'exemple de la France, car 5 sols étaient le prix d'une vignette en 1398 [6], et 10 sols représentaient l'entretien d'un insensé pauvre pour compte de la ville de Louvain [7].

Au surplus l'enluminure faisait partie d'une vraie industrie (la fabrication des livres) et les peintres étaient souvent de plus entrepreneurs de reliure et d'illustrations; ce métier fut surtout lucratif sous les règnes de Charles V de France et de ses fils.

En 1416 un livre d'heures de Pol de Limbourg et de ses frères était prisé

[1] A. Pinchart, *Archives des arts*, t. I, p. 84.
[2] Id. id. t. I, p. 94.
[3] E. Van Even, *L'Ancienne école de peinture de Louvain*, p. 20.
[4] A. Pinchart, *Archives des arts*, t. I, p. 84.
[5] *Histoire littéraire de la France*, t. XV, p. 35.
[6] Cte de Laborde, *op. cit.*, Preuve 5879.
[7] E. Van Even, *Louvain monumental*, p. 38, etc. Comptes de Louvain, anno 1351, fol. 14.

500 livres tournois, haut prix comparé à ceux que valurent les manuscrits enluminés pour Philippe le Bon [1]. D'ailleurs, en 1411-1412, un tableau d'or garni de pierreries était estimé à 500 francs. Une composition qui coûtait d'ordinaire un jour d'ouvrage à un peintre habile lui était payée 10 sols tournois en 1398, une lettre à vignette 5 sols tournois [2].

En 1395 Thevenin l'Angevin reçoit 300 francs pour l'enluminure de quatre volumes et *autres livres* et l'année suivante il est payé de nouveau pour d'autres ouvrages [3]. Il était donc mieux traité que Melchior Broederlam, (en 1385, peintre de Philippe le Hardi), qui recevait 200 francs de gages annuels. Or ce salaire était environ double de celui d'un peintre ordinaire, qui recevait en 1419, 6 ou 8 sous parisis de gages journaliers, et dont les dépenses montaient à 2 sous par jour [4].

Le médecin du duc en 1396 touchait 100 francs par an de pension [5].

Angelot de la Presse, en 1398, reçoit 10 sols tournois par composition enluminée, 5 sols tournois par vignette et 12 livres 15 sous 8 deniers tournois pour 304 lettres. La reliure valait 4 sous [6].

En 1427 un religieux obtient 100 sous pour cinq images de saints et dix-neuf personnages lui sont payés 12 livres [7]. Une grande figure valait donc environ 20 sous. Quant à la peinture, elle était précisément, comme valeur intrinsèque, estimée comme la sculpture, la menuiserie, la ferronnerie, etc. Lorsque des peintres enluminaient des statues ou des meubles, ils étaient d'ordinaire payés sur le même pied que les ouvriers qui avaient fait ces ouvrages.

Valeur de la peinture industrielle et artistique. — En 1381, à Louvain, on donna à J. Van Lokeren 7 peters d'or pour la sculpture en

[1] Cte de Laborde, *Les ducs de Bourgogne*, Preuves, p. CXXI, Inventaire des biens du duc de Berry et Preuves 926 et 1967.

[2] Cte de Laborde, Preuve 843.

[3] Id. id. 5678 et 5709.

[4] Id. id. 22 et p. LXXIII.

[5] Id. id. 5994.

[6] Id. id. 5879.

[7] Id. id. 443.

bois d'un mannequin, et 4 peters au peintre qui dora et coloria cette pièce [1]. La proportion est ici en faveur du sculpteur; plus tard de nombreux exemples établissent une réelle égalité entre les deux métiers.

En 1398 Garnier de Furnes reçut 16 sous parisis pour la peinture d'une grande bannière de cuivre [2] et un chaudronnier obtint 18 sous parisis pour une de ces bannières.

Les peintures sur verre se payaient à 16 sous parisis le pied [3].

En 1399 un sculpteur, pour la taille de trois pierres tombales, est payé à raison de 6 livres parisis [4]. Cette même somme est le prix d'une armoire en chêne pour chapelle, et un escrinier reçoit 62 sous parisis pour deux beaux écrins en bois. Or, un tableau aux armes du duc à Zierickzée est payé 60 sous [4] et un enlumineur en 1396 reçoit 100 sols parisis pour avoir finement décoré un tableau de bois. La comparaison nous semble aisée à faire.

En 1401 un huchier reçoit 6 sous 8 deniers pour un court travail dans le chœur d'une église, et un peintre qui repeint la robe d'une statue obtient 5 sous [5]. Il y avait peu d'ouvrage pour le huchier, car le même travail est taxé à 20 sous dans le compte précédent. De plus, les travaux étaient, pour ainsi dire, tarifés.

En 1396 Jehan Parchet reçoit 20 livres tournois pour la peinture de deux berceaux pour l'enfant du duc d'Orléans [6] et, en 1371, Jehan d'Orléans avait reçu 86 francs pour celui de Jean sans Peur.

Les comptes donnent les éléments de nombreuses comparaisons de ce genre (voir *Preuves* 5851, 5690, 5708, etc.).

En 1398 un écusson peint valait 2 sous parisis, c'est-à-dire la moitié du prix d'une lettre à vignette d'un missel [7].

Tout indique la prédominance de l'élément purement manuel dans l'art de cette époque.

[1] Éd. Van Even, *Louvain monumental*, pp. 46 et 194.
[2] Cte de Laborde, *op, cit.*, Preuves 5908 et 5840, t. III, p. 186.
[3] Id. Preuve 5849.
[4] Id. id. 5891, 4932 et 5814.
[5] Id. t. III, p. 479, Preuves 7360 et 7361.
[6] Id. p. LXXIII et Preuve 5673.
[7] Id. Preuves 5878 et 5879.

Le miniaturiste Jean de S[t]-Éloy reçoit en 1399, 7 livres parisis pour des ouvrages certifiés par le charpentier du duc d'Orléans [1].

En 1342-1343, le duc de Gueldre retient à son service un orfèvre et un scribe aux gages de 1 livre de gros et une paire de souliers par an [2].

Un peintre ou un badigeonneur, c'était tout un [3].

Le maître des œuvres de Namur, en 1371, touchait de 20 à 30 livres par an. En 1354, celui de Blois avait 40 livres tournois de gages; la pension du bâtard d'Orléans était de 300 livres tournois [4].

Or nous trouvons que Jehan Coste en 1355, au château de Vaudreuil [5] décore avec ses ouvriers, de figures sur mur et d'imitations de marbre, une salle pour le prix de 600 moutons ou 240 livres tournois. Ce travail ne devait sans doute pas durer six mois, et si nous faisons entrer ses couleurs en ligne de compte, il était certes mieux traité qu'un architecte; ces prix n'étaient pas le fait d'un accord isolé, car si nous nous rappelons que Chr. Van den Wincle à Gand, en 1416-1417, avec ses apprentis touche environ 68 livres tournois pour l'enluminage des statues de la Boucherie [6], nous remarquons que la proportion est assez bien gardée.

Comme en 1337, 8 sous tournois représentaient la valeur d'un mouton [7], on peut approximativement juger de la situation aisée d'un ouvrier peintre, qu'il fût miniaturiste, peintre de portraits ou peintre en bâtiments.

Situation aisée des peintres. — Nous sommes en effet fondé à supposer que Jean de Hasselt, en 1385-1386 [8], employa pour faire un tableau d'autel, environ dix mois, qui lui valurent un salaire de 60 francs, et que Vranque [9] employa environ un mois pour achever le portrait de la Duchesse qui lui

[1] C[te] de Laborde, *op. cit.*, preuve 5916.
[2] A. Pinchart, *Archives des arts*, t. II, p. 188.
[3] C[te] de Laborde, *op. cit.*, Preuve 5328, t. III.
[4] Id. id. id. 5355.
[5] Id. id. id. 7286, p. 460, t. III.
[6] Edm. De Busscher, *Recherches sur les peintres gantois du XIV[e] et du XV[e] siècle*, pp. 7 et 132.
[7] A. Pinchart, *Archives des arts*, t. I, p. 87.
[8] C[te] de Laborde, *op. cit.*, Preuves 34 et 269.
[9] Id. id.

fut payé 6 francs 15 sous, ce qui prouve une fois de plus qu'à cette époque, rien ne différenciait l'art du métier, car ces prix équivalent au salaire de J. Coste.

L'ornementation décorative était une suite naturelle des travaux barbares du XIe et du XIIe siècle, car elle constitue le premier luxe que l'on se permet après avoir fait exécuter de la peinture unie dans un but de conservation, d'hygiène ou de propreté; d'abord les enduits préservateurs et les couches colorantes destinées à rafraîchir l'aspect ou à simuler des matières que l'on n'a pas employées par mesure d'économie; plus tard, les ornements destinés à flatter l'œil, à produire l'illusion et l'agrément. Enfin, les ouvrages de pure fantaisie, qui n'ont pour raison d'être que le goût, la profusion ou le caprice. Aussi le plus souvent les artistes dont nous rencontrons les noms, sont-ils des peintres héraldiques ou ornemanistes.

En 1317-1318, Pierre le peintre [1] orne une bannière et l'étendard de Malines.

En 1328-1329, Jacques Compère peint des targes, etc. [2].

En 1351, Henri *de scildere* retouche un étendard, à Malines [1]; cette qualification de peintre, que l'on retrouve ailleurs aussi, semble indiquer que la ville contenait peu d'hommes du même métier.

C'est vers 1338 que l'on trouve les premières décorations peintes sur le dais de Notre-Dame de Tournai; ainsi que les premières effigies de saints sur les bannières paroissiales de Gand.

Malgré le développement graduel du goût chez les grands, les mœurs du temps étaient encore bien loin d'admettre la distinction si nettement établie de nos jours entre l'art et l'industrie; car non-seulement dans les confréries de St-Luc se trouvaient mêlés les peintres de dernier ordre et ceux qui s'occupaient de tableaux ou de miniatures, mais encore le plus souvent, un ouvrier entreprenait sans hésiter des travaux de l'un et de l'autre genre.

Nous pouvons même dire qu'en tout temps les gildes présentèrent une prédominance du métier sur l'art, de nature à expliquer bien des vicissitudes.

Établissement des gildes. — Cette époque ayant vu naître l'organisation

[1] Compte de la ville de Malines, ad annos.

[2] Edm. De Busscher, *Recherches sur les peintres gantois du XIVe et du XVe siècle,* p. 125.

presque générale des gildes de peintres, il serait intéressant de dire en quoi consistait primitivement la réglementation de ces sociétés.

ADMISSION DANS LES GILDES. — Le premier et le plus ancien règlement des échevins de Gand stipula que, pour être admis dans la gilde, il fallait être domicilié à Gand; on n'admettait pas d'étrangers, les jurés devaient recevoir du récipiendaire 8 escalins de gros; il payait en outre 6 livres de gros d'entrée [1], et faisait don au métier d'une coupe d'argent armoriée pesant une once de Troyes.

Cette redevance était assez forte; on est donc en droit de supposer que ceux qui faisaient partie du métier étaient dans une position aisée, ce qui explique comment l'art est resté pendant fort longtemps pratiqué par un nombre assez restreint d'individus. Cette disposition nous fait présumer aussi que bien des compagnons, avant d'atteindre la maîtrise, devaient souvent attendre un temps assez long, tant à cause de la redevance que du degré d'habileté qui était exigé d'eux.

Tout peintre devait, sous peine d'une amende de 10 livres parisis, employer de bonne *incarnadine*, de l'azur, et du sinople fins [2]. Cette prescription dénote une certaine aristocratie artistique; elle était de nature à maintenir le haut prix des ouvrages, en même temps qu'à relever dans les artistes le sentiment du respect personnel et les empêchait de se faire les uns aux autres une concurrence nuisible à la généralité de leurs intérêts.

Elle indique aussi, de même que la précédente, qu'à Gand les maîtres faisant partie de la corporation devaient s'occuper souvent de travaux soignés ou artistiques exigeant des couleurs fines, mais encore que la peinture était envisagée comme une sorte de coloriage de couleurs vives.

Le travail des femmes était défendu : nous trouvons la même disposition

[1] Désiré VAN DE CASTEELE, *Keuren, livre d'admission et autres documents inédits*, ANNALES DE LA SOCIÉTÉ D'ÉMULATION DE BRUGES, 3e sér., t. I, 1866, p. 417, — En 1397 une ghelte de vin coûtait 8 gros ou 4 escalins de Flandre; donc 6 livres de gros valaient 120 escalins ou 30 ghelles. Une once de Troyes d'argent valait en 1288, 3 escalins 1 ½ gros; Voir *Antiquités belgiques* de Marshall et Bogaerts.

[2] A Tournai, on spécifiait les outils et les couleurs à employer; voir plus loin une note communiquée par Monsieur A. Pinchart.

à Bruxelles où il n'était permis de les employer qu'au broyage des couleurs [1]; ce que confirme l'ordonnance de 1415.

Cette défense prenait sa source dans la fausse idée qui mettait la femme dans un état d'infériorité (son travail pouvait donc nuire à la réputation de la corporation); mais cet article fut fort peu observé, même à Gand et à Bruxelles.

A Bruxelles, pour être admis, il fallait être *poorter*, payer 6 vieux écus, et donner une ghelte de vin du Rhin pour les jurés et un quarteau pour le valet, mais on pratiquait largement la fraternité, car on était dans l'habitude d'offrir un banquet aux nouveaux confrères. Comme la redevance était infiniment plus modique que celle exigée à Gand, nous sommes en droit de supposer que l'affluence des aspirants était bien moindre, mais aussi qu'il y avait moins d'artistes dans la corporation et qu'on cherchait par là à les attirer.

A Louvain il fallait aussi être bourgeois. D'après la charte du 7 juillet 1331 du duc Jean III, la franchise de la bourgeoisie s'obtenait au prix d'un gros tournois et d'une redevance annuelle de 40 escalins. Celui qui avait habité Louvain pendant un an et un jour payait 20 escalins au profit du prince et 20 au profit de la ville. La somme à payer était de 12 sous pour l'entrée, prix d'une livre de cire. On ne pouvait introduire en ville une œuvre peinte sans payer 2 florins du Rhin. Dans cette ville régnait un esprit de tolérance artistique fort remarquable et qui ne lui nuisait pas, comme on peut s'en convaincre par les travaux du XVe siècle. Mais aussi, contrairement à Gand, cité démocratique où les peintres réunis en corps devaient se soutenir par leurs propres forces, à Louvain il y eut toujours une protection sérieuse de la part du clergé et des patriciens.

A Maestricht, le droit d'entrée à payer était de 6 à 8 florins de Horn. Les étrangers donnaient le double et fournissaient à la ville un seau à incendie.

A Courtrai, pour ouvrir une boutique ou un atelier, il fallait payer 3 livres parisis, et, pour obtenir la maîtrise, verser 40 gros dans la caisse de la confrérie.

[1] Registre des ordonnances de métiers (1365-1501), fol. 9; ordonnance du 2 novembre 1387. Archives de la ville de Bruxelles.

A Anvers, l'ordonnance de J. Van Immerzeele datée de 1382 exige du récipiendaire la qualité de *Poorter* [1], plus 2 sware guldens pour l'entrée en apprentissage et la même somme pour la maîtrise. Remarquons que partout il y avait un article bienveillant et restrictif qui permettait à la gilde d'exempter pour des motifs particuliers un récipiendaire soit du payement en tout ou en partie, soit des conditions d'apprentissage. A Maestricht la régence se réservait le droit de prononcer des exemptions dans des cas particuliers.

En 1421, le métier des peintres à Gand, d'après un document publié par M. Félix de Vigne, avait pour complaire à la duchesse Michelle, admis Hubert et Jean Van Eyck à la libre pratique de l'art. Il y avait donc déjà des hommes auxquels on reconnaissait un talent digne de récompense, mais nous verrons bientôt jusqu'à quel point on croyait devoir leur témoigner des égards exceptionnels et quelle position leur était dévolue. A Bruges les frais de maîtrise s'élevaient à 2 livres de gros; pour les étrangers à 3 livres.

Ces sociétés étaient, semble-t-il, fort bien organisées sous le rapport de l'administration.

Direction et administration des gildes. — Le fond en était toujours identique, mais selon l'esprit de chaque ville, les échevins avaient varié quelque peu la composition du Serment, c'est-à-dire des notables du métier astreints à prêter le serment en leurs mains.

A Louvain, la confrérie fut d'abord régie par quatre *meesters* élus par les membres. Les meesters (gouverneurs) faisaient les comptes annuels; chaque année deux d'entre eux quittaient leur emploi et étaient remplacés par deux autres (article VII). Ils avaient le droit d'assigner la gilde à se réunir au jour qu'ils indiquaient. Le banquet annuel était obligatoire.

A Gand, d'après l'ordonnance provisionnelle de 1541 (article XVI), les fonctions du doyen et des jurés ou sous-doyens étaient annuelles; ils étaient obligés de rendre compte de leur gestion en présence d'un échevin délégué et de leurs successeurs. Cette direction était, à peu de chose près, la même dans toutes les gildes.

[1] J.-B. Van der Straëlen, *Jaerboek der vermaerde en kunstryke Gilde van Sint Lucas*, p. 5.

La gilde de Bruxelles avait un doyen, un sous-doyen et des jurés. Celle de Bruges un doyen et deux gouverneurs ou trésoriers.

A Malines les échevins choisissaient deux fonctionnaires parmi six noms d'élus. Outre les deux doyens il y avait un doyen d'âge, deux trésoriers ou *busmeesters,* deux jurés ou *waerdeermeesters.*

A Maestricht, le jour de la St-Remi, se faisait l'élection des experts et du gouverneur ou doyen.

La gilde d'Anvers était sous l'autorité d'un Prince, d'un chef-homme, d'un doyen et de deux commissaires dont l'un échevin d'Anvers et l'autre secrétaire de la ville. Il y avait trois jurés, un pour chaque métier.

Le doyen se nommait *opperdeken* et était assisté d'un sous-doyen *mede-deken* nommé chaque année; il administrait la gilde et rendait ses comptes aux commissaires.

D'ordinaire les gildes avaient encore un doyen d'âge (*ouderling*) [1].

Dans le pays de Liège les métiers avaient des *rewardeurs* ou jurés, des gouverneurs, des greffiers et des rentiers outre le varlet de la corporation.

A Namur, au 1er mai de chaque année on élisait quatre jurés, obligés d'accepter cette charge sous peine d'une amende de douze florins ou de privation du métier. Ces jurés étaient tenus de paraître au mariage ou à l'enterrement d'un confrère.

A Mons la gilde était administrée par des maîtres connétables, nommés par les échevins pour faire observer les règlements, et par deux *regards;* les comptes étaient rendus aux échevins comme dans les autres villes. On conserve aux Archives communales de Mons trois comptes de la corporation des peintres, des sculpteurs et des vitriers; le valet s'y nommait *sergent.*

A Tournai l'organisation était plus stricte et plus sévère que dans d'autres villes, ce qui dépendait de l'ingérence des métiers dans les affaires de la commune.

Il y avait un doyen et un sous-doyen dont l'élection se faisait tous les ans le lendemain de la Ste-Luce. Les élus se rendaient alors à l'hôtel de ville pour prêter serment; il fallait qu'ils fussent nés à Tournai ou habitant la ville depuis sept ans. Le doyen et le sous-doyen, d'après le règlement

[1] A. Vandenpeereboom, *Annales de la West-Flandre,* t. I, p. 55.

homologué par Charles VII en 1424, connaissaient des délits de leurs suppôts et pouvaient prononcer contre eux une amende qui n'outre-passait pas 10 sous tournois. Ils nommaient aussi les *eswardeurs* (jurés) pour juger de la bonne qualité des travaux. Le grand doyen (élu entre les doyens) tenait le siège de la juridiction, dans la chambre des arts et métiers, pour juger les contestations et déterminer tous les détails de l'organisation des métiers [1].

A St-Trond, en 1404 [2], les seigneurs prescrivirent un règlement des métiers. Dans cette ville la corporation des *fèvres* ou forgerons, la plus mait le métier des peintres avec plusieurs autres [3]. Elle avait un doyen et un conseiller (*raetsman*).

L'emploi de doyen consistait à maintenir l'ordre, le règlement et la qualité du travail, à juger et à punir les contraventions, sauf appel au magistrat, qui d'ordinaire renforçait la peine pour obliger les confrères à la subordination [4].

Les *vinders* ou jurés l'aidaient dans l'accomplissement de sa tâche et devaient examiner l'ouvrage des suppôts.

Le juré de service était obligé de veiller à ce que le greffier fît bien son office.

Utilité des gildes. — En général pendant cette première période, voici quels étaient les résultats de l'institution des gildes:

Le travail était surveillé et soigné; le nombre des peintres venant participer aux commandes était restreint, et les apprentis obligés d'atteindre une certaine habileté pratique avant de leur faire concurrence. Par cela même le prix des œuvres et leur valeur d'estimation dans le public restaient plus élevés, mais la quantité en était moindre, ce qui n'était pas un mal, vu le degré assez faible de l'expression artistique.

Dans les villes où, comme à Gand, les révoltes ou la constitution démocratique ne laissaient pas aux artistes beaucoup d'occasions de parti-

[1] Poutrain, *Histoire de Tournai*, p. 586

[2] Courtejoie, *Histoire de la ville de St-Trond*, p. 317.

[3] J. Helbig, *Histoire de la peinture au pays de Liège*, p. 97:

[4] J. Gailliard, *De ambachten en neringen van Brugge*, p. 34.

ciper aux faveurs de la Cour, l'union de la gilde leur permettait d'être considérés et pris au sérieux par les riches bourgeois et les confréries religieuses (fût-ce même pour des ouvrages industriels), et de maintenir leurs prix en rapport avec leur capacité ou les nécessités de la vie.

La constitution de la société et la garantie des doyens donnaient une certitude aux amateurs pour l'exécution de leurs commandes, parce qu'ils n'avaient pas à craindre de les confier à des mains inexpérimentées.

En somme donc, cette institution était utile au XIVe siècle pour les artistes. Quant au progrès de la peinture, elle dut avoir fort peu d'influence pour des motifs que nous avons déjà déterminés plus haut, et les rapports fréquents et fraternels des artistes entre eux ne furent sans doute utiles que pour l'exécution en commun de grandes commandes. En effet, chacun gardant le silence sur ses travaux particuliers, il n'en résultait aucun échange d'idées et tous ayant un même degré d'éducation, peu de perfectionnement.

C'était évidemment dans la garantie d'un bon travail et de la bonne qualité des matières employées que gisait pour le public (que représentaient les magistrats), l'utilité de la gilde; mais elle offrait des avantages sérieux aussi aux peintres en les protégeant contre une concurrence désordonnée, dangereuse à la fois pour leurs intérêts, et pour l'art lui-même.

Dispositions relatives au travail. — Dans la période primitive surtout, les dispositions qui regardaient l'exercice du métier et la garantie des travaux avaient donc une importance extrême, car elles donnent la mesure des choses regardées comme indispensables à un bon ouvrage.

Elles indiquent aussi quel était le genre d'occupation le plus habituel aux suppôts; ainsi, à Mons un article des statuts homologués le 17 juillet 1487 porte : « que nulz peintres ouvrer ne puissent de couleur à oille, se le fons n'est bien empriemez ne aussi d'or party avec fin or et que nul ne mette ce dit or party en or couleur se ce n'est pour le jouste, pour le tournoy ou pour la guerre, et avec ce, que nulz ce dit or party ne brunisse sur bos sur enquéyr qui feroit du contraire pour chacun de ces poins en l'amende de x sous tournois, appertenant le tierch à nostre redoubté seigneur et ung aultre tierche à la dite connestablie et le surpluz à celui ou ceulx qui feroient

rapport, avecq l'ouvrage estre amendé [1] »; à Bruxelles les peintres batteurs d'or et vitriers [2] pouvaient seuls faire des tables d'autel, des ouvrages d'église ou de tentes, en or fin; il leur était interdit d'exposer ces objets au marché sans qu'ils fussent garantis.

Cette disposition mentionne précisément le même genre de travaux que nous avons désigné, plus haut, comme ayant été le plus ancien sur lequel l'art laïque ait eu à s'exercer. De même nous trouvons dans les statuts de la confrérie d'Anvers qu'on ne pouvait peindre ni vendre des pièces sculptées non marquées et que les jurés devaient examiner et garantir toute pièce déjà peinte, pour assurer la qualité de l'or, etc.

L'ordonnance de l'écoutète J. Van der Brugghen ne parle point de tableaux [3], mais bien du coloriage de sculptures. Un peintre ne peut *étoffer* de statues ou de tables qui ne soient de bois sec et poinçonnées par les régents. De même il ne peut le faire par un temps de gelée; il emploiera de bon or sans mélange. Tout ce que l'on étoffera en fait de mains, de visages, etc., sera d'abord ébauché (*gedootverwet*), etc.; c'est encore la peinture de la première période.

A Bruges les statuts anciens n'établissaient peut-être pas une démarcation très nette entre les artistes et les peintres artisans, mais en 1458 il fut établi que les décorateurs ne pouvaient se servir de couleurs à l'huile dans la ville.

La grande renommée acquise par les œuvres des Van Eyck était certainement pour beaucoup dans cette prohibition. Toutefois il leur était permis d'étoffer des statues et d'autres objets à condition de ne pas les exposer, et encore cette clause ne put-elle tenir que jusqu'en 1462, car les décorateurs formèrent depuis lors une section avec les autres peintres [4].

Or les registres qui datent de 1453 avaient été commencés dans un esprit très aristocratique en ce qui concerne la peinture, ce qui n'empêchait pas

[1] *Cartulaire des métiers*, t. I, fol. 31 à 36. Archives de la ville de Mons.

[2] Henne et Wauters, *Histoire de Bruxelles*, t. II, p. 570.

[3] Ordonnance du 9 novembre 1470; *Jaerboek der vermaerde en kunstryke Sinte-Lukas Gilde*, 1855, p. 13.

[4] Gailliard, *De ambachten en neringen der stad Brugge*, 1854, blz. 15, 34, 161 et 615; *Annales de la Société d'Émulation de Bruges*, 3e sér., 1866, t. I, p. 57; *Le Beffroi*, t. II, p. 298, etc., et J.-J. Desmet, *Recueil de mémoires*, t. II, p. 580.

les décorateurs de tentures de cuir, les selliers, de faire depuis 1356 partie du même métier.

L'intérêt général de tous les métiers les portait à se fusionner et en même temps à former une fédération formidable pour empêcher tout abus de pouvoir, pour se maintenir en possession du monopole industriel ou commercial, pour être mieux à même de secourir chacun de leurs membres en cas de malheur, et comme nous l'avons dit, pour soutenir par la bonne qualité du travail sa valeur intrinsèque, qui était, pour ainsi dire, le capital social.

Caractère religieux et moral des corporations de St-Luc. — Aussi longtemps que le pouvoir religieux sembla aux ouvriers artistes la meilleure protection pour leurs intérêts, tant par son action morale sur les princes et les seigneurs, que par ses richesses et son organisation complète qui s'étendait au loin, ils ne songèrent pas à s'en affranchir, malgré le désir d'indépendance qui couve au fond du cœur de tout artiste.

Mais dès le milieu du XIVe siècle, quand les souverains commencèrent à faire preuve de quelque goût pour les arts, et que d'autre part les privilèges obtenus par les communes eurent gratifié celles-ci d'une existence presque autonome et, par suite, permis aux magistrats d'exercer leur pouvoir même sur les clercs, les métiers de peintres et de sculpteurs voulurent jouir aussi d'une existence propre.

Le clergé n'y mit point d'opposition, car il sentait que déjà la puissance lui échappait, mais il consacra désormais ses efforts à organiser de nouvelles confréries de pure dévotion, qui indirectement lui laissaient l'ingérence dans toutes les questions, parce qu'elles comprenaient des hommes de toute condition.

L'esprit des corporations était incontestablement basé sur l'ordre, la morale et surtout sur la piété; dans les Flandres, on s'occupait davantage de l'intérêt mercantile, et l'esprit des corporations wallonnes était plus guerrier.

Non-seulement les compagnons faisant partie de la *frairie,* selon l'expression namuroise, devaient se prêter mutuellement secours; non-seulement des peines sévères étaient comminées contre celui qui insultait ou battait un de ses confrères, n'assistait pas aux noces ou à l'enterrement des membres de

la corporation, négligeait de se rendre aux réunions obligatoires, insultait ou violentait les jurés ou le valet et refusait d'obéir à leurs ordres [1], mais encore les apprentis et les aspirants à la maîtrise devaient être de bon nom et bonne *fame* et les premiers étaient tenus de servir leur maître *léallement* [2].

Pour obtenir la franchise à prix réduit, il était nécessaire d'être enfant légitime. Dans les premiers temps [3] l'admission des femmes n'était pas tolérée; plus tard on admit les jeunes filles de *bonne réputation* au même prix que les hommes.

Ces dispositions sont générales; à Namur il était stipulé que les étrangers légitimes, possesseurs d'une attestation de prud'homie et n'étant pas sortis de leur résidence pour *vilain cas,* payeraient 30 florins pour pouvoir tenir boutique.

A St-Trond, en 1523, un bâtard [3] n'obtint la franchise qu'à condition de faire peindre la légende de Saint-Éloi dans la chambre du métier.

A Bruges [4], il fallait justifier de son origine et de sa bonne conduite; s'il arrivait à un apprenti de ne pas se conduire loyalement envers son maître ou le métier, il devait faire amende honorable avant d'obtenir la franchise [5].

Sous le rapport moral, il est évident qu'en ces siècles on ne pouvait demander mieux et, de toute façon, il n'a jamais nui à un artiste d'être honnête homme, malgré le proverbe populaire qui veut qu'une conduite déréglée aiguise le génie.

La corporation faisait preuve de prévoyance et de charité fraternelle. Le montant des amendes revenait pour un tiers à ses pauvres [6], car chaque corporation avait sa caisse des pauvres ou de secours (*armbussen*), légalisée par le magistrat. L'admission de personnes ayant plus de 40 ans à ces sortes de tontines était interdite et il fallait y contribuer un an après l'inscription à la maîtrise [7].

[1] Borgnet, *Histoire du comté de Namur,* p. 155.
[2] *Livre des trente-deux bons métiers de la cité de Liège,* p. 549, MS 52.
[3] J. Helbig, *Histoire de la peinture dans la principauté de Liège,* p. 97.
[4] *Annales de la Société d'Émulation de la Flandre occidentale,* 1866, t. I, p. 2.
[5] F. De Vigne, *Mœurs et coutumes des corporations,* pp. 21 et 35.
[6] *Messager des sciences et des arts de Belgique,* 1847, p. 60.
[7] Henne et Wauters, *Histoire de Bruxelles,* t. II, pp. 570 et suivantes.

L'apprenti ou le compagnon qui épousait la veuve d'un maître obtenait la moitié de la franchise[1].

L'union entre confrères semble avoir été en tout temps satisfaisante et plusieurs dispositions tendaient à traiter la gilde sur le pied d'une véritable famille. A Liège, s'il advenait qu'un maître ou fils de maître eût plusieurs femmes ou enfants, ils étaient tous considérés comme natifs du métier et la dernière femme survivante était mise au rang de fille de maître; mais cette faveur ne s'étendait à la veuve d'un bâtard que durant le temps de son veuvage. Et ce qui est le moins contestable, c'est l'esprit de piété qui régnait dans ces corporations. Après la réception de la maîtrise, on était tenu de prêter le serment d'usage[2].

A Louvain le 1er article du règlement ordonne l'entretien dévotieux de l'autel et de la chapelle[3].

Dans cette ville chaque apprenti devait fournir à l'autel une livre de cire. Chaque membre devait assister aux funérailles d'un confrère décédé, et le 18 octobre, à la messe solennelle de St-Luc, sous peine d'une amende de 1 ou 2 plecken. Cette amende montait à Maestricht à 2 livres de cire.

A Tournai, avant de commencer les plaids à la chambre des arts et métiers on célébrait la messe, et la gilde assistait tous les ans à la procession de la Ste-Croix, précédée de ses doyens en robe rouge[4].

A Courtrai la corporation conclut le 10 janvier 1585 avec les marguilliers de St-Martin un accord dont les articles prouvent que les préoccupations pieuses était de la plus grande importance pour elle[5].

Nous aurons plus tard à nous occuper encore de ces tendances religieuses des corporations, qui n'ont rien de surprenant, vu que c'est sous l'égide protectrice du clergé que l'art a pu éclore et commencer à se développer.

Il y avait au moyen âge des dispositions spéciales se rapportant aux métiers et dont il est bon de parler parce qu'elles caractérisent l'époque.

Ainsi parmi les premières nous remarquons celle qui permettait aux

[1] J. Gailliard, *De ambachten en neringen van Brugge*, p. 34.

[2] F. De Vigne, *Mœurs et coutumes des corporations*, pp. 21 et 33.

[3] Ed. Van Even, *L'Ancienne école de peinture de Louvain*, p. 213.

[4] Bozière, *Tournai ancien et moderne*, p. 311; Cousin, *Histoire de Tournai.*

[5] Archives de Courtrai, fol. 43. Registre des actes et contrats, 1584-1586.

patriciens de se faire inscrire dans un métier sans l'exercer, ce qui se faisait souvent pour atteindre aux fonctions échevinales.

La peinture, faisant partie des *petits* métiers, ne pouvait servir à ce but, et comme on ne trouve qu'à Louvain des personnes d'un rang élevé inscrites dans la gilde de S[t]-Luc, il est intéressant de constater que leur mobile était vraiment l'amour de l'art. L'article 11 du règlement de cette ville stipule que les personnes des lignages qui voudront se récréer à la peinture ou en faire métier, ne peuvent être forcées à prendre la maîtrise et ne seront gênées en aucune manière.

Cependant, en 1529, un jugement des échevins statua contre un patricien, parce qu'il vivait de son pinceau, ce que prouvèrent les régents [1].

Il était permis à tout ouvrier de faire travailler quelqu'un à sa place, mais lui-même ne pouvait pendant ce temps s'occuper ailleurs.

Le père qui travaillait avec son fils ne pouvait tenir qu'un ouvrier et celui qui avait deux enfants ou plusieurs peignant avec lui ne pouvait avoir aucun ouvrier; mais cette règle fut souvent enfreinte; par exemple, dans les ouvrages importants qui exigeaient l'action collective de plusieurs travailleurs, un maître peintre engageait un certain nombre de compagnons, ayant déjà fini leur apprentissage, comme Gilles de Man à l'hôtel de ville de Bruges, ou Jean de S[t]-Omer, à Utrecht, ou bien il s'accordait avec d'autres maîtres qui travaillaient chacun avec leur apprenti, ainsi que nous le voyons dans les comptes des entremets de Bourgogne.

La durée du travail était déterminée au moyen âge; il était défendu de s'y livrer pendant la nuit [2].

Changement de caractère de la peinture au XIV[e] siècle. — C'est avec la naissance des gildes que nous voyons une modification se produire dans l'expression artistique; au lieu de cette sorte de peinture archaïque, barbare, composée d'un naïf contour et de couleurs vives et plates, nous voyons peu à peu surgir de l'adresse manuelle, une ornementation riche, des formes d'un style assez noble et caractérisé, quoique peu correct et plus raide que

[1] Ed. Van Even, *L'Ancienne école de peinture de Louvain*, p. 213.
[2] Henne et Wauters, *Histoire de Bruxelles*, t. II, pp. 570 et suiv.

naturel, mais en même temps des fragments symétriques tels que, par exemple, la tiare du Père éternel, les auréoles, les banderoles, les chérubins à ailes, des anges dans les coins du tableau et certains détails tout à fait monochromes [1]; il y a enfin des qualités décoratives, unies à un soin minutieux, et ayant quelque ressemblance avec les caractères de l'école de Cologne, qui, elle-même, les avait empruntées aux œuvres byzantines, idéal inspirateur de tous les artistes pieux de cette époque.

Cette situation subsiste jusqu'à l'ère nouvelle des Van Eyck.

Parmi les peintres de nos provinces, ces caractères décoratifs ou étrangers (car les opinions sont divisées à cet égard) ne se montrent jamais séparés de réminiscences du style national, réaliste ou même un peu barbare, et ce mélange constitue une des grandes attractions de notre art ancien.

Il est évident que chez eux ce style outré et conventionnel était le produit de l'éducation, et c'est ainsi que l'on a cru pouvoir affirmer leur dépendance de l'école germanique. Mais nous croyons qu'il est possible d'expliquer plus sûrement cette anomalie.

La base de la peinture artistique était la décoration religieuse. — L'école allemande eut d'abord à s'occuper de décoration pieuse et son style a été la suite nécessaire des travaux des compagnies de sculpteurs, car il a fallu que les peintres se missent au niveau de ces derniers, non-seulement par la polychromie de statues, mais par toute l'ornementation accessoire des églises.

Ce fait n'est pas particulier à l'Allemagne, il en fut de même en France et dans nos provinces; seulement, chaque nation a traduit cette expression proposée dans le langage qui lui était propre. La nôtre n'a pu s'empêcher d'y mettre son sentiment réaliste qui contraste souvent avec des nécessités de convention.

Il y avait donc une tradition [2], dont les modèles étaient journellement à la portée de tous dans les églises, comme sulpture d'abord et peinture

[1] Crowe et Cavalcaselle, *Les anciens peintres flamands*, t. I, p. 20.

[2] Crowe et Cavalcaselle, *op. cit.*, t. I, p. 150; le buste sculpté de Saint Pierre à l'église St-Jean de Latran (XIVe siècle) nous montre le type de détails conventionnels usités par les maîtres germaniques, les Van Eyck, etc.; voir Seroux d'Agincourt, *Histoire de l'art par les monuments*, t. IV, pp. xxvi à xxx.

décorative plus tard; ces deux métiers d'ailleurs se rencontrent toujours réunis au moyen âge. Les églises étaient les musées de nos ancêtres.

L'expression artistique devait revêtir des formes et un aspect qui ne fussent pas en contradiction avec le milieu auquel elle était destinée.

La dorure et le coloris éclatant, la lumière diffuse, les formes sculpturales des draperies, des poses, des ornements qui s'alliaient admirablement avec la peinture héraldique et avec la peinture monumentale en détrempe, tout nous indique que la base de l'éducation des peintres était le travail décoratif religieux. D'ailleurs l'ornement était partout de même nature et s'appliquait aux châteaux comme aux églises; mais la figure décorative était essentiellement sculpturale et religieuse, et inspirait l'artiste dès ses premières années.

L'apprentissage était purement pratique et professionnel. — Il suffisait à l'apprenti, pendant les quatre années qu'il passait chez un maître, de compléter par le dessin géométrique, dans ses moments de loisir, les notions d'ornement qu'il rassemblait forcément (comme les ouvriers de nos jours), en aidant les peintres dans leurs travaux industriels, c'est-à-dire, en préparant les couleurs, en traçant les poncis des cartons du maître, en suivant au pinceau des ornements indiqués ou les draperies dont les plis étaient bien accentués; plus tard seulement, quand il donnait des preuves d'habileté, il osait s'attaquer aux carnations. Le jeune peintre arrivait ainsi à ce qu'exigeait l'art de ce temps, à gagner une grande facilité de main, à classer dans sa mémoire les contours, les attitudes, les ornements, les plis habituels, dont on retrouve des traces dans les tableaux même les plus réalistes du XIVe et du XVe siècle; enfin, il s'habituait à la lumière demandée par l'art monumental, de manière à ne pas se laisser distraire, en voyant la nature, par l'effet du soleil ou les mystères de l'ombre; enfin, à certaines alliances de couleurs chatoyantes que nous retrouvons surtout dans l'école allemande, dans T. Bouts et plus tard dans J. Massys, et qui avaient pour origine une nécessité décorative.

On avait senti de bonne heure le besoin de reproduire certaines choses d'une façon idéale, symétrique, ornementale [1].

[1] Voir l'Album de Villard d'Honnecourt, architecte du XIIIe siècle (publié par Lassus); voir aussi les MSS n°s 2910 à 2920, 281, 1795-1796, 50, 56 et 40 de la Bibliothèque royale de Bruxelles, et le Passional de l'abbaye de St-Gérard de Brogne (au séminaire de Namur).

Le travail ne se faisait pas d'après nature. — Le travail était conventionnel; l'enluminure dans cette période ne comportait pas l'étude directe d'après nature, comme on la rencontre souvent chez nous au XVe siècle; tout s'y faisait de mémoire et de convention, principalement dans l'école allemande.

Il ne faut pas oublier que le déplacement d'un artiste exigeait alors de grandes difficultés; la détrempe demandait du feu comme l'huile (*des bûches à ardoir*) des récipients, escabeaux, chevalets, etc.

On ne pouvait donc, comme aujourd'hui, aller prendre la nature sur le fait. Les modèles vivants étaient rares : tout au plus des amis, des serviteurs, la famille du peintre, ou peut-être un mendiant çà et là; le temps d'un artiste était compté; il devait fournir sa besogne comme un artisan, coûte que coûte. La détrempe excluait les repeints, il fallait donc *savoir* pour oser affronter un tableau et avoir, par un long exercice manuel, acquis la confiance nécessaire pour aborder une œuvre magistrale. Tout cela éloignait du travail direct d'après nature et le remplaçait par l'action de la mémoire, d'un sentiment profond et sincère, et par l'habileté pratique.

De plus, chose que nous remarquons surtout au XVe siècle, tous les peintres, même les plus coloristes par tempérament, avaient adopté une lumière uniforme.

Il y avait un principe conventionnel de lumière. — Cet effet lumineux, tranquille, que l'on observe surtout dans les peintures monochromes, était indispensable à l'aspect des travaux d'église ; aussi, point de touches heurtées, de tons diversement composés, dans une carnation, par exemple; un ton général qui parfois tient plus de la cire que de la chair et qui arrive au relief par le clair, l'ombre et d'infinies demi-teintes de transition, tel était le travail de ces nombreux décorateurs, tels que Jehan Coste, Girart d'Orléans, Malouel, etc., desquels un Broederlam, par exemple, ne se distingue encore que par un sentiment plus profond de la nature, un goût plus délicat.

L'éducation était bornée a l'apprentissage manuel. — Dans une pareille situation, de quelle sorte pouvait être l'éducation artistique ? Évidemment,

dans un art qui semble tout entier de tradition, dont les données étaient le plus souvent imposées, et qui se formait infiniment plus de métier que d'art proprement dit, l'enseignement ne pouvait prétendre à quelque initiative, à quelque progrès dans la méthode. Sans être absolument astreints comme en Égypte à des types immuables, à une série de modèles dont il était défendu de s'écarter, les artistes ne jouissaient cependant, dans les premiers temps, que d'une bien faible liberté morale.

Le code de la gilde retraçait leurs principales obligations professionnelles et parfois dans une grande minutie; les doyens et les anciens exerçaient sur leurs travaux une surveillance sévère et continue et enfin les commettants leur indiquaient souvent, d'une manière fort stricte et détaillée, de quelle façon ils voulaient que l'ouvrage[1] fût traité.

Nulle part on ne saurait découvrir de traces d'écoles de dessin ou de peinture, parce que, loin de songer au développement de l'art, comme de nos jours, les maîtres étaient de simples ouvriers, entrepreneurs[2] ou travaillant en famille, et considéraient les commandes qui leur étaient faites comme une besogne manuelle qui devait leur donner la subsistance et non comme une sorte de capricieux délassement.

Il n'y avait pas alors des artistes faisant à l'occasion œuvre d'ouvrier, comme on le vit plus tard au XVIe siècle; il y avait bel et bien des artisans, convaincus et désireux de faire œuvre d'artiste, ce qui leur était parfois (trop rarement) permis, et qui, dans ces grandes occasions, s'élevaient au-dessus de leur sphère, par un effort d'enthousiasme et d'ambition.

De nos jours nous n'avons plus cette foi ardente et profonde, nous n'avons plus cette naïveté d'impressions, ce sincère élan vers un idéal qui pourrait faire comparer ces hommes primitifs à des sauvages admirablement doués, et cependant que verrait-on encore parfois, autour de soi, si l'on voulait s'en donner la peine? Des enfants sans maître aucun, débutent dans la carrière artistique par des essais étonnants de sentiment ou de couleur,

[1] Voir les contrats de Saladin de Scoenere à Gand, Thierry Bouts à Louvain (Comptes de Louvain, fol. 160, 1479-1480), et *Mémoires sur la ville de Gand*, par Dierickx, t. II.

[2] A. Wauters, *Histoire des environs de Bruxelles*, p. 178, et E. Van Even, *Louvain monumental*, p. 157.

des ouvriers sans éducation aucune, exécutent parfois des enseignes ou des portraits que l'on peut trouver burlesques, mais qui, incontestablement, possèdent souvent des caractères semblables à ceux des œuvres du haut moyen âge. Nous en avons vu produire sous nos yeux et cela nous a donné la conviction que la peinture dans ces siècles était autodidactique et, pour ainsi dire, sans éducation autre que l'impression de la nature guidée par la vue continuelle d'œuvres de même style.

On comprenait le rendu par le trait et la couleur, non par l'effet. La couleur ne s'enseigne pas, elle existe en germe dans l'organisation de l'artiste, et de nos jours, dans nos ateliers, on n'en fait pas éclore le sentiment, on cherche seulement à le développer et à le raffiner.

Éléments du dessin au XIVe siècle. — On ne saurait trouver, avant les Van Eyck, que peu de traces de dessins en clair-obscur ou de grisailles [1]. En revanche la ligne est remarquable et mérite de nous arrêter un instant [2].

La gravure n'existait pas encore et ne pouvait donner de modèle aux élèves. Les *ouvriers de peinture*, en fait de dessins, ne faisaient évidemment que ceux qui leur étaient utiles; par exemple, des cartons ou modèles pour sculptures ou tapis, ou le dessin de leurs tableaux, qui demandaient eux-mêmes un temps fort long.

Mais déjà ce petit nombre de dessins exécutés sous les yeux des apprentis constituaient un enseignement; serait-ce là tout ce que nous pouvons inférer de ce passage [3] de J. Gailliard, que les peintres de Bruges au XIVe siècle donnaient des leçons de dessin dans leur propre demeure? Évidemment non, car par le fait de leur accord avec leur apprenti, ils devaient mettre celui-ci à même de gagner sa vie par son métier et d'entrer dans la confrérie. Or le plus court et le plus sûr moyen était certainement celui de la peinture

[1] Les maîtres d'un ordre supérieur semblent avoir cependant préparé leurs enluminures par une grisaille très avancée dont le MS n° 11060 de la Bibliothèque de Bourgogne, par Jacquemart de Hesdin, exécuté vers 1400, offre deux beaux exemples; mais ce manuscrit laisse entrevoir aisément l'influence de la peinture italienne de Giotto et de son école.

[2] Voir plus loin les restrictions apportées à l'étude du dessin.

[3] Gailliard, *Éphémérides brugeoises*, p. 55.

en bâtiments ou industrielle, la plus demandée, la plus nécessaire et qui seule, en ce temps, pouvait mener à l'art les laïques.

Plusieurs métiers dépendant de la gilde nécessitaient des éléments de dessin, que les peintres étaient, plus que d'autres, aptes à donner [1].

J.-B. Van der Straelen [2] dit que les peintres donnaient souvent des leçons de dessin aux garçons orfèvres; c'était naturellement du dessin d'ornement ou linéaire.

En Italie les peintres de ce temps étaient orfèvres ou sculpteurs, ou même architectes et géomètres.

Il n'était pas rare chez nous, même à la Renaissance, de voir sortir un peintre des ateliers de sculpteurs ou d'orfèvres; il en fut ainsi de F. Floris, de Dürer, comme en Italie, de Baccio, de Cellini, Ghiberti, Brunelleschi, Verocchio, Ghirlandajo, etc.

D'un autre côté, les principes de la figure humaine étaient si peu connus, même des maîtres, que l'on découvre dans leurs ouvrages les fautes les plus grossières, et que, par l'opiniâtreté seule ils arrivaient à une correction relative.

Il faut considérer que les maîtres, étant surtout peintres de décoration et d'ornements, devaient chercher à tirer parti du travail de leurs apprentis, et ce n'était évidemment pas dans leurs rares tableaux ou miniatures qu'ils pouvaient le faire, tandis que la peinture, unie d'abord, et les ouvrages d'ornement, ensuite, leur donnaient l'occasion de se faire aider.

Or cette besogne ne pouvait que former la main, et laissait intact tout ce qui dépendait de l'enseignement théorique, intellectuel ou purement artistique. Mais le but en était de former sûrement un compagnon capable déjà de chercher le progrès dans des entreprises auxquelles il se faisait associer.

C'étaient de pareils compagnons que Colart de Laon, que J. Van Eyck, Coustain, etc., se donnaient comme élèves. — Il est certain que le dessin géométrique ou architectural était alors en grand honneur, car, dans tous

[1] *Jaerboek der Sinte-Lukas Gilde*, p. 73.

[2] Dans chaque métier le dessin était toléré, pourvu que l'on n'empiétât pas sur le domaine de la gilde de St-Luc.

les produits artistiques de l'époque, on observe qu'il était pour les peintres une préoccupation principale. C'était l'art le plus avancé, le plus sûr, le plus exact; il était le mieux apprécié et utile tous les jours.

L'étude du dessin ne se constituait que de géométrie et d'ornement linéaire. — Puisque les jeunes peintres étaient donc en mesure de devenir suffisamment dessinateurs sous le rapport géométrique, architectural ou ornemental, il ne manquait à l'enseignement du dessin que l'étude des proportions et des formes humaines pour répondre aux aspirations de l'art de leur époque (en ce qui regarde la ligne), car personne ne songeait alors encore à l'effet, ni à la théorie des ombres ou à la perspective.

Ce progrès, les maîtres étaient impuissants à le donner à leurs élèves; la preuve en est dans le manque absolu de proportions et de formes réelles que l'on trouve dans des tableaux d'artistes de grand mérite d'ailleurs, et cela même à l'époque de la plus grande perfection de l'art du moyen âge.

Il suffira de citer ceux de Thierry Bouts (dans la Justice de l'Empereur Othon) et même ceux des Van Eyck.

Pour les genres secondaires, nous sommes autorisé à dénier toute importance au paysage avant 1380[1].

Les genres secondaires étaient négligés. — Les fonds étaient le plus souvent quadrillés, dorés ou à échiquier, et un simple terrain ou de l'architecture en formait la partie pittoresque; sur le ciel d'or se découpaient des rochers ou des montagnes fortifiées d'une teinte plate et unie[2], sur l'avant-plan quelques herbes et plantes péniblement réunies figuraient la campagne.

Tout cela n'indique aucune étude, aucun enseignement, mais, au contraire, une inexpérience absolue, un véritable dédain des fonds, et une réminiscence incontestable d'œuvres étrangères.

Quant à la peinture d'animaux, elle était réellement grotesque au moyen âge et l'inspection de n'importe quel fragment de ce genre, que contient une œuvre gothique, prouve aussitôt à l'évidence que jamais le modèle vivant

[1] Waagen, *Manuel de l'histoire de la peinture*. Trad. L. Hymans et Petit, t. I, p. 55.

[2] Voir le retable de Broederlam au Musée de Dijon, le n° 4483 de la Bibliothèque de Bourgogne, les n° 4782 et 2893, 8536-8543, etc.

n'a été employé par l'artiste, et que c'était de mémoire seulement qu'il exécutait son travail. Mais il n'en était pas de même du rendu de la figure humaine : non-seulement elle était parfois le produit d'une imitation sincère, quoique souvent mesquine, mais on y découvre un sentiment soutenu et même le soupçon d'un vague idéal qui influe sur l'inspiration.

Influence byzantine. — Quel pouvait être l'idéal de nos artistes ?

Par les croisades, les Occidentaux avaient eu mainte occasion d'acquérir ou de conquérir de nombreux objets d'art byzantins ou d'un style analogue, que, par goût artistique ou par motifs de piété [1], ils avaient rapportés dans leur patrie.

Les relations régulières qui s'établirent entre le littoral flamand et les villes de l'Italie ne firent qu'augmenter ces occasions, et il est plus que probable que vers la fin du XIII[e] siècle, les églises et les chapelles, et même les châteaux des grands seigneurs devaient être ornés à profusion de pareilles œuvres qui étaient en même temps objets de luxe et de piété. Nous citerons comme exemple les Vierges de S[t]-Luc, ces madones byzantines si communes alors dans nos contrées.

Journellement les peintres pouvaient donc s'inspirer de modèles (soit germaniques ?) soit romano-byzantins, soit même orientaux, qui naturellement leur étaient proposés comme types dans les ouvrages que leur commandaient les seigneurs ou les religieux, et dont la vue devait opérer sur leur sentiment artistique une pression continue, de façon à produire enfin un style mélangé que nous pourrions nommer *franco-byzantin;* car nous ne devons pas oublier qu'ils étaient instinctivement portés vers la formule franque [2] dont il restait évidemment alors, aussi, des vestiges nombreux, en sculptures, châsses, diptyques ou miniatures.

Il serait difficile de déterminer si l'école germanique influa aussi sur notre art, mais il est certain qu'il nous venait d'elle de nombreuses œuvres.

[1] C. Cantu, *Histoire universelle*, t. X, p. 2; voir 1[er] feuillet du n° 11060 MSS, Bibliothèque de Bourgogne.

[2] Dinant, Liège, Huy, la Flandre avaient des relations commerciales suivies avec l'Angleterre et l'Allemagne, depuis le temps de Charlemagne, tandis que les seuls rapports avec le Midi furent la suite des croisades et des pèlerinages ; voir *Histoire du pays de Liège*, par F. Hénaux.

C'est ce style hybride que nous retrouvons dans les travaux du XIV[e] siècle et même encore au XV[e], car peu à peu il s'imposa, fit école, pour ainsi dire, et tint, comme nous l'avons dit, lieu de tradition, autant parce que les commettants conservèrent l'habitude d'indiquer aux peintres des types à imiter, que parce que ni les uns ni les autres n'avaient d'autre base pour se former le goût.

C'est ainsi que l'on comprend comment tous ces artistes semblent avoir travaillé dans le même sentiment. Il y avait en effet une influence plus forte que l'apprentissage, dans cette vue quotidienne au sein des édifices religieux [1] de formes sculpturales toujours les mêmes, de peintures conçues d'une façon identique ; et cette tension continue devait imprimer dans le cerveau des jeunes artistes une trace indélébile.

L'imitation est naturelle à l'homme et plus encore à l'artiste, qui subit aisément des influences diverses.

Mais à une même époque, sous l'action des mêmes idées et des mêmes mœurs, et la pression de tant de causes d'uniformité, il n'est pas surprenant que l'expression artistique semble se couler dans un même moule.

Quelle que puisse avoir été l'affluence des œuvres de l'école colonaise dans nos contrées, nous sommes convaincu que jamais nos artistes n'ont été inféodés à l'esprit germanique. Ces objets d'art étaient pour eux une sorte de tradition, un point de repère.

Ce vague idéal qui tourmentait nos artistes, c'était bien en Orient qu'il existait pour eux.

Les légendes des pèlerins et des navigateurs, le prestige religieux, la tradition byzantine, tout se réunissait pour leur parler d'un inconnu bizarre, éclatant, et pour exalter leur imagination.

Les types de l'art graphique étaient puisés dans la statuaire. — Sous le rapport des formes, la plus grande part d'influence était attribuée aux œuvres de sculpture et nous croyons pouvoir affirmer que ce fut de France que vinrent les modèles et les inspirations premières.

[1] Voir les grandes figures de l'église de S[t]-Sévère à Cologne.

Dès 1220 [1], Paris, Reims, étaient ornés de magnifiques bas-reliefs, de statues colossales ou tombales, et ce fut en France que les confréries d'artistes voyageurs laissèrent les plus beaux produits de leur ciseau.

Hâtons-nous de dire que ces confréries paraissent avoir été internationales [1], et qu'avant le XIIIe siècle, nulle part on ne fait mention d'autres artistes laïques.

Les constructeurs, d'ailleurs, ont été les subordonnés des personnages religieux qui ont attaché leur nom aux sculptures et aux travaux d'architecture.

C'est ainsi que pour nous l'art du XIVe siècle se relie à celui des confréries pieuses qui ont érigé les cathédrales du XIe.

C'est avec raison que Mr de Laborde attribue à la France l'influence primordiale sur les poses, les formes, le style, en un mot; mais il n'est pas, toutefois, absolument certain que ce style fût le produit direct de l'influence royale [2].

Se trouvant éloignés de la cour de France, il devait être difficile à nos artistes de s'assimiler le cachet des modes de l'époque; celles-ci passaient dans nos cours (un peu alourdies ou modifiées, il est vrai), mais cette inspiration ne suffisait pas pour donner ainsi un style général à toute une école.

La sculpture, dont le style était français, devint sans doute le *criterium* et le modèle des jeunes artistes [3], et les gens de la cour, dont les attitudes et les poses avaient *peut-être* donné les types de cette sculpture, devenaient dans la nature réelle les modèles inspirateurs des maîtres; mais ceux-ci nourrissaient en eux le souvenir de l'idéal byzantin qui planait au-dessus de toutes leurs préoccupations.

On ne peut certainement pas attribuer à l'imitation seule de la nature,

[1] Philippot Wiart entreprend les 36 stalles du chœur de la cathédrale de Rouen avec plusieurs ymaginiers flamands.

[2] *La renaissance des arts à la cour de France*, pp. xx et xxiii.

[3] M. Thausing constate ces rapports intimes de la sculpture et de la peinture (voir *Albert Dürer, sa vie et ses œuvres*, p. 71). Kraft et Wohlegemuth, marchaient d'accord; Dürer suivait le premier, autant que le second, et cependant, déjà alors, la peinture laissait derrière elle son initiatrice.

l'action entière sur le travail artistique; si l'on n'envisageait que les miniatures du XIVe siècle, la chose serait à peine possible; mais si l'on se rappelle que leurs auteurs produisaient des décorations toutes conventionnelles, il faut reconnaître qu'il y avait encore autre chose dans leur éducation.

La peinture était un métier exercé avec goût, mais a l'aide d'éléments professionnels et routiniers. — Nous ne devons pas oublier que les modèles de tapisseries ont joué dès lors un grand rôle dans les occupations journalières des peintres, et que ce travail était industriel, comme la décoration monumentale et comme l'ornement, c'est-à-dire qu'il n'était pas le résultat de l'imitation de la nature.

Prenons pour exemple un ouvrier décorateur de nos jours, dépourvu de toute instruction artistique et que l'on soumettrait à un apprentissage de quatre ans, dans des conditions spéciales, c'est-à-dire un travail varié, composé de calligraphie, de décoration ornementale, de compositions coloriées, le tout dans le style du XIVe siècle; n'est-il pas certain qu'il en arriverait à produire des ouvrages dignes d'être mis en parallèle avec la grande masse des travaux antérieurs au XVe siècle, au moins au point de vue de la pratique?

Il serait extrêmement difficile, si l'on n'avait pas la ressource de l'archéologie et surtout du costume, d'assigner un âge certain à des miniatures du VIIe et du VIIIe siècle, quand on les compare à d'autres du XIVe. Le procédé semble être le même et le système également.

La même comparaison peut se faire entre l'art chinois et celui du XIVe siècle, et l'on sera souvent étonné de découvrir dans certains *crêpons* de Chine un choix de couleurs, un caractère, un dessin même, absolument semblable à ceux de nos miniatures gothiques, à part le type tout asiatique des yeux et de quelques minimes détails. Nous avons fait cet essai fort souvent.

Or les Chinois ne dessinent point d'après la nature, car ils ont des yeux d'artistes, et ils la rendraient tout différemment. D'un autre côté, leurs compositions si variées, pleines de sentiment et de caractère, ne peuvent être un simple produit de la routine. Ils travaillent de mémoire, de sentiment, par une tension de leur intelligence vers la nature à laquelle ils rapportent

tout, et qu'en toute occasion, ils cherchent à s'assimiler par l'observation, comme forme et comme couleur. Seulement ils restent pendant toute leur vie astreints à un système pratique, uniforme, dont ils ne peuvent dévier, qui fait passer leurs impressions par le même moule, et qui, par un long apprentissage, devient chez eux, pour ainsi dire, une seconde expression naturelle.

Il en était de même chez nos anciens artistes, miniaturistes ou autres; une *histoire* hâtivement exécutée en un ou deux jours ne pouvait être étudiée d'après nature, ni même d'après des dessins préalables. La naïveté [1] de ces compositions prouve qu'elles n'étaient ni des copies ni des pastiches. Le peintre arrivait à l'habileté par des essais nombreux, tous dirigés par le désir impérieux de se conformer à l'*aspect* des travaux de son maître ou de ses rivaux, ou bien des miniatures qui lui étaient proposées comme modèles.

Il pratiquait un métier, et le désir d'être personnel devait céder devant les exigences de l'apprentissage, comme, par exemple, un menuisier est astreint à débiter son bois et à le raboter selon les usages adoptés.

Le style dont on était ainsi tenu de se rapprocher se montrait d'ailleurs en rapport avec les mœurs, le costume, avec les monuments de l'art, et la mémoire seule de l'artiste introduisait, comme chez les Chinois, de la variété dans les groupes, dans les personnages et les détails.

Influence de l'apprentissage manuel sur le développement de l'art pratique. — C'est dans la partie *professionnelle* de la peinture qu'il faut chercher le motif de tout ce que l'art du moyen âge peut offrir de général ou de conventionnel, et l'organisation des gildes a certainement eu une grande influence sur le développement de l'art pratique [2].

Les confréries, en venant jouer un rôle si important dans l'exercice du métier et dans la condition des artistes, ne pouvaient évidemment pas omettre d'en régler une des phases principales : *l'apprentissage*.

[1] Il y a de rares exemples de miniatures reproduisant d'autres travaux connus, mais ces copies sont une sorte de traduction libre telle que les dessins faits par des enfants d'après des gravures ou des tableaux.

[2] Oct. Delepierre, *Galerie d'artistes brugeois*. Bruges, 1840, in-8°. p. 6, et *Sanderus Flandria illustrata*, t. II, p. 148.

Seulement, si l'explication de leur conduite ne se trouvait pas dans les œuvres mêmes, on serait en droit de s'étonner qu'elles se soient bornées à s'occuper de l'enseignement d'une façon générale et réglementaire, et que dès les premières années, comme elle furent amenées à le faire plus tard, elles n'aient pas jugé convenable de soigner l'éducation artistique des futurs confrères.

Dispositions des gildes relatives a l'apprentissage. — Voici quelles étaient les dispositions généralement adoptées :

Tout peintre non encore admis dans la gilde était tenu de travailler pendant quatre ans chez un franc-maître en qualité d'apprenti, moyennant une redevance qui variait selon les localités et une épreuve effective ou fictive; il obtenait ensuite la franchise.

Cette redevance était d'ordinaire la moitié de celle de la maîtrise.

Les fils de maîtres jouissaient du privilège, à Tournai, d'être admis à vingt et un ans, sans apprentissage et sans épreuve; ils étaient exempts de la taxe d'entrée et ne payaient aux jurés que la moitié de la taxe ordinaire.

A Louvain ils pratiquaient librement au prix d'une livre de cire.

Les prérogatives politiques attachées généralement à la maîtrise étaient cause de la répugnance que l'on avait à admettre des étrangers.

On accordait parfois (à Bruxelles) dispense de l'apprentissage, moyennant une aumône à faire aux enfants trouvés. Dans cette ville, anciennement, l'épreuve n'était pas obligatoire; mais au XVe siècle on fit passer un examen aux aspirants à la maîtrise[1], en alléguant ce motif : qu'il était arrivé que des étrangers, aussitôt après leur admission, s'étaient fait payer d'avance une partie du prix des objets commandés et avaient quitté la ville, au détriment de leurs confrères que l'on avait arrêtés de ce chef.

La raison était puérile, car l'épreuve ne pouvait en rien atténuer ce mal et le but était plutôt, comme à Tournai, à Paris et dans toutes les autres localités où existait l'épreuve, d'empêcher l'affluence d'étrangers qu'attiraient la liberté relative et l'hospitalité en honneur à Bruxelles, où anciennement la gilde offrait un banquet aux récipiendaires.

[1] *Ordonnance du 20 juin 1453*, Archives de la ville de Bruxelles.

A Louvain, l'apprentissage était de trois ans; d'ordinaire il donnait lieu à la signature d'un contrat qui stipulait une somme à payer par le père de l'apprenti. Cet acte était rédigé par-devant les échevins et le maître s'y engageait à loger et à nourrir l'élève, moyennant une indemnité qui, en 1456, montait à 18 sols d'argent [1].

Il n'y avait pas d'épreuve à passer; mais comme il était ordonné que l'aspirant à la maîtrise devait être citoyen de Louvain et avoir appris la peinture dans cette ville, cet apprentissage même tenait lieu d'épreuve.

Si un apprenti quittait son maître avant le temps sans venir s'acquitter endéans les six semaines, il devait à la gilde 2 florins du Rhin la première année, 4 la deuxième année, et était obligé de le satisfaire avant de pouvoir travailler ailleurs.

Cette clause était fort grave et de nature à arrêter un jeune homme dans sa carrière.

A Malines, quatre années d'apprentissage chez un maître ou chez des maîtres différents étaient exigées.

A Mons, le chef-d'œuvre se composait de trois pièces faites en présence des maîtres connétables et des *regards*. Le magistrat avait la haute main sur la corporation et accordait parfois des privilèges d'exemption.

Les doyens fermaient aussi les yeux sur ces infractions au règlement.

Jean Dhervy de Valenciennes, qui peignait sous les ordres de P. Coustain, voulut travailler à son compte en 1471, mais il dut payer la maîtrise. Par considération pour son maître, varlet du duc, on lui fit grâce de l'apprentissage [2].

Les maîtres ne donnaient donc aucun enseignement véritable. — Les clauses mêmes que contiennent les règlements sur l'apprentissage et qui sont partout semblables, prouvent le peu d'importance de l'éducation dans l'art de cette époque. En effet, si l'on avait eu au XIVe siècle la moindre idée didactique, sur les moyens de développer les dispositions d'un élève, ou le moindre désir d'y arriver, on eût évidemment inséré dans les règlements de gildes quelque article relatif à l'enseignement.

[1] Éd. Van Even, *L'Ancienne école de peinture de Louvain*, pp. 21, 28 et 253.

[2] *Annales de la Société d'Émulation de Bruges*, 1866, t. I, p. 86, etc.

D'après les dispositions que nous venons d'énumérer tout était laissé à l'arbitraire du maître et au génie de l'élève; aussi les artistes vraiment distingués étaient-ils extrêmement rares; on peut même croire que sans des circonstances fortuites de protection religieuse ou seigneuriale ils seraient tous restés dans l'obscurité.

Mode de travail du maître et de l'élève. — Ainsi l'élève peintre, au XIVe siècle, travaillait avec son maître à toutes les besognes que celui-ci lui faisait faire.

Tout au plus aussi avancé que le peintre de la Casa Carolina à Pompéi, dans l'atelier duquel l'on voit un ouvrier broyant la couleur et un jeune homme qui dessine dans un coin, l'artiste de cette époque n'avait qu'un apprenti, quand ses enfants ne travaillaient pas avec lui [1], et cet apprenti, souvent tout à la fois broyeur, préparateur de panneaux, peintre en bâtiments ou traceur d'ornements, s'habituait par la nécessité à toute espèce d'ouvrage. Il était bien rare qu'il eût le temps de se livrer à l'étude qui consistait uniquement dans le dessin géométrique et perspectif, ou pour les cas exceptionnels, dans un dessin au trait d'après des sculptures; mais pendant les quatre ans de son apprentissage, il avait la faculté, tout en devenant un ouvrier rompu à toutes les besognes manuelles, d'apprendre assez de géométrie élémentaire pour oser lui-même entreprendre une œuvre en concurrence avec son maître, et qu'il exécutait un peu au hasard.

C'était un tâtonnement continuel, et quand le maître enfin se sentait sûr de sa pratique, c'est qu'il était arrivé par la routine à se former la main à des lignes et tons habituels, c'est-à-dire à s'interdire tout progrès. Un pareil système ne pouvait évidemment pas le mener loin et ne doit pas nous inspirer grand regret pour les ouvrages de cette époque qui sont perdus aujourd'hui [2].

Il y a dans les anciens statuts des corporations un article défendant aux

[1] Voir *Journal des beaux-arts*, 22e année, n° 6, p. 45. Notice de M. A. Everaerts sur le cadran peint par Q. Metsys.

[2] Le règlement de Tournai spécifiait les outils, les couleurs et les matériaux en usage dans le métier des peintres, et restreignait à cette liste leur faculté de travail; il y avait là une idée protectrice, mais aussi antipathique à tout progrès. C'était d'ailleurs bien là le caractère de la gilde de Tournai dont les coutumes soulevèrent au XVIe siècle des protestations véhémentes.

femmes, filles ou servantes des peintres de travailler avec eux sauf pour broyer les couleurs [1].

Mais cette disposition tomba bientôt en discrédit, vu la propension habituelle d'un ouvrier à employer ses proches, dans l'intérêt de son industrie. Mais ce ne fut naturellement que dans les travaux patients et minutieux, tels que la miniature, que les femmes purent s'employer utilement; et les quelques noms féminins que contiennent les registres doivent se rapporter à de semblables occupations.

C'est ainsi que nous trouverons à Bruges (1468) Babet Boons, béguine et enlumineuse, Agnès Van den Bossche, à Gand (1469), *schiltrigghe;* Marguerite Van Eyck, plus tard Catherine Pepyn, Catherine Van Hemessem, Liévine Bennings, à Bruges [2], et tant d'autres.

L'avantage que présente un travail isolé est celui d'exalter et d'absorber l'artiste, de le rendre capable d'éprouver une impression profonde et de produire des œuvres consciencieuses. A dater de 1410 environ, la peinture devint plus naturaliste et ce qui n'existait que dans les aspirations du peintre, composant de mémoire, passa à l'état de chose sensible.

C'était là un progrès immense que favorisèrent bientôt les voyages, les échanges d'idées, les grands travaux.

Premiers progrès dans l'art, provoqués par les confréries. — Mais il faut reconnaître que cette époque marquante fut préparée par l'influence lente et sourde du travail professionnel, de l'amélioration dans la condition des peintres et par-dessus tout par les confréries artistiques. En effet la voie décorative où nous avons vu s'engager les artistes du XIV[e] siècle, quoique leurs efforts personnels ne pussent dépasser un certain niveau, donna une vive impulsion au perfectionnement de l'habileté pratique, et on en éprouva les conséquences avantageuses dès que leurs successeurs, enfin maîtres du procédé, se retournèrent sérieusement vers la nature.

Résultats de la première période de l'existence des gildes. — L'art fit assurément un premier pas dans la période initiale de l'existence des gildes,

[1] *Ordonnancie der ambachten*, fol. 9, Archives communales de Bruxelles.

[2] Oct. Delepierre, *Annales de Bruges*, p. 142.

et les travaux que fit exécuter Philippe le Hardi ne furent pas étrangers à ce succès. Mais le but de l'art était toujours de se rapprocher de la tradition, et si de rares audacieux s'avisaient de remplacer par un paysage ou une perspective le fond uni, damassé ou à damier qui faisait ressortir leurs figures, ce champ nouveau était plat, découpé, peu naturel.

La bizarrerie du goût général est attestée par les accords ou les comptes des commettants qui semblent décrire un véritable coloriage en teintes plates d'or, d'azur, de vermillon, etc.; c'est l'éclat et la richesse des couleurs que l'on prise et non la finesse ou l'habileté d'exécution.

Le fond le plus habituel était un damier de deux couleurs ou orné de fleurs de lys sur *fond* d'or tel que nous en voyons de beaux exemples dans l'histoire de Richard (1399), au British Museum et dans quelques manuscrits de cette époque.

Qui fut le premier [1] à s'affranchir de cette routine dans nos provinces? il serait difficile même de le présumer, mais dans les travaux de Broederlam et dans les miniatures, nous voyons quelques compositions d'un style déjà assez naturel.

Le perfectionnement artistique pourrait donc nous être arrivé à cette époque de la Bourgogne, à la suite des souverains, et peut-être cette province qui avait des relations avec Paris et avec la Provence fut-elle en cela tributaire de Florence et de Giotto.

En 1356, Jehan Coste, qui exécuta sous la surveillance de Girard d'Orléans, de la décoration à personnages au château de Vaudreuil [2], Jacques le peintre, qui travaille aux environs de Dijon en 1370, Jehan de Beaunes en 1384, Arnout Picornet en 1387 (près de Dijon), Colart de Laon [3] en 1391, sont peut-être les vrais précurseurs de Melchior Broederlam, de Jean d'Orléans, de Malouel, d'Henri Bellechose (de Brabant), successeur de Malouel [4].

[1] Voir les MSS nos 11060, 2893 et 4483 de l'inventaire général de la Bibliothèque royale à Bruxelles.

[2] Cte de Laborde, *Les ducs de Bourgogne*, Preuves, pp. 286 et 460, t. III.

[3] Id. , Preuves 5708 et 7286.

[4] *Bibliothèque de l'école des chartes*, 2e sér., t. I, 1844-1845.

Charles V de France fut un des propagateurs de l'art naturaliste nouveau, de Cimabue et de Giotto.

On sait que le pape Clément V avait emmené ce dernier à Avignon en 1305. La nouvelle méthode pouvait donc déjà être en France avant 1350, mais elle ne se manifesta en Belgique que vers la fin du XIVe siècle.

Quand Philippe le Hardi put juger de la valeur de ses nouveaux sujets en fait d'art, il leur donna bientôt la préférence et ainsi se produisit cette deuxième époque qui nous mène jusqu'à l'invention de Jean Van Eyck.

Ainsi, au XIVe siècle, après une période primitive, autoritaire et religieuse, nulle au point de vue de l'enseignement, nous voyons s'établir un régime laïque, professionnel, relevant plutôt d'une association que de l'autorité, et sous lequel l'apprentissage est purement manuel et pratique.

LA PEINTURE AU XVE SIÈCLE, de J. VAN EYCK à Q. METSYS.

Pertes pour l'art. — L'avènement d'un duc de Bourgogne à la souveraineté de la Flandre d'abord, ensuite du Brabant, n'avait pas été le signal d'une prospérité calme et confiante pour nos provinces.

Pendant de longues années l'esprit remuant de nos communes qui semblaient atteintes d'une sorte de pléthore, et leurs démêlés avec leurs princes, devaient encore çà et là changer la face du pays et arrêter ou parfois détruire l'élan artistique que donnaient les corporations.

Il est certain que les révoltes nombreuses de nos cités indomptées causèrent des pertes irréparables à l'archéologie artistique et à l'histoire du pays.

En 1383, François Ackerman fit brûler les archives d'Audenaerde; dans les ravages successifs de Bruges, de Gand, de Liège, de Dinant, des Quatre Métiers, des châteaux féodaux, dans les luttes terribles dont le Limbourg, Liège, Namur et le pays tout entier furent le théâtre pendant tout ce siècle et le suivant, combien ne devons-nous pas avoir perdu de documents précieux? On sait que presque toutes les églises de Liège étaient ornées de

peintures [1]; que les évêques de Liège et leurs chapitres encourageaient les miniaturistes et les peintres héraldiques. Lucas de Heere cite dans sa chronique Engelbert et Corneille qui vendaient des images au commencement du XVe siècle.

Les manuscrits historiés de Jean de Stavelot [2] et les noms de J. Lambert, de Jacques de Libermé, de G. Hardy, N. Quento, Jean de Meuse, Jean de Werth, Laurent, etc, nous affirment toute une série de travaux intéressants disparus à jamais, et pourtant dans les archives de Liège il ne nous reste, çà et là, qu'un nom inconnu, tel que celui de Jean Rigal (1442), bien que nous sachions que la ville possédait des peintres nombreux; Antoine, auteur de plusieurs tableaux pour les églises de Liège, était sans doute le plus renommé d'entre eux en 1475, car c'était lui que la justice des échevins de Namur avait choisi pour exécuter un tableau qu'un bourgeois de cette dernière cité était condamné à payer [3].

Dans les provinces flamandes, l'essor artistique était indubitablement plus grand, et cependant là aussi presque rien ne nous reste des peintres antérieurs au XVe siècle.

Protection des princes. — Sous le règne de Philippe le Bon, la facilité croissante du procédé pratique, le nombre des artistes et leur rapidité d'exécution déjà sensible devaient les engager à se livrer à la peinture décorative. Les magnificences de la Cour de ce souverain et le luxe dont faisaient parade nos riches provinces, fournirent bientôt à ce côté de l'art des ressources innombrables; aussi vit-on les artistes, plus qu'au siècle précédent, se livrer tour à tour à la miniature, à la peinture de tableaux (*Taverneelkens*) et à la décoration intérieure ou à la confection de modèles de tapisseries.

Dès la fin du XIVe siècle, le luxe ne se borna plus à l'orfèvrerie et aux magnificences des tournois, mais se communiqua à la peinture et aux arts d'ornementation.

[1] Testament de Jean de Heren de Griengene en 1438, Archives de la province de Liège; voir aussi *Histoire de Huy*, d'après Laurent Mélart, par Gorrissen, p. 362.

[2] *Bulletins de l'Académie*, notice de M. Alvin, 1re sér., t. XX, 1853.

[3] A. Pinchart, *Archives des arts*, t. II, p. 158.

Les princes et les prélats, désireux de se former un train de maison digne des Cours souveraines, attachèrent à leur service des hommes habiles et ingénieux, capables en toute circonstance de leur prêter le secours de leur adresse et de leur esprit d'invention.

Dans les réceptions, les fêtes et les cérémonies, comme pendant les heures de loisir, ils utilisaient largement le savoir multiple de cette espèce de *factotums* qui, par une coïncidence curieuse, furent presque tous des artistes de quelque mérite. Il est même probable que leur habileté a d'abord attiré sur eux l'attention des seigneurs, mais il est certain aussi que leur imagination vive et déliée, leur caractère souple et leur présence d'esprit ont prouvé aussitôt ce qu'on pouvait attendre d'eux.

Hue de Boulloigne [1] gouverne la gaïole, l'horloge et les autres objets d'esbattement du château d'Hesdin.

En 1472, Pietre André est peintre et huissier de salle de la duchesse d'Orléans [2]. Presque tous les valets de chambre des ducs de Bourgogne pratiquent un art ou un métier quelconque.

Nous avons vu que ce fut surtout aux artistes qui s'occupaient de miniature que ces princes témoignèrent un véritable intérêt. Les trésors de leur *Librairie* existent encore pour le prouver. Leur émulation était d'ailleurs stimulée par l'exemple du duc de Bedford, du duc d'Orléans, des rois de France, et c'était entre eux une sorte de lutte de magnificence.

Colart de Laon, J. Dreux [3], n'étaient que les directeurs d'un atelier de miniature et de calligraphie, et les noms de S. Marmion, N. Spierinc, Jacq. Pilavaine [4], L. Leyder, Fruyt, et tant d'autres que l'on retrouve dans les comptes, n'étaient évidemment que ceux des auteurs des nombreuses miniatures inédites que nous admirons encore aujourd'hui.

D'autres *varlets* de chambre dirigeaient pour les princes des travaux de décoration d'appartement ou de meubles. Girard d'Orléans fait achever des

[1] Cte DE LABORDE, *Les ducs de Bourgogne,* Preuve, t. I, p. LV.
[2] Id. , Preuve 7033.
[3] A. PINCHART, *Archives des arts*, t. I, p. 103.
[4] Léon PAULET, *Jacmart Pilavaine,* Bruxelles, Decq, 1858.

ouvrages par Jehan Coste [1], Girard de Beaumeteau peint le char de la duchesse d'Orléans [2], etc. etc.

Le commerce heureux avait fait des bourgeois riches comme de grands seigneurs; les communes avaient une sorte d'existence propre qui leur permettait de se mesurer trop souvent avec leur souverain; en même temps avaient paru quelques artistes hors de pair, dignes en tout point de la faveur générale; aussi cette époque, marque-t-elle dans l'histoire de l'art un progrès véritable.

Situation de Jean Van Eyck a la cour du duc. — Ce fut le 19 mai 1425 que le duc Philippe nomma Jean Van Eyck son peintre en titre : la mort de l'évêque de Liège, Jean de Bavière, dont le grand artiste était le valet de chambre, venait de rendre celui-ci à la liberté. Le duc lui forgea de nouvelles chaînes dorées, mais dans des conditions inusitées de faveur et de gloire, car aucun autre peintre ne fut mis sur le même pied que lui dans notre pays, jusqu'au temps des archiducs Albert et Isabelle.

Et pourtant il resta toujours entre la noblesse et lui une de ces distances respectueuses qui semblent formées par un abîme.

Pendant son voyage en Portugal, il reçoit une somme de 160 livres, autant que les sires de Molembaix et de Morny [3], respectivement gouverneur de Lille et conseiller chambellan; mais dans l'ordre énoncé, il les suit, et marche immédiatement avant les écuyers, secrétaires, échansons ce qui, pour l'époque, paraît déjà une place fort honorable [4].

D'ailleurs il importe de se rappeler que si la famille Van Eyck n'était pas noble, elle tenait du moins par certaines attaches au monde des emplois, car un Henri Van Eyck, maître veneur de Jean IV de Brabant et Hollande, fut nommé en 1442 *espriveteur* [5] de Philippe le Bon et les ducs eurent plusieurs receveurs de ce nom.

[1] Cte de Laborde, *Les ducs de Bourgogne*, Preuve 7286.

[2] Id. , preuves 5516 et 5690.

[3] Gachard, *Rapport sur les archives de la chambre des comptes de Flandre à Lille*, p. 261, et Cte de Laborde, *op. cit.*, t. I, p. 251, n° 858.

[4] Crowe et Cavalcaselle, *Les anciens peintres flamands*, cc, t. II; complément-Annotations de MM. A. Pinchart et Ch. Ruelens, Bruxelles 1865.

[5] Van Mieris, *Groot charter boek van Holland*, t. IV, p. 159.

Philippe louait pour son peintre une maison appartenant à Jean Ravary; mais il en fit autant en 1428 pour un ouvrier chargé de soigner ses arcs et ses arbalètes [1]. Jean et Nicolas le Voleur qui étaient de simples décorateurs devinrent également peintres et valets de chambre du duc et le fils, Nicolas, toucha 100 livres par an, soit les mêmes gages que Jean Van Eyck. Une ordonnance de 1426 nous apprend que ce titre donnait droit à un valet à la livrée du duc, et à deux chevaux à gages.

Van Eyck était cependant privilégié; mais un tel privilège ne s'étendait ni à d'autres artistes de mérite, ni même à la famille du peintre lui-même, car, si le duc se fit représenter par le seigneur de Charny au baptême du premier enfant de Jean, il ne fit don plus tard, en 1449, à Liévine Van Eyck que de 24 francs pour payer sa dot de religieuse à Maeseyck, et cette médiocre libéralité est ainsi libellée : pour don que Mon dit seigneur lui a fait pour une fois, pour Dieu et en aulmosne, pour soy aidier à mettre religieuse, etc. [2].

Philippe et son fils avaient des favoris, de même que Louis XI, et voulaient bien regarder comme leurs compères, des parvenus tels que Coustain, venu pauvre à la cour et qui était riche de 10,000 florins de rente quand il fut décapité à Rupelmonde; « avoit de condition encore, qu'en chambre, Philippe se tenoit clos souvent avec valets et s'en indignoient nobles hommes » [3]. Notre peintre Van Eyck était l'un de ces valets, et d'après sa charge il devait servir le duc, avec le premier valet de chambre.

Ce titre avait été conféré à d'autres hommes de métier, horlogers, sommeliers etc., et plus d'un fut traité par le duc aussi bien que le fut Van Eyck.

Ainsi, Pierre Lombard, *orlogeur* reçoit une pension le 20 août 1436 [4], Gérard Loyet est qualifié d'orfèvre et valet de chambre de Charles le Téméraire.

Les trésoriers du duc n'avaient pas pour l'illustre peintre les mêmes

[1] Gachard, Rapport cité p. 268 : Chan. Carton, *Les trois frères Van Eyck, Jean Hemling*, etc., p. 39, etc.

[2] Cte de Laborde, *Les ducs de Bourgogne*, t. I, pp. xi et 395, n° 1407, Preuves.

[3] *Esloge de Chastelain*, dans Buchon, *Collection de documents*, etc., p. 29 l. XLII.

[4] Registre n° 46767, fol. lxxvij, v° de la chambre des comptes, aux Archives du royaume.

égards que Philippe lui-même, qui devait leur ordonner itérativement de lui payer l'arriéré de ses gages.

On aurait donc tort de croire que le succès de quelques artistes leur permit de s'élever au-dessus de leur condition et de montrer des tendances aristocratiques. Rogier Van der Weyden, « maistre ouvrier de peinture de Bruxelles », ainsi que l'appelle l'abbé de Cambrai, resta toute sa vie un bourgeois considéré, et son titre de peintre de la ville n'eut pour effet que de lui permettre de porter le manteau sur l'épaule droite, tandis que les ouvriers et valets le portaient sur la gauche, et de lui faire octroyer un *derdendeel* de drap, au lieu d'un *vierendeel* comme les architectes.

Thierry Bouts, peintre de la ville de Louvain, recevait chaque année une robe, comme les autres *meesterwercliedlen* et *overste cnapen van der stadt*, il avait en plus droit à 90 plecken pour la doublure et à un pot de vin après chaque procession à laquelle il était obligé d'assister. Il épousa en 1473 la veuve d'un boucher, et deux de ses filles se firent religieuses, ce qui était d'ordinaire le moyen de sortir d'une position fausse ou équivoque.

Cependant l'art jouissait à Louvain d'une considération exceptionnelle et plusieurs patriciens le pratiquèrent dès le commencement du XVe siècle ou s'allièrent à des familles de peintres.

Il n'est pas certain non plus que Jean Van Eyck ne finit pas par tomber en disgrâce. Dans tous les cas, son successeur, Daniel Daret en 1449 fut valet de chambre aux honneurs, mais sans gages, et depuis, l'emploi perdit beaucoup de son prestige [1].

Situation pécuniaire des peintres. — Les peintres, au XVe siècle, étaient mouleurs, maîtres de cérémonies, conducteurs de travaux, ornemanistes, organisateurs de cortèges et de processions, entrepreneurs de fêtes publiques, fournisseurs de l'armée, costumiers et acteurs de mystères [2]. On en voit livrer à l'occasion, des masques, des tentures, des étoffes pour bannières, des perruques. En 1549 nous trouvons encore Pierre Pourbus se chargeant

[1] Cte de Laborde, *La renaissance des arts à la Cour de France*, t. I, p. xxvii.
[2] Id. id. id. t. I, p. 93.

de fournir des costumes, et des accessoires, à une société de rhétorique pour la joyeuse-entrée de Philippe II à Bruges [1].

Toutes ces circonstances nous indiquent une condition absolument plébéienne et une protection qui ne dépassait les bornes d'un achat ordinaire que dans des cas exceptionnels.

Examinons si la situation pécuniaire des artistes se modifia sérieusement au XVe siècle.

En ce qui concerne les travaux purement décoratifs, nous possédons les meilleurs documents pour en établir la valeur comparée à celle d'ouvrages d'une autre nature.

Dans les Preuves de M. le comte de Laborde [2] nous trouvons les prix de main-d'œuvre pour des peintres de diverses catégories. Ainsi, parmi les maîtres estimés, qui travaillèrent aux décors des entremets de Lille et de Bruges, Jean Hennecart, peintre du duc, Simonnet Marmion, venu d'Anvers, Pierre Van Elle et son varlet, Saladin d'Audenaerde « en regard d'être venu à cheval » Frans Stock, maistre ouvrier de peinture de Bruxelles, sont payés à raison de 16 et 24 sols par jour.

Jacques Daret, le chef de l'école tournaisienne en reçoit 20 et Hugo Van der Goes ainsi que Godard d'Anvers, 14 sols par jour. Voilà les plus hauts prix, réservés sans doute à des hommes de grand mérite, car le taux ordinaire des compagnons est de 10 à 12 sols.

Jean de Boulloigne, varlet et peintre du duc, touche cette somme, de même que Luc Adriaen et Henri Bastin portés l'année suivante sur le liggere de la corporation de St-Luc à Anvers, ce qui fait croire qu'ils n'étaient encore que compagnons. D'autres ouvriers, en grand nombre, reçoivent 6, 8, 9 et 10 sols par jour, sans doute pour les ouvrages courants les plus ordinaires.

En dehors de ces prix, Pierre Coustain et Colart le Voleur qui probablement dirigeaient les travaux en qualité de *varlets* touchent d'après un accord

[1] Comptes du Franc de Bruges, Archives de la Flandre occidentale (1548-1549).

[2] De Barante, *Histoire des ducs de Bourgogne*, t. X, p. 254; Cte de Laborde, *Les ducs de Bourgogne*, preuves, p. LXXIX et table 556; *Chronique métrique de Chastelain et de Molinet*, par le baron de Reiffenberg, 1836, p. 136-151.

fait, 20 livres chacun. Ces prix sont pour nous une excellente base d'appréciation.

Salaire des miniaturistes. — Par exemple, si nous envisageons à ce point de vue les travaux de miniature, nous voyons en 1452 Jehan Dreux, enlumineur et *varlet* des ducs obtenir 110 livres 8 sols pour six mois de gages, soit un peu plus de 13 sols par jour, pour histoires, enluminures et *escriptures*. (S. Van Valgaerden aussi écrivait et enluminait ses livres [1].) On sait que les enlumineurs laïques étaient le plus souvent chargés de livrer les fournitures, le parchemin, la reliure et les fermoirs des manuscrits, ce qui les obligeait à employer divers ouvriers. Ils se faisaient même aider dans l'exécution de leurs miniatures [2].

En 1467, Loys Leyder est payé à 18, 12, et 24 sols l'histoire [3], c'est-à-dire, le travail supposé d'un jour; G. Weylant, à 24 sols par composition. Les grandes lettres sont calculées à 2 gros ou 12 deniers pièce, soit quelquefois le même prix que l'on payait la peinture d'un écusson en 1424 et auparavant [4].

En 1454, Jean le Tavernier, enlumineur d'Audenaerde, reçoit pour une Crucifixion avec 6 vignettes, 2 écus $^1/_2$, c'est-à-dire le salaire de cinq jours environ; pour une madone avec enfant, un écu $^1/_2$; pour trois histoires de Troie, un écu, ce qui revient à 16 sous l'histoire; pour une lettre d'or il n'obtient que 4 deniers [5].

En 1470, Jean Hennequart reçoit 36 sols pour une grande histoire avec vignettes et devises, et 24 sols pour une composition sans vignettes; 8 sols pour cent lettres de deux points, fleuries [6].

On voit que vers le règne de Philippe le Bon, la profession des miniaturistes avait déjà diminué la valeur du travail de chacun d'eux, et qu'il n'y avait plus d'avantage matériel à préférer la miniature a la peinture décorative,

[1] A. Pinchart, *Archives des arts*, etc., t. II, p. 103.

[2] Voir l'estimation du manuscrit de J. Van Battel, A. Pinchart, *Archives des arts*, t. II, p. 215.

[3] Cte de Laborde, Preuves 1950 et suivantes.

[4] Voir Michel Morel, Preuve 914, *Les ducs de Bourgogne*, par le Cte de Laborde.

[5] Cte de Laborde, *op. cit.*, Preuve 4021.

[6] Id. , Preuve 4035.

ce qui explique pourquoi plus d'un enlumineur s'occupait parfois, comme Simon Marmion, d'ouvrages tout à fait industriels.

En 1467, ce S. Marmion toucha 100 livres comme à compte sur la somme de 490 livres, 15 sols, de 40 gros de Flandre, à lui due pour trois ans de travail à un bréviaire, ce qui établit son salaire à 18 sols par jour [1].

Il est à remarquer aussi que les travaux industriels, voire même de badigeonnage, semblent avoir été au moins aussi lucratifs que la peinture de figures et de tableaux.

En 1459, à Malines, Jean de Hollander peint (au prix de 4 livres de Brabant), sur un dais, diverses figures, et deux fois le sujet de l'Ascension [2].

En 1451-1452, il peint la châsse de St-Rombaut qu'il garnit de drap d'argent, et colorie le grillage de la chapelle du Saint, pour 4 livres, 8 sols de gros; il décore un salon d'histoires (les trois âges du monde) pour 2 livres, 10 sols de gros. En 1454-1455 il peint un sujet sur mur, décore les poutres d'un plafond, blanchit et peint les murailles et un crucifix, retrace divers sujets de la Bible et de l'Évangile, le tout pour 4 livres, 4 deniers de gros.

Valeur des tableaux. — En 1475, Antoine de Liège [3] obtient pour un grand tableau (le jugement de Jésus-Christ), sur estimation d'ouvriers à ce *cognoissans*, 40 florins du Rhin, somme qui fut portée à 55 florins par faveur spéciale.

Le florin fut un moment très en faveur à cette époque et valut, dit-on, jusqu'à 48 sous.

A ce taux élevé, le travail d'Antoine, qui ne pouvait durer moins de six mois, vu le fini exigé à cette époque, ne lui eût rapporté que 14 sous par jour.

Il est donc probable que, sauf des exceptions assez rares, les artistes qui peignirent les tableaux anciens de nos musées ne furent pas mieux payés de

[1] Preuve, n° 1922, t. I, p. 496.

[2] Em. Neeffs, *Histoire de la peinture et de la sculpture à Malines*, t. I, p. 109.

[3] Registre n° 10948, fol. xxvij, v° de la chambre des comptes aux Archives du royaume et fol. xliij, v°.

ce chef que les peintres qui exécutaient surtout des travaux de bâtiment.

Th. Bouts fit en 1468 ses deux grands tableaux de la Justice d'Othon, pour 230 couronnes, de 72 Philippes [1]. Son grand travail du Jugement dernier, qui dura près de cinq ans (avec des reprises, il est vrai), fut estimé par H. Van der Goes à 306 florins, 36 plekken [2], ce qui rabaisse sa journée à celle d'un médiocre apprenti.

Il est vrai que le nombre croissant des artistes devait opérer de brusques écarts dans les prix des œuvres de longue haleine.

N. Van der Meersch, de Gand [3], fut infiniment mieux payé de son tableau vendu au chevalier Vilain (516 livres parisis), soit quatre fois les émoluments annuels du receveur du duc, J. Mansel (140 livres parisis) et cinq fois le traitement annuel de Jean Van Eyck, à moins que ce tableau ne lui coûtât aussi plusieurs années de travail.

De toute façon le salaire d'un ouvrier peintre de dernière catégorie suffisait amplement à ses dépenses, car 6 sols par jour étaient un taux très convenable.

La pension de Hue de Boulloigne était de 6 sols par jour en 1449 [4].

L'entretien d'un maître ouvrier de la ville de Louvain coûtait en 1423, 8 sols par jour, ce qui était aussi le salaire quotidien de Mathieu de Layens, en 1462 [5].

La pension de l'astronome de Bourgogne était en 1475 de 50 livres par an, infiniment moindre que les gages d'un apprenti peintre [6], et l'entretien d'un reclus à Louvain en 1455 [7] était évalué à 2 ½ plecken par jour, soit moins d'un sou.

Enfin Josse Metsys [8] demanda une pension de 4 sols par jour à la ville de Louvain qui ne lui accorda que 12 sols par semaine.

[1] *Messager des arts*, 1833, p. 18.
[2] A. Wauters, *Thierry Bouts*, Bruxelles 1863, p. 24.
[3] A. Siret, *Dictionnaire des peintres*.
[4] Cte de Laborde, *op. cit.*, Preuves, t. II, p. 215.
[5] Éd. Van Even, *Louvain monumental*, pp. 38, 68, etc.
[6] Preuves, t. II, n° 4043.
[7] Comptes de la ville, fol. 49, v°.
[8] Éd. Van Even, *Louvain monumental*, pp. 177, 186, etc.

Ces articles peuvent servir à déterminer la position d'un peintre au XV[e] siècle. Malgré le prix des matières colorantes, de l'or, etc., ce métier eût été l'un des plus lucratifs, si l'ouvrage n'avait jamais manqué; mais la nature vulgaire de bien des travaux auxquels se livraient des artistes de haute valeur prouve qu'il n'en était point ainsi.

Nous voyons également qu'en général la valeur du travail du peintre avait diminué depuis le XIV[e] siècle, mais dans la même proportion d'ailleurs que les autres métiers.

Jusqu'au milieu du XVI[e] siècle on vit, comme au temps de Philippe le Hardi, des sculptures peintes être payées sur le même pied pour la peinture que pour la sculpture [1].

Rogier Van der Weyden, le Vieux, en 1439, peint pour 40 ridders, un bas-relief dont la sculpture avait coûté 38 ridders [2]. Cela donne la mesure d'une haute estime pourle travail du peintre, mais aussi d'un engouement véritable pour un travail assez peu artistique en somme.

En 1448, le retable de l'abbaye de Flines fut payé à raison de 60 livres pour la peinture et 73 pour la sculpture [3].

En 1451, J. Van der Goes peint, à Delft, une image en bois de la Vierge, pour 16 sous, et le sculpteur obtient 28 sous de gros [4].

En 1441 [5], une statue en bois de Notre-Dame, coûte 28 saluts d'or et le coloriage de cette pièce, le même prix. Un tabernacle, 216 plekken et la peinture 270 plekken.

Avec les premières années du XV[e] siècle se montre la peinture de portraits. Vranque, peint à Malines (1413-1414) le portrait de Catherine de Bourgogne [6]. En 1417 la comtesse de Hainaut fait peindre le sien par Pierre de Mons, au prix de 10 écus d'or de Hollande [7].

[1] A. Pinchart, *Archives des arts*, t. I, p. 247.
[2] Id, id. t. I, p. 115.
[3] Id. id. t. I, p. 45.
[4] Id. id. t. I, p. 247.
[5] Comptes de la ville de Louvain, fol. 110, v°.
[6] Archives de Lille. — L'Angleterre semble nous avoir devancés de beaucoup sous ce rapport; voir Georges Scharf, *Observations on the Westminster abbay. Portrait of the King Richard II. Fine arts quaterly review*, 1867; voir aussi Waagen, *Treasures of art*, III, s. 150.
[7] A. Pinchart, *Archives des arts*, t. I, p. 157.

En 1419, Jean Martins et G. Van Axpoele retouchent des peintures murales à l'huile dans la maison échevinale de Gand (les portraits des comtes, semblables à ceux qu'on a découverts à Courtrai).

De quelle nature était la protection des souverains. — L'habitude de faire retracer sa ressemblance est évidemment fort ancienne, mais les preuves matérielles en sont infiniment rares, et c'est à dater de l'époque brillante des Van Eyck qu'elle entra définitivement dans les mœurs, grâce surtout à la protection des grands, parmi lesquels il faut noter d'abord Philippe le Bon. Ce prince était-il vraiment épris des arts? Il y a lieu d'en douter, car dans ce cas, il eût été assez puissant et assez riche pour leur imprimer un élan vraiment grandiose, bien que son siècle marque un progrès immense sur ses devanciers.

Il a plutôt été entraîné par la valeur extraordinaire de quelques hommes qu'on lui avait fait remarquer, et surtout de ce Van Eyck, dont l'invention semble avoir révolutionné le monde artistique à cette époque.

Un souverain qui marchait de pair avec les rois de France et d'Angleterre et dont le faste étonnait toute l'Europe, pouvait-il laisser échapper une telle occasion de s'enorgueillir du génie de l'un de ses sujets? Quoi qu'il en soit, il est acquis à l'histoire qu'il encouragea J. Van Eyck et plusieurs autres peintres, que non-seulement sa dévotion se traduisit en de nombreuses commandes d'œuvres destinées au culte, mais que pour son goût personnel il fit exécuter [1] plus d'un tableau profane sans compter les miniatures de sa *librairie* et les décors de ses fêtes.

Avant lui, la maison de Bourgogne s'était déjà distinguée par ses donations pieuses : son fils, le comte de Charolais, suivit son exemple, et les maisons religieuses puisèrent si largement à cette source de libéralités, qu'elles y gagnèrent pour leur propre compte le désir de faire travailler les artistes.

En effet, en 1414, 1433, 1440, les ducs donnèrent des verrières et des tableaux à de nombreuses églises [2].

[1] Facius, *De viris illustribus*, etc., p. 46, etc.

[2] A. Pinchart, *Archives des arts*, t. I, p. 178, etc., t. II, p. 251, etc.; voir aussi A. Wauters, *L'Ancienne abbaye de Villers*, 1856. p. 89.

En 1456 le comte de Charolais, imitant son père, commanda une verrière pour la chapelle de Notre-Dame de Grâce, près Bruxelles.

Luc Codde et Luc Ariaens en firent pour l'église Ste-Catherine à Breda et pour celle de St-Brice à Tournai. (Nous ne mentionnons que les commandes principales.) Il est bon de remarquer que vers cette époque l'art de la peinture sur verre fit tout à coup de grands progrès et que Jean Van Eyck, dit-on, venait de découvrir les émaux à deux couches qu'il avait substitués aux verres colorés dans leur masse [1].

La noblesse suivit naturellement l'exemple du souverain. En 1426 la famille Kinschot, de Lierre, donne à l'église de St-Gommaire une verrière faite par un Louvaniste, N. Van Goethem [2]. (On sait que les voiriers de Louvain étaient renommés.) Cette générosité fut imitée successivement par le sire de Imlicorte, par Godefroid Vilain, par l'évêque de Bourbon, le sire de Selencourt, le seigneur d'Immerzeele, le chevalier Jean Colibrant, Ch. d'Affaitadi, le prélat de St-Bernard [3].

En 1425, Jean Van Rode fait peindre des sujets religieux dans l'église de St-Sauveur, à Gand.

Les monastères dont la richesse était proverbiale ne purent se soustraire à la contagion du luxe nouveau et commandèrent eux-mêmes les travaux qui leur manquaient [4].

Les chartreux de Notre-Dame de Scheut firent exécuter, vers 1464, de nombreux manuscrits et des miniatures dès leur installation dans ce couvent [5]. A cet égard les monastères de Groenendael, Rouge-Cloître, Hérinnes, Sept-Fontaines, méritent également d'être cités. D'ailleurs, les inventaires faits après les dévastations du XVIe siècle prouvent combien de richesses artistiques les maisons religieuses avaient déjà amassées vers cette époque.

[1] *Mémoire sur le commerce aux XVe et XVIe siècles*, p. 32; voir DE REIFFENBERG, *Histoire de la peinture sur verre aux Pays-Bas.*

[2] A. BERGMANN, *Geschiedenis der stad Lier*, p. 114.

[3] Id. id. id.

[4] A. WAUTERS, *L'Ancienne abbaye de Villers*, 1856, p. 89; Archives de Gand, *Jaerregister*, fol. 59 et 75; Éd. DE BUSSCHER, *Recherches sur les anciens peintres gantois du XVe siècle*; DIERICKX, *Mémoires sur la ville de Gand*, t. II, pp. 115, 255, 345, etc.

[5] A. WAUTERS, *Histoire des environs de Bruxelles*, t. I, p. 36.

Jusque dans les villages les plus reculés, cette influence se faisait sentir dans le sens de la décoration pieuse.

En 1430, Jean Van Caudenberghe et Marc Van Ghistele peignent, au prix de 11 livres de gros, un polyptique pour l'église de Ruysselede [1].

En 1455, les habitants de Zonnebeke obtiennent une chapelle à condition de la décorer convenablement à leurs frais [2].

En 1460, Gherolf Van den Moortele exécute un tableau d'autel pour l'église d'Everghem lez-Gand.

En 1465, Gilles Van Everen, peintre de Bruxelles, en fait un pour celle du village de Brecht [3], etc...

Ces travaux plus en vue, plus librement exécutés et représentant des sujets qui intéressaient la généralité, mirent le comble à la réputation de quelques artistes de mérite qu'avait distingués la faveur des magistrats.

Dès lors, la bourgeoisie aisée comprit quel devait être son rôle dans l'encouragement de l'art qui entra enfin dans le domaine populaire et nous prépara peu à peu les grandes manifestations de la Renaissance.

Caractère industriel de la peinture en général. — Mais la partie de la peinture la plus positive était toujours celle qui avait provoqué l'éclosion de l'art laïque : la peinture industrielle était pratiquée, pour ainsi dire, par tous les peintres et ceux-là étaient rares qui pouvaient s'élever jusqu'à des travaux artistiques et vivre ainsi de leur pinceau.

L'ornementation décorative avait progressé en même temps que l'art proprement dit; on faisait toujours peu de différence entre l'art et l'industrie, et encore moins entre le commerce et le métier artistique.

En 1410, le verre peint coûtait le double du blanc, c'est-à-dire 6 sous parisis le pied [4] Les tapisseries historiées se traitaient à l'aune; il en était encore ainsi en 1560, ce que nous voyons par l'inventaire des biens du comte d'Egmont.

[1] Dierickx, *op. cit.*, t. II, pp. 115, 255, 343, etc.
[2] J. Diegerick, *Inventaire des archives d'Ypres*, 1868, t. VII, p. 151.
[3] P.-Th. Moons Van der Straelen, *Vlaemsche school*, 1859 p. 175.
[4] A. Pinchart, *Archives des arts*, t. I, p. 69.

Michel Van Coxcyen se fit payer des cartons à 3 sous le pied comme un décorateur du XVe siècle.

La miniature même avait un caractère industriel, car S. Marmion, N. Spierinc et leurs confrères se chargeaient de la reliure, de la livraison du parchemin et même du port des livres à destination. Longtemps après, même en 1504, le relieur Antoine de Gavre était chargé par Philippe le Beau de restaurer les miniatures et les lettrines d'un manuscrit [1]; on n'avait donc pas encore une idée bien nette de la séparation de l'art et du métier.

Parmi les premiers exemples de décors exécutés dans un but profane, nous devons noter l'organisation de l'Ommegang de Louvain : en 1391, Rombout de Hynghene; en 1401, Jean de Graven et les peintres en titre de la ville qui leur succédèrent, composèrent des engins et des peintures destinés aux ébattements populaires.

La décoration qui servit pour l'entrée de Jean sans Peur à Malines, en 1405, se composait de blasons, de branchages et de tentures [2]; mais en 1412-1413, comme décors d'une joute, nous trouvons, outre des trophées et des emblèmes blasonnés, quatre figures.

En 1414, Roger de Bruxelles reçoit 8 gros pour douze petits écussons armoriés, pour les députés gantois [3].

En 1429, Arnould Van Voorspoele [4], décorateur du cortège populaire de Louvain, exécuta beaucoup de figures décoratives, sans doute sur toile, car elles furent transportées de l'hôtel Van Rode aux Halles de Louvain.

Il est probable, d'après les documents publiés sur les *entremets* de Lille et de Bruges, que les blasons et les ornements formaient la partie la plus importante de l'ouvrage décoratif qu'exécutèrent à cette occasion les nombreux artistes embauchés dans les villes principales. Mais en 1477 [5] Mathieu Van Roden peignit des figures allégoriques pour l'entrée de Maximilien à Gand.

[1] A. Pinchart, *op. cit.*, t. I, p. 61.
[2] Comptes de la ville de Malines, 1405-1406 et 1412-1413.
[3] Edm. De Busscher, *Recherches sur les peintres gantois du XIVe et du XVe siècle*, p. 53.
[4] Éd. Van Even, *L'Ancienne école de peinture de Louvain*, p. 27.
[5] Edm. De Busscher, *Recherches sur les peintres gantois du XIVe et du XVe siècle*, p. 112.

De 1468 à 1474, à la Joyeuse-Entrée de Marguerite d'York à Gand, Daniel de Rycke, H. Van der Goes et leurs apprentis décorent de blasons et d'ornements la ville de Gand, et le second peint des figures [1].

De 1493 à 1498, Corn. Van der Goux exécute des peintures décoratives du même genre pour la Joyeuse-Entrée de Philippe le Beau et de Jeanne de Castille à Gand, et en 1495, lors de leur entrée à Anvers, les régents de la gilde de St-Luc font orner la Grand'place des figures de Vénus, de Junon, Pallas, etc. [2]. Cette mention nous conduit directement au goût italien commençant déjà dans les œuvres de Jean de Maubeuge et de Q. Metsys.

On pratiquait, ainsi que nous l'avons déjà vu plus haut, la collaboration pour les travaux décoratifs, que le plus souvent un peintre entreprenait, sauf à s'adresser à des compagnons en nombre suffisant pour l'aider; mais il n'en était pas de même dans la peinture de tableaux, où cet usage n'entra qu'au XVIe siècle.

Ces travaux, de nature diverse, prouvent d'un côté que les ouvrages purement artistiques n'étaient pas en nombre suffisant pour faire vivre les artistes; de l'autre, que des hommes dont nous pouvons encore apprécier la valeur par les tableaux qu'ils nous ont laissés, trouvaient tout naturel de consacrer leur temps à des occupations serviles que dédaignèrent leurs successeurs, à l'époque où l'on commença généralement à établir une distinction entre l'art et les travaux de peinture purement manuels.

Comme dernier et curieux exemple du peu de scrupule que les peintres officiels éprouvaient à se livrer à des ouvrages vulgaires, nous citerons encore Baudouin Van Battel, peintre en titre de la ville de Malines (1465-1508), qui entoura le perron de l'hôtel de ville de dix figures dans un but assez étrange que les comptes mentionnent comme suit : *Ome dat men aldaer niet pissen soude* [3].

D'ailleurs, ce qui montre que les magistrats n'avaient pas encore pour les artistes de mérite les égards que professèrent plus tard leurs successeurs, c'est la sévérité des pénalités qu'encourut Nabur Martins, à Audenaerde, où il fut

[1] Edm. De Busscher, *Bulletins de l'Académie*, 2e sér., 1858, p. 191.

[2] Rombouts et Van Lérius, *Liggere de la gilde de St-Luc à Anvers*.

[3] Em. Neeffs, *Histoire de la peinture, etc., à Malines*, t. I, pp. 132-136.

obligé de terminer son tableau, sans quitter la ville, sous peine d'une livre de gros d'amende pour chaque absence constatée. Pour un autre tableau destiné à l'église de Lede, il fut menacé de la suspension des franchises du métier, et de plus, de 6 livres d'amende. Parfois il était question de prison comme, par exemple, en 1466, pour Daniel de Rycke, à propos de ses peintures faites pour l'évêque de Cambrai.

Ainsi donc nous sommes autorisé à dire que si l'on appréciait assez généralement la valeur des œuvres d'art, on ne se piquait pas de bienveillance envers leurs créateurs. D'ailleurs à l'étranger la mansuétude ne semble pas avoir été plus grande; les Clouet n'obtinrent des lettres de naturalisation qu'en 1541, plus de vingt ans après leur installation en France!

Foires, ventes et expositions. — Comment le germe du talent d'un artiste pouvait-il être distingué par les Mécènes et comment celui qui n'avait pas le bonheur d'être attaché à un maître en renom ou en relation avec les grands, parvenait-il à attirer l'attention sur ses productions? Par les mêmes moyens que ceux que l'on emploie de nos jours, c'est-à-dire l'exposition, les ventes publiques, l'entremise des marchands.

Dans les ordonnances des magistrats communaux, comme dans la relation de Guicciardini, dans les archives des villes, on reconnaît l'existence des expositions d'œuvres d'art, soit dans les églises, soit dans les foires, soit dans les maisons particulières. On sait que l'Agneau Pascal fut exposé publiquement le 6 mai 1432 [1].

Les marchés ou foires étaient au moyen âge, pour ainsi dire, les seuls moyens de transactions commerciales. Avant 1450, les artistes colportaient eux-mêmes leurs ouvrages, ou bien leurs femmes en tenaient boutique. En 1460, il y avait à Louvain un marchand de tableaux : « Nicolas Van Holland [2], coopman in schilderien. » Un acte échevinal mentionne la livraison de deux châssis (remen) travail de peinture.

[1] Voir A. Pinchart, *Les historiens de la peinture flamande*, etc., ccvi; et Vrientius dans *Sanderus De Brugensibus eruditionis fama claris*, Anvers, 1624, in-4°, p. 59.

[2] Éd. Van Even, *L'Ancienne école de peinture de Louvain*, p. 78.

Dès 1419, il y avait des marchands de couleurs, mais qui les livraient brutes sans s'occuper du broyage [1].

La corporation était alors un inappréciable bienfait pour les peintres, car les amateurs, désireux de s'adresser à eux, avaient par cette institution toute facilité pour obtenir des doyens les renseignements désirables et pour entrer en relation avec les artistes de chaque ville, mais l'initiative appartenait à l'amateur et il fallait d'autres moyens pour éveiller le goût du public indifférent et pour exciter l'émulation parmi les protecteurs de l'art.

Ces moyens, on les chercha par l'intermédiaire des marchands et par l'exposition en public des œuvres de peinture.

La première foire spécialement destinée aux tableaux eut lieu sur le Pand à Anvers, en 1460. C'était une sorte de galerie dépendante de l'église de Notre-Dame et divisée en compartiments que louaient les marguilliers à des peintres et sculpteurs qui s'en servaient en guise d'ateliers. Au milieu s'étendait un terrain qui servit de marché aux deux gildes réunies d'Anvers et de Bruxelles; car les chapelains de cette dernière confrérie furent députés aux marguilliers de Notre-Dame pour stipuler l'accord définitif en 1481 [2].

Les places dans ces foires ou marchés étaient distribuées par la voie du sort et se renouvelaient tous les trois mois, au moyen de jetons qui restaient en la possession des jurés.

Les échoppes ne purent dépasser la longueur de 7 pieds à la foire de Gand en 1305; toutes celles qui se trouvaient dans les rues devaient être placées dos à dos [3].

L'accord stipulait en 1480 que l'on forcerait tous ceux qui colportaient des tableaux à étaler à la foire d'Anvers qui devait durer deux ans; chaque pied de terrain coûtait deux gros de Flandre.

Cette foire était organisée pour un terme de 32 ans après les deux premières années. L'étalage se faisait sur deux rangées; on devait fournir aux exposants tout le nécessaire, et aux organisateurs une chambre pour se tenir et une place pour les tréteaux, tentes, etc.

[1] Cte de Laborde, Preuve 586, 580 et 516, t. I.

[2] Archives d'Anvers, 13 novembre 1481. Registre parchemin, n° 1, fol. VIII à X.

[3] Devigne, *Mœurs et coutumes des corporations*, etc., p. 45.

Une ordonnance du sous-écoutète Lancelot Van Ursscle indique quelles espèces d'ouvrages on y exposa : tables d'autel, tableaux, statues, tabernacles, retables peints et non peints.

En dehors de ces expositions spéciales, les peintres et marchands d'objets d'art pouvaient, comme les autres commerçants, étaler et vendre leurs marchandises aux foires annuelles et populaires de la ville où ils étaient inscrits sur les registres de la corporation, mais les doyens surveillaient avec un soin scrupuleux la vente d'œuvres importées de l'étranger. En 1514, Josse Sammeling, peintre à Gand, fut condamné par les échevins de la Keure pour vente illicite d'objets d'art, hors du temps de la foire franche de la mi-carême [1].

Les artistes habitant des localités éloignées ou de peu de ressources envoyaient parfois leurs ouvrages dans les grandes villes pour être taxés et exposés aux regards du public.

En 1463, Guil. Goestelinc, de Grammont, exposa à Gand, dans l'église de St-Nicolas, un tableau d'autel ayant pour sujet la Nativité [2].

En 1513, Philippe Van Orley, de Bruxelles, apporta à Louvain un carton pour tapisseries et l'exposa à l'église de St-Pierre [3].

Il faut croire que, dès lors, le commerce des brocanteurs faisait déjà du tort aux peintres, car en 1504 les régents de la gilde d'Anvers obtinrent *derechef* l'autorisation de faire dans la chambre de la corporation des ventes de tableaux et d'accessoires de peinture sans être tenus de passer par l'intermédiaire des fripiers ou de les indemniser de ce chef. Il est vrai que ces derniers, qui formaient une corporation importante, s'attribuaient sans doute la part du lion dans ces sortes de transactions.

Il y avait un autre débouché plus en rapport encore avec nos mœurs modernes : la loterie officielle. Les archives de Malines contiennent une pièce datant de 1479 et qui n'est autre que l'annonce d'une loterie de tableaux ouverte par la ville de Bruges (*de lotinge van der scrooderye*).

[1] Edm. De Busscher, *Recherches sur les peintres du XVIe siècle*, p. 242.

[2] A. Siret, *Dictionnaire des peintres*.

[3] Éd. Van Even, *Louvain monumental*, p. 181.

M. Scourion a trouvé un cahier de loterie tirée en 1445 et à laquelle a participé la veuve de J. Van Eyck [1].

Cependant il est à supposer que ce procédé était assez rarement employé encore à cette époque; en revanche, le siècle suivant nous en offre plusieurs exemples qui prouvent que, du monde officiel, la loterie d'objets d'art était passée dans les mœurs et que les marchands en firent bientôt abus.

Insuffisance de l'enseignement artistique. — Dans le chapitre consacré au XIV[e] siècle [2], nous avons vu de quelle façon les peintres traitaient leurs élèves et comment ceux-ci parvenaient à atteindre péniblement la maîtrise. Ces usages ne changèrent pas beaucoup durant tout le XV[e] siècle; la naissance du naturalisme et les progrès du goût nécessitèrent pourtant quelques modifications de détail. Si les maîtres, comprenant mieux la dignité de leur talent, s'occupaient moins du métier vulgaire, ils étaient loin d'en écarter leurs élèves, car c'était sur ceux-ci qu'ils se déchargeaient de la plupart des travaux serviles et l'on ne voit plus autant cette sorte de promiscuité entre le maître et les ouvriers qui, au XIV[e] siècle, interviennent comme ses égaux dans des commandes absolument incompatibles avec l'art [3]. Jean Van Eyck abandonne les ouvrages vulgaires à ses varlets auxquels Philippe le Bon distribuait des largesses. Rogier Van der Weyden peint un tableau

[1] C[te] de Laborde, Preuves, p. ci, *Les ducs de Bourgogne*, t. I.

[2] L'album de Villard de Honnecourt (publié par O. Lassus) donne, ainsi que nous l'avons dit plus haut, de curieux détails sur la façon dont procédaient les artistes des XIII[e] et XIV[e] siècles pour établir leur dessin d'une façon géométrique. La formule variait selon le sujet, mais le procédé restait borné à certaines figures simples, telles que le triangle, le carré, la croix, qui ne pouvaient manquer d'amener de la raideur dans les poses, mais qui s'unissaient bien au travail architectural. Villard était architecte et l'on ne peut considérer son procédé comme généralement employé. Dans certains manuscrits on trouve des figures au trait qui dénotent une vue d'ensemble plus naïve et plus spontanée; mais on y reconnaît cependant encore toujours une base d'études et de travaux linéaires et géométriques.

[3] Selon les statuts de Tournai, publiés par M. Pinchart, il était défendu d'apprendre le dessin autrement qu'avec un franc-maître et sous le régime de S[t]-Luc, et, si l'élève n'était pas apprenti du métier, il ne pouvait se livrer à autre chose qu'au dessin Pendant un an ou deux, le maître avait le droit de l'utiliser à son usage personnel, mais uniquement pour le dessin; les enfants de francs-mureliers, brodeurs, graveurs de lames, tapissiers, etc., pouvaient recevoir de leurs pères seuls les leçons de dessin relatif à leur métier.

pour l'abbé Jean le Robert, mais Hayne, jeune peintre, est chargé d'en orner le cadre [1].

Hugo Van der Goes cesse de se livrer à la peinture décorative après le milieu de sa carrière.

Thierry Bouts a treize élèves connus et ne s'occupe que de la peinture d'histoire.

Memling est un bourgeois riche et considéré de Bruges [2]. C'est l'origine d'une aristocratie artistique qui grandit avec les siècles.

Il faut reconnaître que, pendant ce même temps, les peintres secondaires continuaient à suivre les errements anciens, et que chez eux l'apprentissage jusqu'au XVII[e] siècle resta ce qu'il était au commencement de la peinture. Mais à tout mouvement il faut des meneurs et il est évident que quelques artistes extraordinaires et considérés comme tels par leurs concitoyens dominèrent leur époque, autant par leur génie personnel que par certaines innovations dans l'enseignement.

Naissance du dessin a effet. — Ainsi les Van Eyck attribuaient une grande importance à la grisaille et exécutaient des dessins finis à effet. Avant eux, il n'existe que peu de grisailles : en 1383, Philippe le Hardi en fit exécuter à Malines en peinture sur verre [3]. Notons celles de Francon Van Endout dans la même ville [4].

Au contraire, à dater de 1420, il en existe des exemples assez nombreux, soit dans les miniatures, soit dans les tableaux anonymes. On peut citer celles de Simon Marmion, à Valenciennes [5], celles des Van Eyck [6], celle de Rogier Van der Weyden à l'hôpital de Beaune, celles qui décorent l'extérieur du martyre de S[t]-Hippolyte et les deux volets du S[t]-Christophe de Memling [7], celles de la galerie du roi de Hollande, etc.

En général, le progrès du dessin à effet indique que le goût s'épure.

1 C[te] de Laborde, Preuves, p. lix, 1[er] vol.

2 Notice de M. Weale, *Journal des beaux-arts*, 1861.

3 De Reiffenberg, *Nouveaux mémoires de l'Académie*, 1832, t. VII.

4 Em. Neeffs, *Histoire de la peinture et de la sculpture à Malines*, t I, p. 97.

5 A. Pinchart, *Archives des arts*, t. II, p. 204.

6 Musée de Bruxelles, galerie T. Baring, etc.; voir Crowe et Cavalcaselle, *Les anciens peintres flamands*, t. I, pp. 106, 153 et 179.

7 A l'Académie de Bruges.

Le tableau commencé de S[te]-Barbe, du Musée d'Anvers, les dessins de Van Eyck, du Louvre et du British Museum sont des travaux merveilleux dont la vue quotidienne seule était déjà pour les apprentis un élément puissant d'éducation. Il est certain que si l'un des *varlets* de ces peintres était chargé du broyage des couleurs et de la préparation des panneaux, les autres, selon leur habileté, devaient, sous les yeux du maître, s'occuper de travaux plus relevés.

Calligraphie et enluminure. — Nous ne voyons pas Jean Van Eyck imiter Colart Le Voleur, Pierre Coustain et les autres varlets de chambre qui entreprenaient des ouvrages décoratifs. En revanche la gilde de Bruges comptait de nombreux enlumineurs [1] et il ne manque pas de manuscrits dont on a le droit d'attribuer les miniatures aux Van Eyck et à leurs élèves.

Lambert Van Eyck était dépêché par son frère, au duc, pour certaines besognes indéterminées qui semblent se rapporter à la librairie; enfin il est presque certain que Marguerite, leur sœur, s'occupait d'art.

Toutes ces circonstances rapprochées nous font croire que les élèves ou compagnons des Van Eyck travaillaient à des enluminures.

Ce travail permettait l'emploi de mains différentes, même d'artistes peu habiles, vu les prix séparés des histoires, des lettrines, des vignettes, des petites lettres et d'autres ouvrages accessoires; de plus c'était une préparation naturelle à la peinture de tableaux finis [2].

Il est indubitable que les artistes chargés d'enluminer des manuscrits n'y travaillaient pas seuls, que les travaux à l'huile des Van Eyck devaient leur prendre un temps fort long, le tableau de l'Agneau leur ayant coûté quatre ans.

M. le comte de Laborde a découvert un miniaturiste du nom de Jacques Undelot, qu'il attribue comme élève à Rogier Van der Weyden. Si les peintres de cette époque avaient, comme celui-là, songé à signer leurs travaux, il est certain que nous trouverions au bas des vignettes des manu-

[1] C[te] de Laborde, *La renaissance des arts à la Cour de France*, t. I, p. 19.
[2] Id. id. id. t. I, p. 169.

scrits de Bourgogne, plus d'un nom d'élève marqué sur les registres des corporations [1].

On négligeait absolument la copie. — Les maîtres faisaient parfois des répétitions de leurs ouvrages quand ceux-ci avaient du succès [2] et déjà leurs meilleurs élèves les copiaient parfois avec certaines modifications propres à leur inspiration personnelle [3]; mais dans l'école flamande, il y a fort peu d'exemples de cette façon d'agir. Nos peintres du XVe siècle étaient-ils dominés par une sorte d'amour indépendant de la nature qui les portait à mépriser l'imitation des ouvrages d'un confrère habile, ou bien plutôt les commettants tenaient-ils à faire exécuter des tableaux selon leur propre goût personnel, souvent agrémenté de détails absurdes? Telle était sans doute l'une des causes du peu d'emploi que l'on faisait de la copie, car en plusieurs circonstances nous voyons des artistes, S. de Scoenere, T. Bouts, etc.[4], suivre les indications détaillées d'un contrat.

De plus, chaque maître n'ayant qu'un seul apprenti légal (les autres étaient des ouvriers), et devant livrer ses œuvres après achèvement, il n'était pas donné beaucoup de latitude aux copistes.

Cependant Memling semble avoir copié dans l'Adoration des mages, de l'hôpital de Bruges, la composition de l'Annonciation de Van der Weyden à Munich.

Le bréviaire Grimani contient des réductions des tableaux de Memling et existe lui-même en réduction à la Bibliothèque de Bourgogne. P. Cristus, dans un tableau du Musée Staedel à Francfort, a reproduit le tapis de la madone de Lucques, de Van Eyck, et sur les montants antérieurs du trône de la Ste-Vierge, l'imitation d'Adam et Ève du Musée de Bruxelles.

La Descente de Croix de H. Van der Goes a deux éditions, la Madone de Van der Paelen aussi; le martyre de St-Hippolyte également; mais les copies semblent aussi authentiques que les originaux.

[1] Voir Preuves, t. I, p. 358, n° 1234.

[2] Crowe et Cavalcaselle, *Les anciens peintres flamands*, t. I, p. 120.

[3] Cte de Laborde, *La renaissance des arts à la Cour de France*, t. I, p. 135.

[4] Dierickx, *Mémoires sur la ville de Gand*, t. II, p. 257; et Éd. Van Even, *Louvain monumental*, etc., p. 140.

Les éléments du peintre étaient le dessin décoratif ou calligraphique. — Naturellement un varlet n'entrait pas chez un artiste de la valeur des Van Eyck sans avoir acquis des éléments pratiques suffisants, tout au moins pour se livrer soit à la peinture décorative, soit à la calligraphie [1], selon la direction de ses aptitudes.

Et comme nous l'avons vu plus haut, les principes du dessin géométrique étaient en usage journellement chez les peintres les plus vulgaires et l'emploi de la plume leur était familier [2].

D'après le règlement de la gilde de Gand, en 1463, les scribes faiseurs de vignettes (*verlichters met de penne*) étaient bien distincts des peintres (*schilders met de pencheele*) et leur étaient inférieurs en position, car ils ne payaient, comme entrée, que le quart de la rétribution due par ceux-ci, auxquels étaient réservé le droit de faire des miniatures [3].

Le naturalisme n'était pas encore assez développé pour permettre les études sur le vif à des apprentis.

Il n'en faut d'autre preuve que les tableaux et portraits que les maîtres exécutaient avec une patience et un soin minutieux, et en particulier les deux académies de Jean Van Eyck (les volets de l'Agneau) qui se présentent à nous plutôt comme un tour de force et une excentricité magistrale que comme des études anatomiques que les mœurs et les préjugés interdisaient au vulgaire.

L'enluminure s'étayait sur des croquis. — Mais l'art était déjà assez libre pour permettre aux élèves des croquis à la craie ou au charbon, des dessins de petite dimension d'après nature, pour servir de jalons à leurs compositions enluminées.

La besogne d'atelier était toute de patience, comparable à un travail d'horlogerie, mais les croquis n'allaient point encore jusqu'au dessin complet, tel que l'entendaient les contemporains d'Albert Dürer, d'Holbein, sinon on en eût conservé du moins quelques-uns.

[1] Cte de Laborde, *La renaissance des arts*, etc., voir *Notices sur Poyet, Vérart*, t. I, pp. 273 à 275.

[2] Cte de Laborde, Preuve 4665, *Les ducs de Bourgogne*.

[3] *Ordonnancien en wysdommen der dekenen van de neringen van Gent*, Archives communales de Gand.

Regardés comme des essais sans valeur, ils ont été anéantis sans remords. D'ailleurs le parchemin était cher et le papier rare [1].

La peinture demandait une grande habitude du dessin industriel. — C'était simplement comme contours relevés de teintes plates que les artistes de cette époque faisaient ces patrons ou cartons sur papier, modèles de bas-reliefs à sculpter ou de tentures d'orfèvrerie ou d'architecture, tels que ceux de Jehan Hennequart, de Hubert Stuerbout, etc.

En 1481, le plan sur papier d'une tour, fait par ce dernier, fut exposé à l'église de St-Pierre à Louvain [2]; il fit des modèles pour les bas-reliefs de l'hôtel de ville.

Les croquis d'artistes en voyage nous sont prouvés par ceux de Wohlgemut [3]. Jean Van Eyck ne peignait pas d'après nature toutes les parties de ses tableaux, bien que l'on puisse croire au premier abord qu'il en fût ainsi. Ses fonds de paysages représentant des arbres de Portugal n'étaient certainement faits que d'après des dessins exécutés pendant son voyage : son architecture était dessinée d'après des châsses ou des monuments, mais ses figures étaient *peintes* tout à fait d'après nature. Seulement il suivait le modèle avec un parti pris, un système, pour ainsi dire, sous le rapport de la lumière, chose que prouve l'examen attentif de ses ouvrages.

La couleur s'appliquant du premier coup exigeait un dessin préalable très minutieux : il n'y avait pas de *repeints;* le procédé à l'eau d'œuf les permettait difficilement, et les premiers essais à l'huile encore moins. Si on les trouve dans les tableaux italiens d'Antonello de Messine, c'est que la dessiccation des couleurs était favorisée par le climat. Aussi J. Van Eyck ébauchait-il très net et achevé [4]. On peut s'apercevoir aussi que les maîtres

[1] Le traité de C. Cennini montre la manière de préparer les tablettes qui servaient pour le dessin. Le plus souvent c'était une sorte d'ardoise qui ne recevait que le dessin nécessaire au moment du travail; il en était ainsi à l'époque de Giotto pour les fresques. Au XVe siècle on fit de nombreux dessins sur papier, mais considérés surtout comme de vrais patrons, ils n'ont pas été conservés.

[2] Éd. Van Even, *Louvain monumental*, p. 185.

[3] M. Thausing, *Albert Dürer, sa vie et ses œuvres*, p. 51.

[4] K. Van Mander, *Het leven der schilders*, p. 202.

colonais, par exemple, dessinaient en hachures serrées et glaçaient au-dessus de ce dessin leurs draperies de couleur, etc...

Il est positif que l'on peignait les portraits d'après nature, mais que l'on usait de la ressource des croquis pour les établir et ne pas rendre les séances [1] trop fastidieuses, et que l'on faisait parfois des masques, des moules en cire coloriée et en papier mâché [2], procédé que l'on n'employait point antérieurement au XVe siècle, dès les premières années duquel l'habileté pratique semble avoir fait des progrès surprenants.

L'habileté décorative avait fait de grands progrès. — C'est avec une véritable stupéfaction que nous lisons dans le compte [3] de Fastré Hollet, par exemple, toute l'énumération détaillée des ustensiles, des matériaux employés à l'occasion des entremets, par les meilleurs artistes.

Ces travaux répondaient, dimension à part, à ce que nous appelons aujourd'hui la décoration théâtrale : la peinture à la colle, les vernis à la glaire d'œuf, l'assiette pour dorure, les paillettes et les fleurs de pâquerettes à coller sur le mordant, tout indique une expérience de cette sorte de travail et une ingéniosité que l'on n'a pu dépasser jusqu'ici [4].

Fort peu de peinture à l'huile fut exécutée en cette circonstance et d'après tous les renseignements du compte, cette décoration devait être brillante, mais d'une durée éphémère.

Plus tard, pendant tout le règne de Charles V, plus d'une anecdote nous prouve la généralisation du procédé à l'eau et des travaux décoratifs.

L'habileté avec laquelle Jean Gossart, chez le seigneur de Vère, avait imité sur papier le dessin et la texture d'une étoffe, ne montre en lui que le successeur de Colart de Laon, de Jean Hennequart, de Jean Malkin, de Broederlam [5] et de tant d'autres varlets de Philippe le Bon chargés de contrefaire des étoffes; les images coloriées qui avaient éveillé la vocation

[1] Cte de Laborde, *La renaissance des arts à la Cour de France*, t. I, pp. 59 et 60.
[2] Id. p. 48 et Preuve 1182.
[3] Id. *Les ducs de Bourgogne*, Preuve 4747.
[4] Id. id. id. 4657, 4747 et 4794.
[5] Id. id. id. 53, t. I.

de Quentin Metsys [1], les compositions en détrempe qui commencèrent la réputation de P. Coucke, de P. Breughel et de la plupart des artistes de leur temps sont la suite naturelle des décorations du XV[e] siècle et nous expliquent la disparition d'un nombre immense de peintures qui n'ont eu aucun rapport avec les iconoclastes.

Si nous rapprochons mentalement de travaux ainsi entendus (auxquels prenaient part des miniaturistes, tels que Hugo Van der Goes, S. Marmion, etc.), ce qui nous reste de l'art de cette époque, nous reconnaîtrons que les principes de la peinture au XV[e] siècle ne pouvaient se composer que de la routine du peintre d'ornements, alliée à l'imitation minutieuse de la nature, quand l'artiste pouvait se procurer des modèles.

Les maîtres seuls peignaient d'après nature. — Nous avons les preuves de l'emploi d'hommes d'armes [2] comme modèles vivants en 1491, par l'enlumineur de Louis XI, Jean Bourdichon [3], qui peignait aussi des bannières et des meubles; il y a aussi les dessins et peintures faits par Jean Perréal, pendant l'expédition de Louis XII, et par-dessus tout, l'imitation naïve de modèles vivants par Quentin Metsys, dans son admirable tableau du Musée d'Anvers [4]; mais tout cela appartient déjà en propre à l'époque appelée ordinairement Renaissance.

Cependant cela nous indique que la difficulté de se procurer des modèles et la nécessité d'avancer le travail journalier étaient les seules causes qui poussaient les artistes peu fortunés du moyen âge à peindre parfois quelque fragment d'idée ou d'après un simple croquis, et pour les figures, à se borner le plus souvent à reproduire les traits d'un proche parent ou d'un ami.

Aussi les principes du dessin élémentaire, loin de s'appliquer à la figure humaine, ou à la sculpture, comme plus tard, ne dépassaient les figures

[1] Les images paraissent avoir joué un rôle assez important dans les débuts de peintres du XV[e] siècle; en 1468, Hugo Van der Goes et Josse Van Wassenhove se portent garants pour le payement du quart de franchise exigé d'un enlumineur d'images, Alexandre Bening; voir Edm. De Busscher, *Recherches sur les peintres gantois des XIV[e] et XV[e] siècles*, p. 111.

[2] M. Thausing, *Albert Dürer, sa vie et ses œuvres*, p 177.

[3] C[te] de Laborde, *La renaissance des arts à la Cour de France*, t. I, p. 173.

[4] Voir aussi M. Thausing, *op. cit.*, p. 437.

géométriques que lorsqu'il y avait nécessité de reproduire quelque fragment de la nature et cela quand l'élève était déjà assez habile pour être de quelque utilité à son maître.

Pour contester cette insuffisance des éléments du dessin, il faudrait évidemment attribuer quelque valeur à la forme dans les chefs-d'œuvre de l'époque, chose qui ne serait pas possible en présence des tableaux des Van Eyck, de Van der Weyden, etc., et à plus forte raison devant ceux de Van der Meire et de tous les peintres secondaires.

D'après Facius [1] Jean Van Eyck était savant, versé dans la lecture des auteurs anciens et surtout en géométrie; cette dernière assertion nous semble incontestable, si l'on entend par géométrie le dessin linéaire ou ornemental, car la science exacte de la perspective lui faisait complètement défaut; P. Uccello, Jacopo Bellini et d'autres Italiens sont infiniment au-dessus de lui en ce genre.

Se mesurer avec la nature vivante était alors considéré comme le *nec plus ultrà* du talent, et le peintre expérimenté pouvait seul en avoir l'audace. Les conseils des maîtres ne portaient que sur l'ingéniosité pratique, les élèves devaient presque tout à eux-mêmes, et le goût peu éclairé de leurs contemporains ne voyait encore l'art que dans la patience et les infinies petitesses.

Les ressources manquaient a nos peintres pour étudier la nature selon leur désir. — Par le fait du climat, des préjugés de l'époque et des mœurs du pays, nos peintres ne jouirent jamais ici de la liberté d'allures qui distinguait les artistes de la péninsule [2], et si nous voyons F. Lippi, Masaccio, G. da Fiesole, nés au milieu des ruines du monde romain, reproduire la nature vivante, comme on pourrait la comprendre de nos jours, ce n'est point par simple maladresse que R. Van der Weyden, Van der Goes et T. Bouts nous offrent souvent une anatomie impossible, des contorsions, des chevaux grotesques, c'est par manque de ressources, de modèles ou d'encouragement. Leurs draperies d'anges qui voltigent sont des pièces d'étoffes neuves, déployées à terre pour la circonstance, leurs Christs des-

[1] *Liber, De viris illustribus*, in-4°, 1745, p. 46.
[2] Voir M. Thausing, *Albert Dürer sa vie et ses œuvres*, pp. 173 et 174.

cendus de la croix, paraissent être des mendiants souffreteux qu'on a décidés à poser patiemment; leurs enfants divins, de petits rachitiques, qu'ils cherchent parfois, en vain, à rendre plus gras et mieux proportionnés. Certains portraits de hauts personnages sont péniblement faits d'idée [1], et l'on rencontre dans le même tableau des fragments évidemment copiés d'après nature et d'autres sur lesquels n'a jamais passé la comparaison avec le modèle. Enfin, l'on y reconnaît la lutte de la passion pour la vérité avec tous les obstacles d'un état social dominé par le préjugé.

Les moeurs de l'époque entravaient le progrès de l'art. — La surveillance rigoureuse qu'exerçaient alors sur les mœurs les inquisiteurs diocésains, les habitudes de piété que nous remarquons chez les ouvriers employés aux travaux hâtifs des entremets de Bruges, les tendances générales de l'époque, enfin, tout nous explique les lacunes qui existaient dans l'éducation des artistes.

Perfectionnement des études artistiques. — Après l'apprentissage, il y avait pour la plupart des ouvriers un laps de temps, un arrêt forcé que nous nommerons compagnonnage, pendant lequel, tout en gagnant leur pain par leur travail, ils pouvaient se perfectionner par l'expérience propre et par une collaboration assidue avec des maîtres; mais surtout par les voyages dans des villes voisines, où leur transplantation dans un autre lieu ouvrait des ressources nouvelles à leur industrie. La sphère de ces pérégrinations était bornée et par là même le progrès limité.

Ce ne fut que vers la fin du XV[e] siècle que l'influence du Midi, si propre à élever le niveau artistique de nos peintres, commença à se faire sentir, et c'est à cette circonstance que nous devons un nouveau progrès dans l'art de notre école.

Mais ces voyages d'étude n'étaient pas exempts de difficultés, ni de frais, et quand une occasion favorable se montrait au peintre pour s'établir dans une ville étrangère, il avait à compter avec la corporation et à lutter souvent contre les obstacles qui lui interdisaient la franche maîtrise.

[1] *Portrait d'Agnès Sorel,* par Foucquet, au Musée d'Anvers; voir aussi *OEuvres de Jean Foucquet,* Curmer, Paris 1865; et Woltmann, *Geschichte der Malerei,* 1879, p. 77.

Une sentence de Philippe le Bon[1], datée de Hesdin en 1444, montre que les métiers des grandes villes étendaient leurs privilèges au delà de leurs limites, quand il leur était possible. Le duc ordonnait que dorénavant il ne pourrait y avoir à l'Écluse que deux peintres ayant deux ou trois ouvriers et apprentis et ne pouvant vendre en gros sous peine d'une amende de 50 livres.

Voici d'ailleurs quelles étaient les difficultés que rencontrait un ouvrier de peinture voulant se perfectionner au dehors ou aller vivre de son pinceau à l'étranger.

Il lui était onéreux, sinon interdit, de transporter avec lui des modèles, des études ou des tableaux devant servir à le faire connaître, car à Louvain, par exemple, personne ne pouvait introduire en ville une œuvre de peinture sans avoir payé 2 florins du Rhin.

Comme de plus nul ne pouvait y pratiquer la peinture sans être admis au métier et avoir payé une somme de 12 sous, prix d'une livre de cire dont le maître était responsable, on conçoit qu'il était ainsi indispensable à un compagnon étranger de se remettre en apprentissage chez un maître, ce qui offrait de nombreux inconvénients, quand on ne parvenait pas à être admis chez un artiste de mérite. C'est sans doute ainsi que T. Bouts compta successivement treize apprentis, qui peut-être étaient déja doués d'un talent réel.

Dans la plupart des villes il y avait des dispositions analogues : à Bruxelles, les étrangers ne pouvaient exercer leur état pendant plus de quatorze nuits, sans être sujets à rétribution; passé ce terme, ils devaient verser 4 sous par an, pour les frais de la messe de St-Luc et se faire inscrire au métier[2].

L'amende d'un vieil écu était infligée à ceux qui travaillaient sans être inscrits ou qui allaient travailler chez un autre maître sans autorisation[3].

A Bruges il était nécessaire d'être admis dans le métier, ce qui ne s'obtenait que moyennant le titre de *poorter*, la redevance de 40 escalins de gros pour

[1] *Annales de la Société d'émulation de la Flandre occidentale*, 3e sér. t. I, p. 57, etc.; *Keuren, livre d'admission et autres documents inédits concernant la gilde de St-Luc*, par Dés. Van de Casteele.

[2] *Ordonnancie der Ambachten*, fol. 49 et suivants; *Ordonnance du 13 décembre 1465.*

[3] *Ordonnance du 20 juin 1453*, Archives de la ville de Bruxelles.

l'apprentissage et la franchise, et 26 gros au Serment : il fallait de plus connaître le métier, *metter hand.*

A Audenarde, un ouvrier, faisant un travail de commande avec un franc maître, était tenu de payer 5 escalins parisis au profit du Saint, sous peine de 20 escalins parisis d'amende à payer par le maître.

A Tournai, il fallait prendre une lettre de marchand pour vendre au public les produits de son art.

A Liège, après quinze jours de travail, tout ouvrier ou apprenti étranger devait payer 2 couronnes de France et faire acte de soumission au métier [1].

Le livre de corporation de St-Trond, commencé en 1461, nous apprend que les peintres étrangers, quand ils voulaient travailler en ville, étaient tenus d'acheter la maîtrise [2].

A Anvers enfin, tout forain, voulant travailler comme ouvrier (*Knaepschap*), était redevable, après quatorze jours de travail, de 6 gros par an et son maître payait la même redevance [3].

Les peintres chargés de commandes pour le souverain ou pour des autorités civiles ou religieuses étaient seuls exempts de la contribution de bourgeoisie.

A Liège, il y avait une indulgence particulière pour les verriers : ceux qui désiraient obtenir la franchise pouvaient, après un essai de quinze jours, travailler librement pendant un an, pourvu que leurs maîtres payassent pour chacun d'eux deux patards de Brabant.

Mais à Namur régnait en revanche une disposition arbitraire qui interdisait, pour ainsi dire, aux membres de la corporation le séjour à l'étranger, l'un des meilleurs éléments de progrès ; en effet il leur était défendu de quitter la ville pendant plus de quarante jours, sans payer 40 sols, sauf après six mois de terme écoulé.

De même à Bruges un *knape* qui travaillait soit en ville, soit au dehors, sans un accord connu par la gilde, encourait une amende.

L'artiste voyageur était donc d'ordinaire astreint à de grands frais profes-

[1] *Livre des trente-deux bons métiers de la cité de Liège*, p. 349.
[2] J. Helbig, *Histoire de la peinture au pays de Liège*, p. 97.
[3] *Register met der berderen*, fol. 219, Archives d'Anvers.

sionnels, à des démarches souvent infructueuses pour se faire admettre dans les différents métiers ou chez des maîtres répondant de lui.

Antérieurement à la Renaissance, il y eut ainsi fort peu de rapports professionnels, d'une ville à l'autre, entre les artistes; et il fallut l'attraction puissante de l'Italie pour mettre fin à cette vie casanière; mais aussi, en quittant le pays, la plupart, alors, partaient sans idée de retour, parfois sans se mettre en règle avec leur confrérie, qui souvent, lorsqu'ils se décidaient à revenir, leur suscitait des difficultés; l'élève était donc réduit à s'élever par lui-même des principes de la peinture industrielle, à une expression artistique, où le sentiment concentré, et l'inspiration produite par la vue des travaux de maîtres aussi naïfs que lui, tenaient la plus large place.

En somme l'art du XVe siècle ne diffère de ses devanciers que par l'influence de quelques hommes d'élite.

Comme habileté pratique, une grande distance sépare Broederlam de J. Van Eyck et plus encore de R. Van der Weyden. Nous avons pu faire minutieusement cette comparaison au Musée de Dijon et à l'hôpital de Beaune.

Après Van der Weyden et T. Bouts, Metsys fait un pas plus grand encore; mais, ni comme enseignement, ni comme exercice de l'art, ces hommes ne représentent leur siècle en général; ils le dépassent, et de beaucoup.

L'*invention* des Van Eyck semble avoir fait naître une sorte d'aristocratie artistique; avant eux, les enlumineurs, les peintres en bâtiments ou barbouilleurs, les peintres de tableaux formaient une sorte d'armée commune; il y avait même une foule de sections ou professions industrielles, telles que les *leerscrivers* (peintres d'arabesques sur cuir), les enlumineurs de lisières de drap, etc., qui donnaient asile aux peintres dépourvus d'études suffisantes.

Le travail élémentaire en fait d'art était libre. — De 1454 à 1458, les peintres à l'huile, désormais assez nombreux et voulant se constituer en confrérie artistique, repoussèrent les décorateurs en détrempe [1], tandis que

[1] J. Gailliard, *De ambachten en neringen der stad Brugge*, 1854, pp. 615; *Éphémérides brugeoises*, p. 416.

d'un autre côté, les scribes, les enlumineurs à la plume et les enlumineurs d'images de piété, jusqu'alors libres, constituaient une confrérie spéciale dépendante des libraires (elle fut installée en 1454 par Philippe le Bon) [1]. Cette séparation dura pour ces derniers jusqu'en 1500, pour les décorateurs jusqu'en 1462 seulement. Mais pendant la principale période du moyen âge, c'est-à-dire jusqu'après J. Van Eyck, la calligraphie et l'enluminure d'images pieuses, deux branches élémentaires d'enseignement, furent libres et indépendantes, sauf à Tournai, où le dessin même était réglementé.

A Gand, ce travail, de nature inférieure, fut libre jusqu'en 1463. Mais les *verlichters met de pincheele* [2] ne pouvaient toucher à la miniature. Ils coloriaient simplement des *images de piété*, comme à Bruges, ce que prouvent trois sentences échevinales publiées dans le *Beffroi*:

En effet, le jugement du 2 mars 1403 défendit aux scribes qui entreprenaient d'écrire des livres ou des rouleaux, pour gages, de faire aucun accord pour la confection d'images *dans* les dits livres ou rouleaux, c'est-à-dire des miniatures [3].

Or en 1426 le doyen des peintres soutint que des compagnons, se réunissant dans le cloître de S[t]-Donatien, contrevenaient à ce règlement, en achetant à Utrecht des images qu'ils revendaient en ville soit *fixées dans des livres*, soit *à part*.

Les inculpés, tout en reconnaissant qu'il leur était défendu de faire des miniatures dans les livres, croyaient permis d'acheter des images *qu'ils ne pouvaient se procurer de cette qualité* dans la ville de Bruges, et d'en trafiquer.

Mais cette importation d'images isolées leur fut défendue tandis que le magistrat permit celle des livres et rouleaux d'images.

De plus, par la sentence du 1[er] avril 1426, il fut permis à chacun de faire de ces images, à la main, et sans apprentis; mais si les compagnons scribes ou libraires n'avaient point en magasin de quoi contenter l'acheteur, ils

[1] J. Gailliard, *op. cit.*, p. 161.

[2] Dierickx, *Mémoires sur la ville de Gand*, t. II, p. 112; et Edm. De Busscher, *Recherches sur les anciens peintres gantois du XIV[e] et du XV[e] siècle*, p. 109.

[3] *Beffroi*, 1879, p. 238, Bruges, Ed. Gailliard.

étaient tenus de renvoyer celui-ci aux *artistes brugeois*, car Jean Coene et treize autres personnes dont *quatre* francs maîtres avaient alors la spécialité de faire de ces images à Bruges. Ce métier devint *pauvre et malheureux* à Bruges en 1457, à cause de la concurrence étrangère.

Il est évident qu'il ne s'agit point ici d'enluminure artistique de manuscrits.

En effet, la gilde des enlumineurs et libraires n'eût pas eu de raison d'exister à côté de celle des peintres, si elle avait dû séparer les miniaturistes des peintres à l'huile, car il est prouvé que S. Marmion, J. de Hasselt et d'autres encore s'occupaient des deux genres d'ouvrages comme, sans doute, c'était l'habitude générale. D'ailleurs la même sentence [1] mentionne les membres du métier des peintres qui s'occupent de la peinture d'images *dans* les livres et rouleaux, et qui soutiennent que la fabrication de celles que l'on achetait à Utrecht était de leur métier [2].

Nous croyons ne pouvoir passer légèrement sur cette question, parce que sa solution est de nature à éclairer pour nous l'apprentissage de la peinture du XVe siècle et que le terme de *verlichters* pourrait induire en erreur, en faisant croire qu'il était défendu aux peintres à l'huile de s'occuper de miniature à Bruges.

Le noyau de dévote confrérie [3] qui eut ces différends avec les peintres soutint que Jean Coene [4], doyen de ces derniers, avait fait longtemps de ces images, sans avoir été franc ou mi-franc du métier, c'est-à-dire comme profession préparatoire à celle de peintre [5].

Ainsi, ces images en rouleaux ou volantes n'étaient point des histoires peintes sur parchemin et se rapportant au texte d'une chronique ou d'un roman, et tout au plus pouvaient-elles s'adapter à l'illustration d'un missel. Il eût été à peu près impossible d'acheter à Utrecht, à l'avance, des feuilles illustrant un texte déterminé; de plus, il fut statué dans la sentence de

[1] *Beffroi*, 1879, 4e livraison, p. 240.

[2] En 1464 à Gand, un marchand de ces images étrangères fut également en contestation avec le doyen des peintres; voir Edm. De Busscher, *Recherches sur les peintres gantois du XIVe et du XVe siècle*, p. 109.

[3] Archives de Bruges, *Portefeuille de la gilde des librariers, groenenbouck, A*, fol. III, c, xxxv^v.

[4] *Beffroi*, 1879, 4e livraison, p. 242.

[5] Chaque espèce de métier avait ses apprentis propres, mais il était permis, par exemple à un apprenti enlumineur, de passer en cette qualité chez un peintre à l'huile et vice versâ.

1426 que ces images seraient dorénavant signées et poinçonnées : Où sont dans les manuscrits les exemples de cette marque de garantie?

Il y avait donc à distinguer les scribes (*bouc scrivers*) et rubricateurs (*verlichters met de penne*), métier indépendant de la peinture et libre pour tous. Les francs-suppôts enlumineurs (*verlichters met de peucheele*) libres à Bruges jusqu'en 1457, à Gand jusqu'en 1463, et qui ne purent, à dater de ces époques, peindre des miniatures ou des tableaux [1] que *moyennant payement de la franchise entière* [2]; enfin, les miniaturistes ou peintres.

Le travail permis aux commençants était tout a fait industriel. — Mais ce métier de *verlichter* était positivement industriel comme aussi celui qui consistait en *impression d'images à l'huile avec or et argent* [3] et confection d'images au pinceau, sur couvertures de sièges, sur serge et autres draps, et qui dépendait directement des peintres à l'huile [4].

Ainsi donc, l'exercice élémentaire de l'art, c'est-à-dire le dessin, la calligraphie et le coloriage d'images, était libre, et l'apprentissage du métier de peintre se composait de broyage ou de préparations de couleurs, de peinture unie ou ornementale et enfin de miniature; les tableaux à l'huile étant un ouvrage supérieur réservé aux maîtres. Le fondement de la peinture artistique était toujours professionnel et décoratif [5].

Le talent des Van Eyck lui-même décèle une orgine décorative, et sans doute l'aîné des frères, en intéressant l'autre, de bonne heure, à son travail, a-t-il rendu facile à son génie naissant, le passage des éléments industriels à la peinture purement artistique. Bien qu'on ait supposé à Jean Van Eyck comme élèves, les P. Cristus, les Van der Meire et tant d'autres, qui furent

[1] Edm. De Busscher, *Recherches sur les peintres gantois du XIVe et du XVe siècle*, p. 107.

[2] Mais ils pouvaient colorier leurs images au prix du quart de cette franchise du métier; voir Edm. De Busscher, *op. cit*, p. 107.

[3] *Beffroi*, 1879, 4e livraison, p. 247.

[4] Au XVIe siècle à Malines, la fabrication de la dentelle et du cuir doré relevait de la gilde des peintres; Em. Neeffs, *op. cit.*, p. 18.

[5] Voir les différends entre les dessinateurs d'habits et les peintres de tableaux en 1458, *Annales de la Société d'émulation pour l'étude de l'histoire et des antiquités de la Flandre occidentale*, t. I, pp. 11, 12 et 60.

peut-être en effet des maîtres, soumettant leurs tableaux aux corrections du grand artiste, il nous semble positif que les ouvriers ou varlets qu'il eut dans sa maison furent des miniaturistes, qu'il dirigeait comme le firent P. Coustain, Colart de Laon, etc., dans l'intérêt de la librairie du duc, et que, dans tous les cas, il ne s'occupa point de donner un enseignement élémentaire que chacun, selon l'habitude de l'époque, pouvait acquérir par un travail isolé.

Comment pourrait-on autrement s'expliquer la disparition des travaux de plusieurs disciples des Van Eyck et des autres peintres de cette époque, des treize apprentis de T. Bouts, etc., tandis que les chefs-d'œuvre des maîtres sont restés à peu près intacts?

Il y avait une double source d'éducation artistique au moyen âge. Les moines pouvaient se développer par l'imitation des missels et autres objets religieux et par une routine longue et patiente. Les laïques, par le travail industriel, pour en arriver au but artistique qui était toujours la peinture religieuse. Les deux caractères se confondaient donc, ou plutôt le second finit par exister seul.

C'est ainsi que S. Marmion, Foucquet, Jean Hennequart, J. de Hasselt [1]; plus tard J. Van Battel et tant d'autres firent à la fois de la miniature et de l'art professionnel. Pourquoi n'en aurait-il pas été de même de ceux que l'on ne connaît encore que par leurs miniatures, tels que Jacquemart de Hesdin [2] et son élève André Beauneveu, J. Undelot, J. le Tavernier, ou par leurs travaux à l'huile, comme les Van Eyck, P. Cristus, les Van der Meire, Van der Weyden, etc. ?

Naissance de la suprématie artistique d'Anvers. — De tout temps certaines villes jouirent d'une sorte de prédominance artistique sur les autres.

Ainsi, au XIVe siècle, Gand posséda longtemps la suprématie qui lui fut enlevée par Bruges, à l'époque des Van Eyck.

[1] Voir A. Pinchart, *Archives des arts*, t. II, p. 147; Jean Van Woluwe, peintre et miniaturiste.

[2] Notice de M. L. Delisle, Académie des inscriptions (séance du 6 février 1880), MSS de la Bibliothèque de Bourgogne, n° 11060.

On trouve sur les listes de la confrérie gantoise des noms d'artistes liégeois ou namurois, de 1367 à 1375, etc; et le nombre des peintres y était considérable, ce qui n'existait pas à Bruxelles, par exemple [1].

Après la mort de Rogier Van der Weyden, c'est-à-dire vers le dernier quart du XV[e] siècle, ce fut vers Anvers que les peintres commencèrent à se diriger, émigrant de Bruges à la suite du négoce et attirés peut-être par le goût artistique que ses habitants témoignaient déjà.

Nous ne connaissons point ceux qui vinrent y travailler fortuitement en qualité de compagnons, mais l'inscription sur les registres de la gilde de S[t]-Luc nous fournit les noms suivants :

En 1469, Sandere Van Hulst; en 1472, Daniel de Romerswale; en 1473, Chrétien de Diest; en 1474, Jean de Diest, Jean de Tournai, Corneille le Zélandais, Hanneken de Bruges; en 1475, Claes d'Utrecht, Claes de Zierickzee; en 1479, Coppin de Hainaut, Hacquin du Maret, Jean de Tournai; en 1481, Henri d'Utrecht, Lenaert de Mons (sculpteur); en 1482, Paul de Mons; en 1483 et aux années suivantes nous trouvons Henri de Woluwe, Claes le Hollandais, Jean de Nimègue, Henneken de Male; Henri Baumanteau dont le nom paraît dans les comptes de Bourgogne; Henri de Clèves, Jérôme de Bruxelles, Gérard d'Yssche, Roland de Wulpen, Josse de Bruges, Jacques de Santvliet, Michel de Bruxelles, Mathieu Geleyn, Chrétien et Husson de Bruges, Antoine et Gérard d'Utrecht, Hennyn de Soignies, Bartholomé de Damme, Corneille de Mons, Colin de Bruxelles (qui peignit les anges de la voûte de la chapelle de S[t]-Luc), Philippe de Louvain et beaucoup d'autres qui prouvent l'attraction déjà naissante de la future métropole artistique.

La gloire de Bruges et de Gand s'effaçait tout à coup et laissait place à une ère nouvelle, à la peinture de la Renaissance.

La gilde de S[t]-Luc d'Anvers, qui devait absorber toutes les forces artistiques de nos provinces, naquit plus tard que celles des autres villes et ce fut peut-être à sa fusion avec la chambre de rhétorique de la Violette qu'elle dut, dès 1480, son organisation plus intellectuelle et plus puissante, car elle peut servir de type pour l'étude de ces corporations.

[1] *Revue d'histoire et d'archéologie*, 1860-1861, p. 85.

Cette période est celle de la pleine influence de la gilde, mais déjà dans un sens artistique et plus autant comme profession mercantile.

Le régime est celui de la protection, encore toujours compressif et autoritaire sous le rapport théorique, mais favorisant le perfectionnement pratique individuel.

Par le développement du goût et des relations entre artistes, se constitue aussi le germe de l'enseignement futur qui a pour éléments, au XV[e] siècle, l'art industriel, l'influence restreinte d'un maître et enfin quelques voyages de ville en ville.

LE XVI[e] SIÈCLE JUSQU'A RUBENS.

Influence italienne. — Vers les premières années du XVI[e] siècle se produisit dans l'Europe civilisée un mouvement surprenant, général, dans la politique comme dans la guerre, dans le monde religieux comme dans le domaine philosophique, dans les sciences comme dans les arts. Ce n'était pas un progrès, c'était une rénovation complète, un bond énorme de la civilisation, honteuse d'être restée en retard depuis une si longue suite de siècles. Des génies inimitables se levèrent en Italie et, secondés par l'intelligente protection de grands monarques, tels que Léon X, Charles V, François I[er], agitèrent librement le flambeau fulgurant qui devait révolutionner l'Europe artistique.

Quels qu'ils soient, sortis de la noblesse ou de la plèbe, à dater de ce moment ils marchent de pair avec les plus grands seigneurs et vivent familièrement avec les souverains. Le Vinci meurt dans les bras du roi de France, Michel-Ange brave le terrible Jules II, Charles V ramasse le pinceau du Titien; André del Sarto, le Primatice, le Rosso sont appelés au Louvre ou à Fontainebleau. Notre Michel Coxcie dédaigne de quitter sa patrie pour obtenir le même avantage; Raphaël, le prince des peintres, ne marche qu'escorté par une véritable cour.

C'est en Italie que nos peintres désormais iront, exclusivement, pendant

plus d'un siècle, rechercher leurs modèles; c'est sur leurs émules ultramontains qu'ils se façonnent dans leurs études, leurs idées et leur exécution. Leur nombre s'accroît dans une proportion considérable et tous tiennent à honneur d'importer dans leur pays les habitudes fastueuses dont ils ont été témoins en Italie, car l'émigration vers le Midi fait désormais partie de leur éducation.

L'enseignement de la peinture se modifie, les projets s'agrandissent, l'audace se marque dans toutes les entreprises. L'art lui-même approche de son apogée de gloire, de considération et aussi de valeur intrinsèque [1].

Déjà Quentin Metsys présente des tendances italiennes très caractérisées et Jean Gossart est tout à fait passé dans le camp ultramontain; mais Lambert Susterman et son élève Lampsonius à Liège; Frans Floris et Lucas de Heere à Anvers et à Gand; Van Orley à Bruxelles, les Van Coxcyen à Malines, Pourbus et H. Goltzius à Bruges, ne tardent pas à imprimer un élan grandiose à la méthode étrangère.

Le goût décoratif [2] était aux grandes choses et la mode tout entière à l'Italie; aussi la protection ne manqua-t-elle pas dès lors aux artistes.

Protecteurs de l'art. — Le nom d'Adolphe de Bourgogne, grand bailli de Gand, qui était le Mécène des littérateurs et des artistes de son temps, est inséparable de ceux de Lucas de Heere, de Lombard, de Gossart; ceux d'Egmont, de Hornes [3], de Guillaume d'Orange, de Mansfeldt, ont un rapport étroit avec l'histoire de F. Floris et de ses contemporains.

La protection était générale, sans distinction de parti ou d'opinion; le duc d'Albe et son fils Ferdinand ne le cédaient pas, à cet égard, aux plus enthousiastes des partisans de l'indépendance des Provinces-Unies et le pauvre Key paya, dit-on, de sa vie, cette terrible faveur.

Parmi les amateurs espagnols, le roi Philippe II donnait l'exemple, et, bien qu'il préférât les Italiens, savait rendre justice à quelques-uns de nos meilleurs artistes, à M. Van Coexyen entre autres; ses ministres, ambassa-

[1] *Gazette des beaux-arts*, 1er décembre 1879, p 507.

[2] Voir Cte de Laborde, *La renaissance des arts à la Cour de France*, t. II, pp. 820 et xxxviii

[3] Archives du royaume, pièces du XVIe siècle, t I, fol. 415, MSS fol. 334.

deurs et généraux, F. Vargas, F. D'Avalos, le cardinal de Granvelle, A. Spinola[1], l'imitèrent avec magnificence.

Il est à peine nécessaire de citer les principaux appréciateurs de Rubens et de son école, Corn. Van der Gheest, les Van Halmale, N. Rockocx, l'évêque de Gand, Maes, le duc Charles de Croy[2], don A. de Altuna, le duc d'Olivarès et les grands d'Espagne dont la fortune alors était immense et la dépense plus grande encore; enfin Philippe IV, le roi-artiste, qui mérita les éloges et l'estime particulière de notre plus grand peintre. Nous n'en finirions pas si nous devions mentionner les personnages éminents qui se distinguèrent à cette époque par leur goût pour la peinture.

Mais il faut ajouter que beaucoup de nos amateurs étaient éclectiques et savaient apprécier les chefs-d'œuvre des autres écoles autant que les étrangers recherchaient ceux de nos artistes.

C'est ainsi que les frères Van Veerle, négociants anversois, avaient une collection importante de tableaux italiens qui ont été reproduits en 1649 dans un recueil qui existe à la Bibliothèque de la ville d'Anvers.

Les relations fréquentes entre les riches amateurs et les artistes distingués finirent par opérer une sorte de rapprochement entre ces deux classes d'hommes auparavant séparées par l'un des préjugés les plus puissants. Le charme de l'art avait apprivoisé plus d'un de ces farouches contempteurs de la roture et les hautes classes commencèrent même à lui fournir quelques représentants; il y a, dans la peinture de cette époque, je ne sais quoi d'aristocratique dans les tendances, qui semble lutter avec les coutumes établies, les préjugés consacrés par le temps.

Naissance des études théoriques. — Aussi les principaux maîtres de la première partie du XVIe siècle se préoccupèrent-ils vivement d'études intellectuelles. Ils sentaient qu'il leur manquait beaucoup sous ce rapport, et dans leur désir de s'élever, cherchaient à s'instruire, sans essayer encore de donner l'instruction aux autres, car, le plus souvent, leur passion pour

[1] Dumesnil, *Histoire des plus célèbres amateurs étrangers*, Paris, 1860, p. 15.

[2] A. Pinchart, *Archives des arts*, t. I, p. 158.

l'étude s'était tournée inconsciemment vers des branches ayant peu de relation avec la peinture.

Quentin Metsys était rhétoricien, dit Van Mander; l'amitié qui unissait entre eux Metsys, Erasme, Ægidius, Thomas Morus, Albert Dürer, et les nombreux échanges d'idées entre savants et artistes, que nous révèlent les voyages de Dürer, de L. de Leyde, de Gossart, de Holbein, de Lombard, nous prouvent quelle était la tournure de l'esprit à cette époque.

J. Gossart rapporta dans notre pays la manière de composer, et les sujets mythologiques qui étaient alors en usage au delà des monts[1]; mais ce fut Lambert Lombard qui s'occupa, pour ainsi dire seul, de théorie artistique.

Van Mander[2] l'appelle le père de notre art de dessin et de peinture, qui fit disparaître la manière ancienne et barbare et la remplaça par le beau style antique.

Il était poète et philosophe, mais surtout antiquaire; il collectionnait des dessins, des pierres gravées et des médailles; il étudia, dessina et mesura les statues antiques pour y trouver une règle de proportion pour le corps humain.

Il est probable qu'il eut connaissance des travaux de Léonard de Vinci, qui, en 1496, dessina les figures de la *Divina proporzione* (traité que publia avec lui, en 1509, le frère Luca Paciolo), et qui fut le seul Italien de ce temps qui comprit ce que devait être une théorie de la peinture.

Lombard composa une grammaire de l'art, des règles sur l'antique; ses constructions architecturales firent sensation à Liège et dans le pays; il fut un des peintres les plus capables de faire comprendre à ses élèves les principes dont il avait recherché la formule pour lui-même, et cependant, chose remarquable, il forma plutôt des praticiens que des hommes théoriques[3].

Parmi ses élèves, ceux qui s'occupèrent le plus d'enseignement, F. Floris

[1] L. Guicciardini, *Description de tous les Pays-Bas*, 1609, p. 103.

[2] K. Van Mander, *Het leven der vermaerste schilders*, etc., p. 147.

[3] Dans son traité des proportions du corps humain, Dürer écrit qu'il n'a jamais rencontré que J. de Barbari qui eût disserté sur ce sujet: Vitruve était sa seule source. Il est donc probable que Lambert Lombard n'a point divulgué ses principes à d'autres qu'à ses élèves immédiats; voir Thausing, *Albert Dürer, sa vie et ses œuvres*, pp. 222-428.

et Goltzius, n'ont jamais développé la partie scientifique de l'art et se sont bornés, comme après eux, presque tous nos peintres, à imiter servilement les habitudes italiennes, la composition du Sanzio, les formes tourmentées du Buonarotti.

F. Floris qui avait débuté par la sculpture, comme plus d'un maître italien, était, selon Van Mander, aussi remarquable par son intelligence et son savoir littéraire que par son adresse manuelle. Il était versé dans la poésie, la philosophie et l'anatomie[1]; mais rien ne vient prouver qu'il ait transmis la moindre méthode à ses élèves, dont le plus érudit, L. de Heere, ne paraît pas même avoir clairement compris qu'il y eût une théorie... L'imitation, à tort et à travers, des modes italiennes, même dans ce qui contrastait avec les mœurs et le climat de notre pays, tenait lieu de science. F. Floris [2] avait peint lui-même de grands sujets allégoriques sur la façade de son habitation; Charles d'Ypres peignait à fresque sur les pignons des maisons, selon l'habitude vénitienne; P. Vlerick, à Tournai, prenait plaisir à habiller ses filles à l'italienne [3].

En 1598, Ortelius écrivait qu'Otto Van Veen, le premier, avait joint le culte des lettres à la pratique de la peinture et qu'il comptait composer un traité sur cet art [4].

Il est certain du moins qu'avant lui les principes classiques, dans nos provinces, n'avaient pas encore été réunis en système, mais d'autres, bien avant le peintre-gentilhomme, avaient inculqué à leurs élèves des notions plus ou moins théoriques.

Son contemporain, W. Cobergher [5], publia un traité sur la peinture, la sculpture et l'architecture; avant lui, en Italie, de nombreux ouvrages de perspective et d'architecture avaient été publiés. L'un des premiers date de 1505 [6]; celui de B. Zénale [7], architecte milanais, de 1524. Lomazzo

[1] L. Guicciardini, *Description de tous les Pays-Bas*, 1609, p. 103.

[2] *Catalogue du Musée d'Anvers*, 1857, p. 102.

[3] K. Van Mander, *Levens der vermaerste schilders, leven van P. Vlerick.*

[4] *Catalogue du Musée d'Anvers*, 1857, p. 137.

[5] A. Michiels, *Histoire de la peinture flamande*, p. 483

[6] *De artificiali perspectivâ*, voir B. Fillon, *Lettres écrites de la Vendée à M. A. de Montaiglon*, Paris, 1861, p. 22.

[7] Voir Lomazzo, *Trattate dell' arte de la Pittura*, p. 275.

écrivit son ouvrage sur la peinture en 1584; la correspondance d'Agrippa nous prouve que certains peintres s'intéressaient vivement à la science [1]. P. Coucke, d'Alost, a traduit en flamand les œuvres du Bolonais Serlio, selon le dire de Guicciardini [2].

Lambert Lombard, l'homme réputé le plus savant de son siècle, était à la fois antiquaire, architecte et littérateur [3].

Lampsonius et Lucas de Heere, des archéologues et poètes remarquables [4].

Charles Van Mander, tout en n'étant pas un modèle quant à la littérature, prouve assez dans son poëme : *De grondt der Edelvrye Schilderconst*, son amour du progrès et de la théorie, et bien avant tous ces artistes, Quentin Metsys ne cultiva-t-il pas avec succès les lettres flamandes et ne fut-il pas lié avec les hommes les plus érudits de son époque [5]?

La numismatique semble avoir été l'une des bases, peut-être la seule, de l'archéologie artistique de ce temps.

Vers 1550 une foule de personnages marquants, dans nos provinces flamandes et la principauté de Liége, possédaient des collections de numismatique ou de livres, d'estampes, etc., qui étaient ouvertes au petit nombre des artistes érudits, entre autres celles de l'évêque Robert de Berghes et de l'archidiacre Torrentius à Liége [6]. Lombard sut en profiter largement et Goltzius suivit son exemple en 1556, car dans la seule ville d'Ypres, ce dernier trouva quatre cabinets d'amateurs de médailles [7].

La différence entre les œuvres de la Renaissance et celles du bas moyen âge se remarque non-seulement dans les tendances, mais encore dans la pratique, dans le rendu des sujets. Ce cachet de nature, de simplicité, de persévérante ténacité dans l'imitation naïve, que l'on rencontre au moyen âge, se transforme en convention, en engouement pour le style étranger et en une apparente facilité dans le procédé d'exécution.

[1] Voir *Agrippae Opera*, t. II, p. 834.

[2] L. Guicciardini, *Description de tous les Pays-Bas*, 1609, p. 102.

[3] Goethals, *Histoire des lettres, des sciences et des arts, en Belgique*, 1844, t. IV, p. 40.

[4] A. Siret, *Dictionnaire des peintres*; A. Pinchart, *Archives des arts*, etc, t. Ier, pp. 143 et 280; Ph. Blommaert, *Annales de la Société royale des beaux-arts et de littérature à Gand*, 1853.

[5] *Catalogue du Musée d'Anvers*, notice de M. De Laet, p 42.

[6] Goethals, *Histoire des lettres, des sciences et des arts, en Belgique*, t. III, p. 60.

[7] A. Vandenpeereboom, *Essai de numismatique yproise*, Bruxelles, Gobbaerts, 1877, in-8°.

Voyages artistiques. — Déjà nous avons vu le goût des voyages commencer à se répandre parmi nos artistes, dès l'époque où les transactions commerciales devinrent fréquentes avec l'Espagne et avec l'Italie. Le Portugal surtout eut d'abord le privilège de les attirer, peut-être à cause des faciles relations que Bruges avait avec ce pays; mais vers le règne de Philippe le Beau, ce fut surtout l'Espagne, devenue par les récentes découvertes de Colomb l'entrepôt des richesses du Nouveau Monde, qui fut le but de leurs pérégrinations. Sans compter l'ambassade dont fit partie Jean Van Eyck, en Portugal, nous avons à citer[1] Huet (1420), G. Belles, maître de verrières (1448), Jean Annes (1454), Gilles Eannes (1465), Jean (1485), Christophe d'Utrecht et R. Van Velpen (1490), Antoine de Hollande (1495), Olivel de Gand (1496), qui tous travaillèrent dans cette contrée.

Dès le commencement du XVIe siècle, on voit partir pour l'Espagne Juan Flamenco (Memling ?), Jean de Bourgogne, attaché en 1495 à la suite de l'évêque de Tolède, J. Vermeyen, A. Moro, et pour l'Italie, suivant l'exemple de Van der Weyden, de Jean Gossart, de Van der Goes, de Juste d'Allemagne, les Van Orley, les Schoreel, les Van Coxcyen, les P. de Kempeneer[2] et tant d'autres qui inaugurent le défilé immense des Néerlandais vers la Ville Éternelle. « Combien nos artistes ne devaient-ils pas être impatients de franchir les limites de l'étroite sphère[3] où était renfermée leur intelligence, et d'aller admirer les merveilles dont la distance et de séduisants récits augmentaient encore le prestige ». Aussi en revinrent-ils avec une tendance extraordinaire vers une sorte d'universalité pratique.

A l'instar des Italiens, une foule de nos artistes se montrent à la fois ingénieurs, peintres, sculpteurs, géomètres, architectes; ils sont pour la plupart intimement liés à l'histoire du perfectionnement des sciences et font un usage passionné des nouveaux procédés de vulgarisation des arts.

Leur manie d'expatriation ne fit qu'augmenter par les troubles politiques qui ne cessèrent d'agiter le XVIe siècle et qui se compliquaient si gravement de questions religieuses. Ces perturbations eurent pour résultat dans notre

[1] Cte de Laborde, *Les ducs de Bourgogne*. Introd. Preuve cxxxii.
[2] A. Wauters, *Bulletins de l'Académie royale de Belgique*, 2e sér., t. XXIV, p. 552.
[3] Ed. Fétis, *La famille des Sadeler*, Bulletins de l'Académie, 2e sér., t. XXI.

pays, de tarir plusieurs fois les sources de la prospérité publique, à laquelle la production artistique est liée d'une manière indissoluble.

En 1572, après le sac de Malines, près de quarante peintres de cette ville obtinrent de pouvoir exercer leur art à Anvers, pendant six mois environ. Le serment de St-Luc le leur permit par charité [1], ce qui prouve aussi bien que les visites entre confréries et les concours de rhétorique, la bonne entente qui régnait entre les différentes corporations.

Travaux industriels. — En 1566, de jeunes Flamands ou Hollandais travaillaient à Fontainebleau [2]. Bon nombre de nos peintres allèrent s'installer en Allemagne, en Hollande ou en Angleterre. Cette situation fâcheuse eut aussi pour effet d'abaisser le niveau de l'art, parmi les peintres peu favorisés de la fortune, car tout travail pouvant donner à court délai des moyens d'existence devint pour eux une sorte de spéculation industrielle [3].

Tel fut, par exemple, celui de la peinture en détrempe sur toile qui procurait de la besogne à tant d'ateliers, notamment à Malines et à Courtrai [4].

D'un autre côté, les artistes qui obtenaient de grandes commandes, excités par le souvenir des colossales entreprises des grands maîtres de l'Italie, dont ils n'étaient plus à même de suivre les errements, vu leur éloignement des bons modèles, se faisaient aider par de nombreux élèves, et devançaient de ce côté des Alpes, le triste maniérisme qui allait bientôt envahir l'école italienne.

L'habitude d'employer un pinceau étranger pour certaines parties d'une œuvre nous vint de l'Italie.

Les plus grands peintres de figures, dit Baldinucci, employèrent des artistes flamands pour exécuter leurs fonds de paysage.

Comme nous l'avons vu déjà, au XIVe siècle, on peignait à la gomme et au blanc d'œuf de grandes toiles pour tapisseries d'appartement; les Tour-

[1] Rombouts et Van Lérius, *Liggere van de Sinte-Lucas Gilde*, t. I, p. 246.

[2] K. Van Mander, *Leven van Jeronymus Francken*, etc.

[3] Voir la notice sur Stradanus qui dessina pour des orfèvres et collabora avec Vasari, Zucchi et Naldi, *Bulletins de l'Académie*, t. XXII, 1re partie, pp. 453 et 457.

[4] Van Mander, *Schilderboek, 1618 ; Leven van P. Vlerick.*

naisiens, Robert Davy et Jehan de l'Ortie y acquirent une réputation; plus tard Rogier Van der Weyden et Baudouin de Bailleul, que cite la couronne margaritique, P. Coucke d'Alost, Bernard Van Orley [1] et une foule d'autres, distingués comme Michel Coxcie ou humbles comme Vlerick ou Molenaer, continuèrent à alimenter cette industrie de leurs productions.

Toujours à l'imitation des Italiens les plus grands artistes se chargèrent sans fausse honte d'ouvrages industriels [2], répondant peu à l'idéal qu'ils s'étaient imposé, mais qui avaient l'avantage de fournir aux dépenses que l'art même leur occasionnait.

Holbein dessina beaucoup pour les orfèvres, les graveurs, les sculpteurs en bois [3].

Rubens [4] lui-même fit de nombreux modèles de tapisseries, tirés de l'histoire sacrée et de l'histoire profane; Van Bronckhorst et Van Diepenbeeck commencèrent par la peinture [5] de vitraux. Ce genre devint avec la détrempe et les cartons pour tapisseries la plus grande ressource des artistes [6], mais des travaux aussi nombreux et d'aussi grande dimension devaient engendrer la collaboration la plus étendue.

Collaboration artistique. — Van Mander dit que les peintres à l'eau de Malines font chacun une partie du travail commun qui passe ainsi de main en main. Les Valkenborgh, Hans de Vries, Van Steenwyck, etc., travaillaient à ces ouvrages.

Corn. Enghelrams peignit avec H. Vredeman l'histoire de David, sur l'ordonnance de Lucas de Heere [7]. Celui-ci reçut 6 escalins de gros par jour,

[1] B. Van Orley exécuta les vitraux de la chapelle d'Orléans à Paris. Voir Lenoir, *Traité historique de la peinture sur verre; Description des monuments de sculpture réunis au Musée des monuments français,* Paris an VIII, in-8°, p. 581.

[2] Raphaël fit, outre ses cartons, des dessins pour le garde-meuble de France, etc.; voir Cte de Laborde, *La renaissance des arts à la Cour de France,* t. II, p. 1000.

[3] Van Mander, *Schilderboek, 1618; Leven van Holbein.*

[4] Hookham Carpenter, *Mémoires et documents inédits sur A. Van Dyck,* etc., p. 171, trad. Louis Hymans.

[5] Corn. De Bie, *Gulden cabinet,* 1661, p. 284, in-4°, Antwerpen.

[6] Van Lerberghe et Ronsse, *Audenaerdsche mengelingen,* pp. 248 à 272, etc.

[7] Voir aussi Edm. De Busscher, *Recherches sur les peintres et sculpteurs gantois du XVIe siècle,* 1866, p. 29.

pour les patrons des verrières de l'église S[t]-Jean ; il était renommé pour ses cartons de tapisseries.

Floris utilisait ses élèves dans ses grands travaux; les Van Coxeyen employèrent Hans de Vries; Stradanus [1], G. Tons, P. Breughel, J. Snellinck, à Audenarde [2], C. Molenaer [3], M. Van Cleef, les Vinckeboons et une foule d'autres s'occupèrent de ces ouvrages industriels [4].

En 1526-1527, Willem de Hollandere dessina des cartons pour les tapisseries de l'hôtel de ville de Bruges; il fut remplacé l'année suivante par Lancelot Blondeel [5].

En 1558 on trouve mentionné dans le *Liggere* d'Anvers un *doekschilder van groote personnagien.*

On sait l'importance de l'emploi des tentures au XVI[e] siècle [6]. Paul Bril, selon Félibien, se servait de ses nombreux élèves pour les parties accessoires et les ornements de ses cartons de tapisseries.

On reprochait à G. Congnet de vendre comme œuvres originales des copies de ses élèves, qu'il avait simplement achevées [7]; enfin l'histoire d'Audenarde fourmille de noms d'artistes qu'employèrent les marchands tapissiers de cette ville [8].

La collaboration entra bientôt si bien dans les usages qu'elle s'étendit à tous les genres de peinture et qu'il devint assez rare de rencontrer des ouvrages d'une main unique. Le titre de *stoffeerder*, qui, à cette époque, remplace souvent celui de peintre et qui n'indique plus l'enluminage des sculptures, prouve à lui seul la généralisation de ce système, provenant directement des maîtres italiens alors en honneur. Nous aurions tort de le condamner dans nos artistes parce qu'il était naturellement exigé par la multiplicité des travaux qui leur étaient confiés. Ils croyaient perfectionner leurs œuvres par la réunion de talents spéciaux et leur noble ambition de

[1] Éd. Fétis, *Les artistes belges à l'étranger*, Jean Stradan.
[2] P. Génard, *Album der Sinte-Lukas Gilde*, p. 59.
[3] Van Ertborn, *Recherches historiques sur l'Académie d'Anvers*, 1817, p. 28.
[4] C[te] de Laborde, *La renaissance des arts à la Cour de France*, t. II, pp. 789 et 971.
[5] *Annales de la Société d'Émulation de Bruges*, 3[e] sér., t. I, p. 305.
[6] C[te] de Laborde, *op, cit.*, t. II, pp. 978 et 985.
[7] *Catalogue du Musée d'Anvers*, 1857, p. 122.
[8] Van Lerberghe et Ronsse, *op. cit.*, pp. 248 à 272, etc.

produire, prouve l'énergie des travailleurs de cette époque et leur ardente décision à marcher sur les traces des grands maîtres de la Péninsule.

Caractère professionnel de la peinture. — Seulement ce progrès tant désiré était entravé par une foule d'obstacles causés par la routine, les coutumes de l'époque et les lois. Aussi l'état de choses que nous avons remarqué au moyen âge au sujet de la condition des artistes subsista-t-il pendant longtemps encore, avec de bien faibles modifications, et l'on voit encore les peintres de tableaux enluminer, dorer et vernir des statues et des accessoires divers. Ils ne sont plus, il est vrai, des artistes de réputation, mais cela prouve tout au moins que les mœurs étaient peu modifiées sous ce rapport. En 1515-1519, dans les archives de Gand, on trouve mentionné Michel Hebscaep, peintre et sculpteur [1]. André Van Male dore et revernit l'image de Notre-Dame à Gand, en 1567. En 1548, M. J. Crans *étoffe* des statues, etc., pour les marguilliers de Notre-Dame d'Anvers [2]. J.-Q. Massys colorie en 1554-1555, deux crucifix et le bâton d'une croix [3].

Lambert Van Noort, en 1569, peint des portes, des boiseries d'orgues et deux bannières funèbres pour l'église de Notre-Dame [4]. Georges Van der Riviere reçoit huit livres de gros pour le coloriage de la statue de la Justice, taillée par Jean de Heere, en 1576 [5].

Chrétien de Bruyne, à Malines, fait des travaux analogues. Il faut croire pourtant que des hommes, tels que L. Van Noort et J.-Q. Massys furent contraints par la nécessité d'accepter une semblable occupation. Les Recherches sur les peintres et sculpteurs de Gand nous donnent toute une liste d'artistes qui travaillèrent ainsi, accompagnée d'indications caractéristiques; comme au siècle précédent, les peintres se chargent d'ouvrages disparates [6], tels que la

[1] Actes et contrats, 1515-1519, Archives de Gand.

[2] *Liggere de St-Luc*, t. I, p. 102, Anvers.

[3] Comptes de la fabrique de la cathédrale d'Anvers, 1554-1555, *Extraits*, par M. L. De Burbure.

[4] *Catalogue du Musée d'Anvers*, 1857, p. 105.

[5] Comptes de la ville de Gand; voir Edm. De Busscher, *Recherches sur les peintres et sculpteurs gantois du XVIe siècle*, 1866, p. 52.

[6] Cte de Laborde, *La renaissance des arts à la Cour de France*, t. II, p. 769.

démolition d'une chapelle, une carte de fortifications[1], le peinturage de seaux à incendie ou des gouttières de la maison échevinale, la peinture d'étendards, la dorure de cadrans d'horloge, de retables, de pignons, des plans d'écluses, etc.

La plupart des peintres tenaient boutique de leurs œuvres[2]. Liévin de Vos était marchand de couleurs et sous-doyen de la Gilde de Gand (1530).

Les graveurs du XVe et du XVIe siècle étaient marchands d'estampes[3].

Maur Moreels (1550-1631), à Malines, et plusieurs autres que cite Van Mander vendaient des couleurs et des ustensiles nécessaires à la peinture, à l'usage de leurs confrères. La femme de Jean den Hollander allait au marché vendre les tableaux de son mari[4]. En 1596, R. Van Coxeyen et G. Van Veen, pour quatre peintures, portent en compte le prix de leurs toiles, de la caisse d'emballage, etc.[5].

Dans les contrats d'engagement, on continue à stipuler les moindres détails d'une façon qui prouve le peu de latitude que le commettant laissait à l'artiste et qui fait comprendre comment, dans les rares occasions où celui-ci se sentait affranchi, il ne pouvait s'empêcher de montrer l'exagération de style qui caractérise tout le XVIe siècle.

Prix des travaux décoratifs. — Les comptes du receveur de la ville de Gand[6] mentionnent les salaires des peintres employés aux décorations de la Joyeuse-Entrée des archiducs, les 28 et 30 janvier 1600. Parmi eux se trouvent plusieurs artistes, qualifiés comme tels dans d'autres documents, et recevant par jour de 5 à 10 escalins de gros. D'autres, de même que les apprentis, reçoivent 3 escalins 4 deniers de gros. Il est probable que 5 escalins de Brabant ou la somme de 1 florin à 1 $^1/_2$ florin par jour, représentaient le taux du peintre ordinaire, tandis que les artistes qui touchaient,

[1] Cte de Laborde, *La renaissance des arts à la Cour de France*, t. II, pp. 918 et 956.
[2] Edm. De Busscher, *Recherches sur les peintres et sculpteurs gantois du XVIe siècle*, pp. 265 et 354.
[3] Basan, *Dictionnaire des graveurs*, Bruxelles, 1791, p. 424.
[4] Van Mander, *Schilderboek*, p. 138.
[5] A. Pinchart, *op. cit.*, t. I, p. 283.
[6] Edm. De Busscher, *op. cit.*, p. 92; recueil MS des Archives de Gand.

comme Pierre Pieters, 10 escalins, avaient quelque réputation. Il y avait donc peu de diminution dans les salaires et la valeur des travaux décoratifs, malgré le nombre croissant des travailleurs et la répartition évidemment plus rare des commandes, si l'on tient compte de la diminution de la valeur monétaire.

C'est à l'action protectrice de la Gilde qu'il faut attribuer ce fait; un tel prix était encore fort rémunérateur [1], car en 1589, Denis Pesser, peintre du prince-évêque de Liége, ne toucha que 6 florins de Brabant pour avoir fait un portrait du prélat [2]; en revanche, les armes de Bavière, peintes sur un autel, lui valurent 36 livres.

En nous livrant à une petite étude comparative sur les prix connus de quelques travaux, nous reconnaîtrons que si le travail purement artistique a toujours été rémunéré un peu au hasard, selon la loi de l'offre et de la demande, la peinture industrielle a généralement gardé une valeur plus constante et vraiment avantageuse; ce qui explique, d'un côté, pourquoi tant d'artistes l'ont pratiquée, de l'autre, combien l'influence de la corporation agissait sur le maintien des prix de main-d'œuvre et de livraison.

Notre évaluation ne saurait être qu'approximative et basée le plus souvent sur des probabilités [3]; un pareil calcul n'entre point dans notre cadre, mais il est essentiel pour nous d'esquisser, de faire entrevoir la situation pécuniaire des artistes après le XVe siècle.

Valeur du salaire journalier. — En 1507, Josse Metsys avait 16 plekken pour ses honoraires d'architecte; en 1530, il était alloué à un architecte de la ville de Diest 5 sols par jour de travail en été, 4 sols en hiver, le logement et 6 florins pour son costume.

En 1517, Mathieu Keldermans, architecte et sculpteur, recevait de la ville de Louvain 4 sols par journée de travail.

[1] A. Pinchart, *Archives des arts*, t. I, p. 234. Pierre Alamire reçoit plus tard comme garde des livres de la chapelle de l'Empereur, 4 sous de Flandre par jour.

[2] A. Pinchart, *Archives des arts*, t. II, pp. 124, 321, etc.

[3] Nos réductions de monnaies sont basées sur les traités de l'abbé Ghesquière, sur Marshall et Bogaerts, Bibliothèque des antiquités belgiques; sur Kiliaen (Dictionnaire des étymologies teutonnes) et sur des comptes tirés des Archives d'Anvers, etc.

Une robe de deuil en drap noir coûtait six livres, en 1505[1], et une loge au Pand d'Anvers en 1492 coûtait comme location 12 escalins par an.

En 1516, Henri Bredeniers, organiste de Charles V, recevait une pension annuelle de 100 livres[2]. C'était un homme important qui se bâtissait une belle maison à Lierre; cette somme équivaut à un peu moins de 6 escalins par jour.

En 1508, l'évêque suffragant de Cambrai, accompagné de son chapelain et de son valet, reçoit 7 escalins 9 gros pour honoraires de la cérémonie de bénédiction d'une croix, à la cathédrale d'Anvers[3].

En 1529, H.-C. Agrippa est élevé par Charles V aux fonctions de conseiller indiciaire et d'historiographe au traitement de 200 livres de gros[4] ou 11 escalins par jour. En 1524, un sculpteur, Jean Beyaert, sollicite[5] des échevins de Louvain une pension viagère de 4 sols par jour, mais on ne lui accorde que 12 sols par semaine.

Ces annotations nous permettent de donner une valeur relative aux œuvres d'art et aux salaires journaliers des peintres de la même époque.

La Gouvernante, Marguerite d'Autriche, choisit Van Orley pour être le peintre de la cour, au traitement de 19 livres par an ou 1 escalin par jour. Remarquons que ce traitement, comme celui du maître des œuvres, n'empêchait pas les profits des commandes et des gratifications, mais il devait être basé sur les nécessités de la vie.

En 1518, les habitants de Rykel font exécuter des peintures muralesdans leur église, et, selon l'inventaire, le salaire est, pour trois mois de travail, de 24 florins 5 sous, soit 1 escalin 3 deniers par jour[6]. Leur tableau d'autel leur coûta 100 florins de Brabant, acheté à Anvers.

Un peintre ordinaire touchant un salaire de 1 escalin par jour avait donc une situation pécuniaire suffisante, sinon enviable, car, en 1515, Jean Schooff,

[1] Archives du département du Nord à Lille, registre n° *F* 191 de la Chambre des comptes.
[2] Id. id. id. n° *F* 201 id.
[3] Marshall et Bogaerts, *Bibliothèque des antiquités belgiques*, t. I, p. 219.
[4] A. Pinchart, *Archives des arts*, t. II, pp. 124 et 321, etc.
[5] Éd. Van Even, *Louvain monumental*, p. 186.
[6] J. Helbig, *Histoire de la peinture au pays de Liège*; comptes, *Extrait* fait par MM. J. Weale et C. De Borman.

de Malines, reçoit 25 escalins pour prix d'un grand tableau avec portraits représentant une séance du grand conseil[1]. Ce tableau n'a pas coûté moins de vingt-cinq jours de besogne : il existe au Musée de Malines. Le peintre ne peut donc avoir touché plus de 1 escalin par jour.

Van Orley reçut 10 philippes d'or[2] de 40 gros de Flandre, soit 50 escalins de Brabant environ, pour la mort de la Vierge, destinée au couvent des Sept douleurs à Bruges; un portrait de Marguerite de Parme, pour Charles V, et un Saint Suaire sur satin blanc, plus un autre sujet.

En comptant à quinze jours le temps que prit l'une de ces œuvres, nous trouvons un salaire journalier de plus de 3 escalins.

Jean Van Battel travaille pendant trois ans à un manuscrit qui lui est payé 1024 livres 6 sols, en 1552, soit près de 20 escalins par jour. Ce livre contenait 120 feuillets, et encore ce taux journalier était-il très modéré, car J. de Roovere de Bruxelles reçoit 9 livres de 40 gros pour une grande miniature en 1526-1527[3].

Remarquons que la miniature fut toujours mieux appréciée que la grande peinture et que Van Battel dut payer des ouvriers et des fournitures[4]. (En 1639, le cardinal-infant Ferdinand était grand amateur de miniatures[5]. Ce genre de travail était si estimé qu'il avait ses marchands spéciaux en 1694[6].) J. Van Battel reçut 6 livres 11 sous 3 deniers pour le triptyque qui existe encore à l'hôtel de ville de Malines, soit 3 escalins par jour si l'on évalue le temps employé à six semaines. Jacques et Jean Van Battel reçoivent 6 florins Philippe, 38 sous, pour réparer les blasons et les bannières de S[t] Rombaut et peindre un portrait de Charles V, soit treize jours de travail à 1 1/2 escalin pour chacun.

Le triptyque de Quentin Metsys coûta 300 florins à la corporation des

[1] Azevedo, *Korte chronycke der stadt en provincie Mechelen*, etc., anno 1514-1515.

[2] Goethals, *Lectures pour servir à l'histoire des lettres, des sciences et des arts*, t. III, p. 52.

[3] A. Pinchart, *Archives des arts*, t. I, p. 18.

[4] J. Van Battel recevait 8 carolus par figure, et les fonds de paysage et d'ornement lui étaient payés à 5 carolus l'un. Les armoiries en grand à 8 carolus chacune. On voit que la peinture héraldique était estimée au même titre que la peinture de figures (A. Pinchart, *Archives des arts*, t. II, p. 215).

[5] A. Pinchart, *Archives des arts*, t. II, p. 24.

[6] Rombouts et Van Lerius, *Liggere der Sinte-Lukas Gilde*, t. II, p. 517.

menuisiers[1]; il prit au maître pour le moins trois mois de travail à 5 escalins par jour : ce tableau, commandé en 1508, ne fut payé que longtemps après, mais il est probable qu'il fut repris plusieurs fois par l'artiste; cependant, comme nous l'avons vu pour T. Bouts, il semble que l'art ne fût pas plus lucratif que la peinture industrielle, car celle-ci pouvait fournir un travail plus régulier.

De plus, comme au siècle précédent, en 1586, on estimait encore les cadres au même taux que les tableaux : F. Franck reçut 144 livres de 40 gros pour une œuvre de maître-autel, évaluée par les doyens, tandis que l'escrinier en reçut 150 pour le cadre[2].

Il n'y avait donc de changement que dans la valeur des monnaies, mais non dans les mœurs et usages; en effet, le chiffre des pensions accordées est d'ordinaire le même que celui que l'on avait fixé au XV[e] siècle[3].

Vers le milieu du XVI[e] siècle, les troubles politiques firent le tort le plus grand aux artistes; mais heureusement cette tourmente ne fut pas de longue durée et le duc d'Albe lui-même, avec son fils, et ses principaux officiers, se mirent à encourager les arts.

Michel Van Coxeyen obtenait pour ses tableaux 700, 800, 1,800, 2,000 florins, ses cartons étaient payés au prix de 40 à 92 florins ou 3 sous le pied; cependant, en 1589, il fut dans une nécessité extrême et le duc de Parme dut s'intéresser à lui. Comme chez Floris et d'autres artistes, la prévoyance n'était pas son fort[4].

En 1562, A. Van den Houten, de Malines, reçut pour son tableau du siége de Neuss, 61 livres 6 sous, ce qui équivaudrait à 14 escalins par jour, pendant trois mois environ[5].

En 1565, un tableau de maître-autel fut payé à Luc de Heere 20 livres de gros et une gratification de 24 florins, soit quarante-huit jours à 10 escalins; ces prix sont rémunérateurs, car, à cette époque, 6 escalins étaient[6] pour un

[1] Musée d'Anvers, *Ensevelissement du Christ.*
[2] A. Pinchart, *op. cit.*, t. I, p. 52.
[3] Id. *Archives des arts*, t. II, pp. 62, 124 et 322; t. I, pp. 9 et 275.
[4] Id. id. t. II, p. 320.
[5] Em. Neeffs, *Histoire de la peinture et de la sculpture à Malines*, t. I, p. 269.
[6] Edm. De Busscher, *Recherches sur les peintres gantois du XVI[e] siècle*, pp. 24 et 43.

déplacement une somme assez convenable, et 10 escalins le traitement journalier d'un peintre attaché à la Cour.

Dès l'arrivée des troupes espagnoles, en 1567, nous trouvons une diminution énorme du prix accordé pour les tableaux; en 1567, Jean Vinckeboons avait livré à un brocanteur des tableaux pour 5 florins carolus, 19 sous, ce qui est une somme dérisoire[1].

De grands artistes se trouvèrent alors sans commandes et même sans ressources. Floris mourut dans la misère; Van Mander nous dit aussi que P. Vlerick, en cette époque désastreuse, devait céder ses tableaux pour 4 livres.

Ces exemples, qui pourraient devenir plus concluants au moyen de recherches nombreuses, prouvent suffisamment que le métier en valait un autre au point de vue pécuniaire.

Ventes, loteries et expositions. — Au XVI[e] siècle, les ventes publiques de tableaux, devenant de plus en plus nombreuses, provoquèrent de fréquentes contestations entre les gildes et les marchands, et même des dispositions nouvelles des magistrats. La corporation de Bruxelles, entre autres, intenta des procès aux marchands d'Anvers qui avaient apporté des tableaux à la foire[2], ce qui prouve que les peintres cherchaient à ne pas manquer une occasion de vendre. De plus, les expositions avec loterie étaient entrées dans les mœurs, surtout avant les troubles politiques et religieux. En 1559, Claude Dorizi, en sa maison dite le Bélier d'or, rue S[te]-Catherine, à Malines, ouvrit une exposition d'objets d'art avec loterie[3]. Il annonça de beaux tableaux, des albâtres, des *miroueries* d'acier et *aultres*, sculptures en bronze, etc. L'exposition devait durer du 1[er] avril 1559 au 29 juillet 1560 et chaque lot coûtait 3 patars.

Malines était alors la capitale du pays, la résidence de la Gouvernante, du Grand Parlement; la ville centrale recherchée par les étrangers de distinction, enfin la localité offrant le plus de ressources.

[1] Em. Neeffs, *Histoire de la peinture et de la sculpture à Malines*, t. I, p. 236.
[2] Henne et Wauters, *Histoire de Bruxelles*, p. 584
[3] Em. Neeffs, *Histoire de la peinture et de la sculpture à Malines*, t. I, p. 319.

Aussi est-il à croire que cet exemple se répéta souvent; mais il est probable aussi que les tableaux qu'on présentait ainsi en loterie étaient dus à des peintres italiens plutôt qu'aux nôtres.

En 1564, il y eut aussi une loterie organisée par messire Pierre de Vado, sans doute amateur ou marchand étranger[1].

Enfin, en 1607, nous trouvons encore une ordonnance du magistrat de la même ville, concernant une loterie de tableaux. Dans la plupart des villes, il y avait ainsi invasion de marchands étrangers, italiens ou anversois.

En 1688, le 21 février, un édit fit défense aux marchands étrangers de venir étaler et vendre des peintures ou tableaux, dans le palais de Son Altesse le prince-évêque, au détriment des peintres de la cité; ceux-ci étaient tenus, par la même ordonnance, de chercher un lieu propre à exposer leurs produits avantageusement pour les bourgeois amateurs et pour eux-mêmes[2].

C'était dans un but analogue que les gildes enjoignaient aux sculpteurs et aux peintres de poinçonner leurs ouvrages.

Les idées encore étroites de l'époque faisaient naître des différends sur des points parfois d'une mesquinerie sans pareille.

On avait contesté aux doyens d'Anvers le privilège, à la mort d'un confrère, de faire vendre ses outils et ses peintures, dans la chambre du métier, au plus offrant, par le valet, et en 1504 ils furent forcés de passer par l'entremise des fripiers.

Premiers symptômes de mécontentement contre la gilde. — Avec ses tendances un peu exagérées, le XVI[e] siècle donna aussi naissance à un esprit de rébellion contre le joug des usages.

La liberté artistique dont on jouissait en Italie ne fit qu'accentuer ce penchant qui s'accusa franchement après Rubens. Un désir d'affranchissement de travail et de pensée agitait tous les esprits et l'effet de la domination étrangère excitait de plus nos compatriotes à secouer toute contrainte morale.

[1] Archives de Malines, carton XLIX.

[2] Polain, *Recueil des ordonnances de la principauté de Liège*, p. 116, t. I, 3[e] sér.; Archives du conseil privé, dépêches (1687-1691), K. 55.

Or la gilde était essentiellement conservatrice, policière [1] ou du moins autoritaire et profondément religieuse, ce qui ressort de chaque page du *Liggere* anversois.

Dès les premières années de la Renaissance, il semble y avoir eu presque dans toutes les villes un mouvement parmi les membres des gildes de S[t]-Luc, et le malaise produit par les coutumes anciennes se traduisit, tantôt par une demande de modifications aux statuts, tantôt par une organisation nouvelle; mais partout aussi les règlements nouveaux prouvent que les échevins peu au courant sans doute des besoins de l'art se bornaient à donner une forme rajeunie aux anciennes prescriptions et ce commencement de trouble persista jusqu'en 1540, année où l'empereur y mit assez maladroitement la main.

A Louvain, le 23 octobre 1494, le magistrat accorda aux peintres des statuts qu'ils avaient sollicités et que renouvela plus tard Philippe II (le 17 octobre 1565); à Lille, les règlements scabinaux datèrent de 1510 et de 1577 [2]; ceux de Courtrai datent des mêmes époques, environ; à Namur, en 1499, une charte fut accordée par le magistrat et homologuée cent ans après par l'archiduchesse Isabelle [3].

Dans le métier de Bruges, en 1500, les enlumineurs furent réunis aux peintres et il se fit une séparation entre les artistes et les peintres en bâtiments [4].

A Anvers, lorsqu'en 1470 et en 1493, se produisirent des modifications, celles-ci se firent dans un sens assez peu favorable à la gilde, que les magistrats semblent avoir vu de mauvais œil, car en 1471, ayant décidé le doyen Jean Verhagen à leur remettre les titres de la confrérie, ils se laissèrent prier pour les rendre; ce fait motiva la mise sous clef de ces actes [5].

[1] Elle ne l'était pas seulement chez nous, car nous voyons qu'à Venise, A. Dürer fut cité trois fois devant la Seigneurie pour payer le droit de 4 florins à la Scuola; voir Thausing, *op. cit.*, p. 261.

[2] *Registre aux lettres de stiltz et mestiers*, n° 1, fol. 110 et n° 2, fol. 15 v°. Archives communales de Lille.

[3] Galliot, *Histoire de la ville et du comté de Namur, recueil des chartes*, t. VI, p. 425.

[4] J. Gailliard, *Éphémérides brugeoises*, p. 416; et idem, *De ambachten en neringen der stad Brugge*, 1854, p. 615.

[5] Rombouts et Van Lérius, *Liggere der Sinte-Lukas Gilde.*

Quoi qu'il en soit, ce ne fut que vers le milieu du siècle que des mesures radicales furent prises et cela dans un sens tout à fait inintelligent.

Règlements du xvi[e] siècle. — Pendant le courant de cette période les corporations artistiques subirent des vicissitudes nombreuses.

Les souverains (sauf peut-être Philippe le Bon qui en 1429 et 1432 octroya des privilèges aux métiers, notamment à celui des peintres et sculpteurs de Gand) avaient toujours été assez peu portés pour la cohésion de ces masses populaires et profitèrent de plus d'une occasion pour essayer de restreindre les libertés accordées. C'est ainsi que Charles V ne manqua pas, à la suite de la révolte des Gantois, de donner en 1540, de nouveaux statuts aux corporations, pour pouvoir réduire fortement l'importance de celles-ci, tout en laissant intactes les prescriptions professionnelles les plus vulgaires.

D'après l'article LIX de la concession Caroline, les peintres, sculpteurs, verriers et batteurs d'or furent réunis aux merciers, aux ceinturiers, aux chapeliers, et plus tard encore aux brodeurs et aux fondeurs en cire. La vulgarité de ces éléments nouveaux sembla désorganiser la section artistique de la gilde [1]. De 1542 à 1574 il y eut désordre et anarchie et les peintres durent se donner des sous-doyens intérimaires pour soigner leurs intérêts, car Anvers profitait de l'état de choses en cherchant à écouler ses produits dans les autres villes.

Aussi, après 1574, le premier soin de la corporation fut-il d'essayer d'empêcher les ventes illicites de tableaux étrangers, hors des époques de foires franches.

La centralisation commençait à se faire sérieusement à l'avantage d'Anvers. Dans la plupart des villes, d'ailleurs, il y eut à cette époque par le fait de l'immixtion de l'autorité royale dans les affaires des métiers, une perturbation dans leurs statuts, et Anvers même en subit le contre-coup.

A Tournai, en 1521 [2], Charles V fit dépendre la nomination des doyens et *eswardeurs*, des commissaires envoyés par le souverain.

[1] Edm. De Busscher, *La corporation des peintres de Gand; Bulletins de l'Académie*, 1[re] sér., 1853; *Ordonnancien en wysdommen der dekenen van de neeringen van Gent*, Archives communales de Gand.

[2] Bozière, *Tournai ancien et moderne.*

A Mons, [1] en 1592, le 22 juin, les peintres barbouilleurs furent séparés des enlumineurs et érigés en *corps de stile*.

A Namur [1], la charte donnée le 9 février 1599 par l'Infante Isabelle aux merciers, contenait une mention assez dédaigneuse pour les *poindeurs* confondus avec les *pottiers* d'étain, les selliers, les graissiers, etc., et dont les devoirs professionnels n'avaient aucun rapport avec l'art.

A Courtrai, le règlement scabinal promulgué sur l'ordre du roi en 1575 stipula une redevance des maîtres et des apprentis pour l'entretien de la chapelle du métier, et une taxe à payer par les compagnons étrangers qui venaient travailler à Courtrai durant plus de quatorze jours; ainsi que d'autres prescriptions d'admission à l'usage des peintres qui venaient alimenter de leur travail les ateliers décoratifs de peinture en détrempe de cette ville. Les peintres y étaient réunis aux sculpteurs, aux tailleurs de pierre, aux vitriers, aux imprimeurs et aux libraires [2].

A Maestricht la régence accorda à la gilde de nouveaux statuts (en 1593, le 18 janvier), par lesquels il était enjoint de payer pour les apprentis que l'on acceptait, 5 sols par an à la corporation. Les gens de métier ne pouvaient admettre des étrangers dans leurs ateliers et les bourgeois reçus comme ouvriers payaient annuellement 5 à 10 sous. Une épreuve (*proef-stuk*) était exigée.

A Liège aussi, il y eut un grand règlement donné au métier des orfèvres, le 14 juillet 1544, et les seuls articles qui concernent les peintres montrent suffisamment le peu de souci que les gouvernants avaient de l'art :

« 25. Item, au membre des pointres est ordonné que nul ne deverat mettre en œuvre oir party, ni argent tente livrer pour fin oir. »

« 26. Item, au semblant que l'on ne deverat faire ny livrer colleur à eauwe ni autre fraude en lieu et pour celles que deveroient estre à l'huile. »

Ne dirait-on pas des prescriptions datant du XIVe siècle? et combien de semblables préoccupations devaient répugner déjà à des hommes tels que Lambert Lombard et ses élèves, bien qu'elles fussent parfois en harmonie avec

[1] Note manuscrite de M. L. De Villers, Archives de la ville de Mons.

[2] F. De Potter, *Geschiedenis der stad Kortryk*, p. 188, 2e vol.; et notes manuscrites de M. Brinck, archiviste de la ville.

la multiple besogne à laquelle la majeure partie des peintres devaient se livrer?

Dans les villes de second ordre, telles que Huy, Tirlemont, Ath, St-Trond, Lierre, etc., qui possédaient quelque vitalité artistique, mais où les peintres étaient trop peu nombreux pour former un métier spécial, ils restaient soumis à l'une des confréries les plus importantes et leur situation était forcément plus vulgaire encore, car il n'est pas fait mention d'eux dans les statuts.

Pour donner une idée de ce qu'était le genre de vie d'un artiste dans une de ces villes, nous donnerons un article du règlement de police d'Ath, de 1612 [1], qui statue que l'on ne peut recevoir, loger ni soutenir serviteurs ou ouvriers étrangers sans lettres testimoniales suffisantes de leur conduite, et que les gens de métier doivent nourrir leurs apprentis, sans leur permettre de mendier, le tout sous peine d'amende.

Ce régime n'a rien de très brillant pour les peintres qui y étaient soumis également, et cependant les comptes des massards du XVe, du XVIe et du XVIIe siècle font mention de peintres athois, chargés tantôt de la décoration d'un char de triomphe, d'une église, d'une chapelle, tantôt de la confection d'un portrait de souverain ou de l'image d'un saint ou d'une sainte [2].

A Gand, l'ordonnance scabinale de 1541 [3] défendit à tout peintre de faire achever ses ouvrages par un autre, soit dans un couvent, soit ailleurs, sans autorisation préalable, et avertissement à la gilde. Les jurés devaient visiter les travaux faits par les suppôts et vérifier leurs comptes.

Les peintres en bâtiments devaient, pour leur chef-d'œuvre, peindre une statuette de la Vierge.

En 1574, la confrérie, si fière deux siècles auparavant, dut admettre dans son sein les barbouilleurs, les décorateurs et d'autres métiers tout manuels, tandis qu'au contraire, vers la même époque, certaines gildes étrangères s'affranchissaient de leur patronage pour développer leur section artistique.

[1] *Chartes, statuts et ordonnances de police de la ville d'Ath*, 1612, p. 53.

[2] *Inventaire des archives d'Ath*, par Em. Fourdin et note manuscrite du même.

[3] *Bulletins de l'Académie*, 1re sér., t. XX, 1853; Edm. De Busscher, *La corporation des peintres à Gand; Ordonnancien en wysdommen der dekenen van de neeringen van Gent*, Archives communales de Gand.

Il y eut sans nul doute durant la deuxième partie de se siècle un véritable désarroi dans la plupart des gildes artistiques [1] et c'est peut-être de ce moment qu'il faut déjà dater leur commencement de décadence.

La preuve en est que par décret du 12 juillet 1611, l'archiduc Albert enjoignit à toutes les villes restées en retard depuis 1540, de faire homologuer leurs coutumes et de les soumettre à la sanction royale [2].

Ainsi donc les règlements nouveaux des métiers loin de marcher avec le siècle et d'aider au développement de l'art ou à l'intérêt des artistes, restreignaient, pour ainsi dire, ceux-ci au métier et les rejetaient vers les occupations vulgaires.

Il faut supposer cependant que dans plusieurs villes les règlements de Charles V eurent comme effet utile d'établir un certain ordre dans la gilde et de lui donner une existence propre; car à Malines (1541), par exemple, ils consacrèrent la séparation définitive des peintres et des menuisiers, et par conséquent l'indépendance de la gilde des peintres et sculpteurs.

Il est à remarquer aussi que sous le rapport pécuniaire l'alliance des peintres avec d'autres métiers semblait ne pas avoir de mauvais résultats, car c'est surtout à dater du XVIe siècle que se montre une certaine pénurie dans leurs ressources sociales.

En 1521, la gilde de Malines, qui n'était indépendante que depuis 1479, et qui déjà en 1480 cherchait à augmenter le nombre de ses membres par l'adjonction des verriers, était si pauvre, qu'Albert Dürer, faute de local, ne put être reçu que dans la maison d'un confrère.

Comme la question d'argent primait toutes les autres dans les associations de peintres, il fallut plusieurs fois élever la contribution annuelle, ce qui pour la plupart des membres était une dépense très sensible, car au milieu du XVIe siècle, il y eut pour beaucoup d'entre eux une gêne voisine de la misère.

Griefs des artistes contre la gilde. — On conçoit que des artistes imbus d'idées étrangères, revenant de voyages lointains avec le désir d'imiter

[1] *Annales de la Société d'Émulation de Bruges*, 3e sér., 1866, t. I, p. 415.

[2] K. Wytsman, *Notice historique sur la ville de Termonde*, p. 97; et De Smet, *Histoire et description de la ville d'Alost*, pp. 31 et 109.

les grandes choses qu'ils avaient vu exécuter là-bas et avec l'intelligence ouverte déjà à tous les genres de progrès, devaient, en se retrouvant au milieu d'une société étroitement organisée, se sentir gênés à tout instant et froissés d'être assimilés à tout ce qui maniait la brosse ou le ciseau. Ceci devait provoquer insensiblement un mécontentement sérieux contre les institutions du métier.

Les jeunes peintres s'aperçurent de bonne heure des obstacles que mettait à leur développement dans le sens des principes italiens, le système compressif et routinier de la corporation, et beaucoup d'entre eux s'expatrièrent.

Dans son *Schilderboeck*, K. Van Mander, le meilleur historien de l'art du XVI[e] siècle, se répand en plaintes amères contre la gilde de Tournai particulièrement.

Il invoque la déesse Pictura et fait une sortie véhémente contre la manière dont les autorités comprenaient l'exercice de l'art dans cette ville où, suivant l'habitude très inintelligente (*heel onverstandelick*), de Paris [1] et d'autres cités, on avait édité des règlements dans le but d'empêcher les étrangers de venir rivaliser avec les citoyens. Il se plaint de ce que l'on ne puisse peindre à son propre compte ou ouvrir un atelier sans être né dans la ville, avoir été apprenti pendant plusieurs années sous la direction d'un franc maître, et de plus sans faire une épreuve comme les gens de métiers. A Bruges et à Haarlem, dit-il, on assimile les peintres à des selliers et bourreliers, ou à des plombiers et fripiers, et l'on ne fait que peu de différence entre l'art et le métier le plus commun.

Cependant, vers cette époque il devait déjà s'être produit à Bruges une séparation assez nette entre les artistes et les peintres en bâtiments, car les premiers s'étaient annexé les sculpteurs et les horlogers, tandis que les autres étaient unis aux charpentiers et à une foule d'autres métiers [2].

Mais dans plusieurs villes, surtout dans les provinces wallonnes, il est positif que l'art n'entrait point dans les préoccupations de ceux qui régissaient les corporations; et l'on voit pour tous les membres de celles-ci,

[1] A Paris, les peintres et sculpteurs étaient confondus avec des broyeurs de couleurs, des doreurs, des étoffeurs et des marbriers et la contribution à payer était assez forte.

[2] J. Gailliard, *Éphémérides brugeoises*, p. 416.

indistinctement, l'obligation d'être pourvus d'armures et d'uniformes (comme à Mons et dans d'autres villes), de faire le service de la garde de la ville, d'entretenir les fortifications en bon état, etc. [1].

Il en était de même à Maestricht (statuts renouvelés en 1593, le 18 janvier); on y trouve de plus les titres d'officiers, de connétables, etc., qui indiquent une organisation plutôt militaire que professionnelle.

La corporation pouvait donc entraver les progrès d'un artiste et en tout cas lui causer des désagréments sérieux.

Il n'est pas étonnant, dès lors, que partout les peintres les plus connus cherchassent à se faire investir de fonctions relevant du clergé, ou qu'ils remplissent des fonctions électives telles que, au moyen âge, celle de doyen de la draperie [2] (Albert Bouts, Jean Van Diependaele, etc., à Louvain); à Malines, il y eut des peintres carillonneurs (E. Bonnejonne) [3], archers, ou même balayeurs de la cathédrale (Luc Franchoys), le tout dans le but d'obtenir exemption de charges communales.

Difficultés de l'admission dans une gilde. — Les mémoires de l'échevin de Hurges, de Tournai (de 1609 à 1611), font voir, en effet, quels étaient les inconvénients que l'insuffisance des doyens et leur mesquine opposition pouvaient occasionner dans les localités où le goût artistique n'était pas encore venu réagir contre ces abus.

« Sur la plainte de quelques artisans auxquels les maîtres du métier [4] enjoignaient d'étranges chefs-d'œuvre pour les passer maîtres comme eux, étant iceux chefs-d'œuvre ou de très grande dépense ou inutiles fut ordonné que les consaulx modéreraient ce que les maîtres auraient enjoint de superflu, le restreignant à quelque chef-d'œuvre raisonnable et utile; comme de fait, il en fut lors usé envers un ouvrier qui se plaignait de l'impossibilité à lui en ce imposée, et lui fut donnée une pièce raisonnable et plus facile que la première enjointe. »

[1] *Revue numismatique*, 1847, p. 308.

[2] Éd. Van Even, *L'Ancienne école de peinture de Louvain*, p. 219.

[3] Em. Neeffs, *Histoire de la peinture et de la sculpture à Malines*, t. I, pp. 342, 351, etc.

[4] R. De Hurges, *Mémoire d'eschevin de Tournai*, p. 199, Bruxelles, 1855.

Dans les villes wallonnes principalement il y avait parmi les doyens une singulière propension à garder le monopole de leur industrie et à empêcher les étrangers de venir faire concurrence aux confrères de la ville.

« La pièce que l'on donne [1] à faire comme chef-d'œuvre » dit de Hurges, « est d'ordinaire de si longue facture, que l'aspirant étranger est le plus souvent ruiné, vu que pendant qu'il y est occupé, les chefs nommés boivent et font grande chère à ses dépens, avant que tout soit achevé. Quant aux enfants de la ville qui désirent être faits maîtres, ils le deviennent à bon marché, et font quelque pièce légère comme épreuve; mais on donne aux étrangers à exécuter des pièces fort laborieuses et longues et, qui pis est, inutiles, ce qui détourne totalement le bien et l'honneur de la ville, les bons esprits ne pouvant ou n'osant s'exposer à de si grands frais. Et partant, il fut ordonné en 1609 qu'indifféremment les enfants de la ville et les étrangers aspirant à la maîtrise seraient reçus à mêmes chefs-d'œuvre, etc. »

N'était-ce pas là une simple question administrative et les échevins, s'ils s'en étaient donné la peine, n'eussent-ils pas aisément remédié aux vices des statuts? Il se commettait bien des abus, il n'en faut pas douter, mais une surveillance sévère les eût fait cesser, mieux que des ordonnances souvent renouvelées; une application mauvaise ne doit pas faire rejeter le principe en lui-même.

Dans la formule du serment des jurés se trouvent indiquées encore quelques-unes des circonstances qui pouvaient se produire et qu'il est bon de consigner ici :

« Vous jurez de n'exiger ni recevoir, ni souffrir être exigés ou reçus aucuns droits ou salaire pour visitation ou autre empêchement des chefs-d'œuvre, fors ceux notamment et expressément accordés et déclarés par les dites ordonnances, et que lorsque quelqu'ouvrier se présentera pour passer chef-d'œuvre, avant de l'admettre, vous l'enverrez vers le grand doyen et le procureur fiscal de la dite ville, par lesquels il sera informé du droit qu'il devra payer et des devoirs qu'il aura à faire, et principalement de ne payer banquets, *boitoires* ou autres salaires, fors ceux portés par les ordonnances du style dont il sera question, à peine de perdre la franchise d'icelle, et sur

[1] R. De Hurges, *Mémoires d'eschevin de Tournai*, p. 50.

le billet qu'il apportera des dits grand doyen et procureur, il sera passé outre au chef-d'œuvre et pas autrement. »

Dans la vie de P. Vlerick, Van Mander raconte que cet artiste, pour être admis à Tournai, dut recourir à la protection d'un chanoine et de l'évêque bien qu'il se fût astreint à l'*épreuve*, qui, pour lui, avait été une peinture à l'eau représentant le Massacre des Innocents. Il dut se livrer dans cette ville à toute espèce de travail servile, ce qui prouve qu'à cette époque il y avait peu de débouchés artistiques, soit à cause de l'incertitude de la politique, soit par l'insuffisance même de certaines villes.

A Anvers, à Bruges, à Gand, à Malines, à Louvain, il en était autrement et l'art étant déclaré *libre* (*vryekunst*) était exempté d'épreuve.

Cependant le mot *metterhant*, employé dans plusieurs règlements des villes flamandes pour indiquer que l'aspirant devait connaître le métier d'une façon manuelle, prouve à l'évidence que, pour obtenir la maîtrise, il fallait témoigner d'une aptitude suffisante, soit par l'exposition ou le don d'une œuvre, soit par l'attestation du maître ou des doyens. On sait que ceux-ci avaient droit de visite et de contrôle sur les maîtres et les apprentis dont ils devaient ainsi connaître le degré de talent [1].

A Gand, ce fut à partir de 1541 que l'on exigea une sorte d'épreuve ou plutôt la présentation d'un ouvrage (*behoorlyke preuve*).

Cette même condition fut plus tard insérée dans les statuts de la gilde d'Audenarde.

Les voyages d'artistes, d'une ville à l'autre, qui, à dater du XVI[e] siècle, ont été un si puissant moyen de perfectionnement, étaient singulièrement entravés, il faut l'avouer, par les règlements locaux.

Tolérance des magistrats. — Cependant remarquons que les désagréments dont se plaint Van Mander n'atteignaient pas les privilégiés, car partout, même à Tournai, nous trouvons les traces d'indulgence et d'intervention des échevins dans des cas considérés comme exceptionnels :

Jean Ewalletz, voirier, natif de Muys, lez-Cologne, demanda aux consaulx de Tournai, le 19 avril 1611, à être affranchi ; les autres vitriers s'y oppo-

[1] Ordonnance de l'écoutète d'Anvers, du 25 juin 1689.

sèrent par requête, alléguant qu'il était tenu de travailler quatre ans avant cet affranchissement. « Toutefois, dit de Hurges[1], comme il nous eut apparu que c'était un maître ouvrier, nous, jugeant que ce terme de quatre ans n'était que pour les apprentis et que nous n'avions que des brouillons de ce métier en ville, le reçûmes à faire un chef-d'œuvre au mieux contre tous ceux qui s'offraient d'en venir à l'épreuve, et pour ce leur furent donnés quinze jours de terme. Il présenta un chef-d'œuvre de sa façon, fait avec tant de délicatesse et d'industrie que, sans plus de délai, on l'admit au nombre des verriers de cette ville qui jusqu'alors n'en avait vu de pareil. Et quoique cette admission fût extraordinaire, parce qu'il faut que tout autre *apprenne* ou *pratique* son métier le terme de quatre ans avant d'être reçu; cependant, considérant l'incommodité des habitants qui devaient avoir recours aux ouvriers de Valenciennes et de Douai, ceux de Tournai n'y entendant rien, il fut admis, malgré les opposants, qui n'osèrent point appeler de cette décision. »

On peut dire, à la vérité, ajoute l'échevin, qu'admettant cet homme, les consaulx admirent, pour la première fois, ce métier à Tournai, ceux qui s'en étaient mêlés auparavant n'étant que bien maigres apprentis à côté de lui.

Considérant le retard que mettaient les doyens à donner leur décision, le 17 mai, il fut accordé à cet homme d'exercer en attendant son métier, et on chargea le procureur fiscal d'engager les doyens à rapporter leur avis, car Ewalletz avait déjà demandé cette autorisation auparavant.

Les règlements n'étaient donc pas toujours inflexibles, et principalement dans les villes flamandes.

Michel Van Coxeyen peignit sans difficulté à l'hôtel de ville d'Anvers, à Malines, à Gand (sa copie du tableau de Van Eyck), dans sa maison de Bruxelles, etc.; peut-être aussi contribuait-il à la caisse des gildes de ces différentes villes.

P. Franchoys, bon artiste, ne fut inscrit comme franc maître à Malines que plusieurs années après son retour de voyage[2].

Josse Van de Wiere, en 1515, est autorisé spécialement par le magistrat,

[1] R. De Hurges, *Mémoires d'eschevin de Tournai*, p. 199.
[2] Em. Neeffs, *Histoire de la peinture et de la sculpture à Malines*, t. I, p. 343.

car il n'avait point les années d'apprentissage voulues par les statuts de Malines.

Mathieu Van Oultre, en 1569, est admis à la maîtrise avec permission de la chambre de police de la même cité, en dehors des conditions ordinaires.

On perdait sa qualité de maître en quittant la ville, condition généralement fâcheuse au point de vue de la liberté artistique et qui frappa Hans Bol, et Michel Van Coxcyen; ce dernier rentra dans la confrérie en 1561, sans doute à prix d'argent, ce qui aplanissait toutes les difficultés.

Pour sortir de la confrérie il fallait également payer une somme qui était de 20 sols tournois, à Mons, par exemple.

D'ailleurs, dès le XVe siècle, nous avons vu des exemptions motivées soit sur le degré de talent du récipiendaire, soit sur des sollicitations de hauts personnages. L'article premier de l'ordonnance de 1442 [1] marque spécialement, à Anvers, le motif d'une semblable exemption. « Het en ware, dat eenich goet gheselle der vryheyt van der voerscrevene gulde weerdich ware, soe mach men dien ontfaen in de gulde voerscreven, by consente en de goet duncken van den gemeyne gulde bruederen. » La gilde tout entière était donc consultée en pareil cas.

Mode d'enseignement. — Si les formalités d'entrée étaient toujours celles du temps passé, la méthode ancienne et routinière d'enseignement qui jusqu'alors avaient semblé suffisante aux peintres, parut, dès les premières années du XVIe siècle, absolument impossible à conserver, aux yeux d'hommes intelligents, ardents pour le progrès, excités par le succès de leurs confrères de l'Italie.

La tendance de nos maîtres les plus ambitieux n'était autre que d'imiter, autant que possible, ce qui se faisait dans cette contrée et surtout dans l'école romaine.

[1] 22 juillet 1442, cartulaire de la gilde de St-Luc, in-f°, aux Archives de l'Académie d'Anvers : « A moins que quelque bon compagnon ne fût digne de la susdite gilde; dans ce cas, il peut être reçu par consentement général des membres de la confrérie. »

Or, Raphaël, et après lui Jules Romain[1], formaient leurs élèves pour être architectes, sculpteurs, peintres, habiles à diriger ou à exécuter tous les détails d'un ouvrage vaste et compliqué.

Après avoir dessiné soigneusement d'après Raphaël et l'antique[2], tel peintre italien copiait quelques maîtres afin d'être en état de copier enfin Raphaël et le Corrège : ainsi firent Calvaert, G. Campi, L. Carrache[3] et leurs élèves. Mais, même en Italie, la théorie était encore peu enseignée par les peintres, car Crespi conjecture[4] que le Guide démontrait à ses élèves les principes de l'art et de l'imitation!

L'imitation des maîtres était la base de la méthode des Carrache[5].

Les Campi enseignaient moins à peindre qu'à copier leurs tableaux[6].

L'orfèvrerie était l'apprentissage des plus célèbres graveurs[7]; tout cela était purement pratique.

L'ART FLAMAND ÉTAIT PEU THÉORIQUE. — La seule théorie claire, complète et applicable était alors celle de L. de Vinci, et quand on en étudie les principes, on reste convaincu que nos artistes n'ont jamais eu avec elle qu'un rapport bien vague et bien éloigné, tout au plus par ouï-dire, et par des conversations avec les peintres italiens les plus érudits.

Plusieurs de ces principes étaient cependant conformes à leur manière d'agir; ainsi, l'élève, disait le Vinci[8], devait s'accoutumer d'abord la main à copier les dessins des bons maîtres, à les imiter parfaitement et ensuite à dessiner d'après la bosse. La mémoire était, selon lui, d'un grand secours, et la théorie, la base de l'art.

[1] Voir VASARI, *Vie de J. Romain;* et LANZI, *Histoire de la peinture en Italie,* t. IV, pp. 21, 22 et 239.

[2] LANZI, *op. cit.,* t. IV, p. 277.

[3] Id. id. t. IV, pp. 239 et 266.

[4] Id. id. t. IV, p. 317.

[5] Id. id. t. IV, p. 317.

[6] Id. id. t. IV, p. 32.

[7] Id. id. t. IV, p. 267.

[8] *Traité de la peinture,* trad. de R. De Fresne, Paris, an IV, pp. 9 et 15; voir aussi Ch. BLANC et P. MANTZ, *École Florentine, vie de L. de Vinci,* p. 13; DELÉCLUZE, *L. da Vinci,* Paris, 1841, in-8°.

Mais, où il n'était plus suivi même par ses compatriotes, c'était quand il disait qu'un peintre ne devait pas en imiter servilement un autre, mais étudier la nature, car pendant tout le XVI[e] siècle, rien ne fut plus en honneur que l'imitation.

Mais c'est dans l'académie des Carrache que nous pouvons le mieux découvrir le système général d'enseignement de cette époque, car ils s'efforcèrent de réunir les meilleures méthodes de leurs prédécesseurs.

Leur école était, comme celles de leurs rivaux, pourvue de plâtres, d'estampes, de dessins; ils y joignirent un cours de nu, de perspective et d'anatomie, considéré comme enseignement supérieur; la théorie semble n'avoir été que le sujet de leurs conversations; en un mot, c'était le type primitif de nos académies modernes de dessin; c'était là le modèle que suivaient de bien loin nos maîtres revenus de l'Italie, mais nous verrons bientôt que les ateliers qu'ils ouvrirent dans nos provinces n'avaient d'académie que le nom, et que si leur pratique était puissante et rapide, leur méthode d'enseignement resta toujours aussi loin de celle des écoles d'Italie, que leurs compositions exagérées des sublimes chefs-d'œuvre que produisirent là-bas les grands maîtres de la Renaissance.

Jaloux d'imiter les ouvrages immenses de Raphaël, de Michel-Ange et de leurs successeurs, nos peintres dédaignaient les petits panneaux du XV[e] siècle et remplissaient de vastes toiles, où il leur était loisible d'étaler leur faux savoir en anatomie, en archéologie, leurs souvenirs de la sculpture antique, et enfin un arrangement inspiré des maîtres italiens.

Mais on conçoit que de semblables entreprises prenaient tout le temps de l'artiste, et que celui-ci devait chercher à se faire aider, pour peu qu'il eût à la fois plusieurs commandes pressées.

Cet usage explique en partie les nombreux changements de maîtres et les déplacements fréquents des jeunes peintres du XVI[e] siècle, à la recherche à la fois de travail payé et de progrès pratique. Ces voyages de ville en ville devinrent en effet une habitude générale à cette époque.

En 1531, à Louvain, les peintres-verriers qui désiraient former une section (*nering*) à part [1], se refusèrent à faire payer par leurs apprentis la

[1] Ed. Van Even, *L'Ancienne école de peinture de Louvain*, p. 219.

taxe réglementaire d'entrée, et comme ils firent valoir que des élèves *étrangers* venaient fréquemment passer deux ou trois mois dans un atelier de Louvain et que cette taxe les éloignerait, ils obtinrent gain de cause.

FONDATION DE L'ACADÉMIE D'ANVERS. — La première innovation qui nous vînt de l'Italie, nous fut apportée sous le nom d'Académie par un homme d'un esprit orné, philantrope et aimant les arts, qui la transplanta à Anvers; c'était l'avocat de Formantel [1]. En 1510, il fonda une école particulière qu'il mit sous l'autorité des doyens de St-Luc, et où les élèves entre eux venaient s'exercer pour pouvoir être admis plus tard dans la confrérie. Chose étrange, on rencontre dans ce germe de l'enseignement moderne les véritables bases de perfectionnement sur lesquelles on pourrait, même à notre époque, édifier un sérieux progrès artistique : ce sont celles qui font l'objet de notre conclusion; mais il était difficile à cette époque d'arriver à l'application pratique d'un principe qui n'est pas encore tout à fait admis aujourd'hui.

Avant 1693 on se borna ainsi à fournir un local aux aspirants-peintres, et l'on ne donna pas d'enseignement public du dessin, mais les maîtres peintres tenaient chez eux des écoles particulières dont les élèves, apprenant le dessin, et devenant apprentis de la gilde, avaient un avantage pour obtenir la maîtrise [2].

ÉCOLES DE PEINTURE. — Quant à l'enseignement supérieur, celui de la peinture, quelques hommes d'initiative, tels que Lombard, F. Floris, Van Orley, Lucas de Heere, Van Mander, Goltzius, en introduisant à leur profit dans nos provinces la mode de l'Italie, opérèrent bientôt de fait, sinon de droit, une distinction entre l'art et le métier, et ce fut dans quelques ateliers que se centralisa l'étude de la grande peinture.

Profitant du chômage de la gilde de Gand jusqu'en 1574, Luc de Heere put ouvrir une école et s'affranchir ainsi des règlements du métier concernant l'apprentissage; ce fut cette académie que K. Van Mander, Kornélisz et Goltzius transplantèrent en 1583, à Haarlem. Les cent vingt élèves que

[1] B^on^ VAN ERTBORN, *Geschiedkundige aenteekeningen over de Sinte-Lukas Gilde*, p. 24.
[2] J.-B. VAN DER STRAELEN, *Jaerboek der Sinte-Lukas Gilde*, p. 75.

Van Mander attribue à Frans Floris [1] quoique considérés comme des compagnons travaillant avec lui, n'en étaient pas moins des élèves comme ceux de nos maîtres contemporains, car il en employait un grand nombre, dans son atelier, à ébaucher d'après ses cartons les grandes pièces qu'il avait toujours en train.

A. Van Noort, chez lequel affluaient les demandes d'admission, dut établir une rétribution à payer par les élèves et il en eut encore un grand nombre. C'était là une violation directe des règlements de la gilde, mais que celle-ci n'eût pu empêcher, car, à cette époque elle était assez démoralisée. D'ailleurs ce nouvel enseignement répondait aux idées générales et l'essentiel était que par un travail en public on ne portât point atteinte au prestige de la corporation; la preuve en est qu'à Bruges le même arrêté qui défendait aux peintres décorateurs l'usage de l'huile, tolérait qu'ils peignissent sur toile et sur panneau, pourvu que ce fût en secret [2].

Dès que les principes italiens et l'étude du nu s'imposèrent aux masses, il ne suffit plus que l'on tolérât l'étude du dessin, en dehors de la confrérie, il fallut admettre et même protéger la peinture d'après le modèle vivant, et ce fut un des premiers assauts qu'essuya l'existence de la corporation.

Intérieur de ces académies particulières. — Aussi ne pouvons-nous plus nous figurer l'atelier d'un peintre de la Renaissance comme semblable à celui des artistes du XV[e] siècle. Il devait évidemment ressembler, autant que possible, à celui des maîtres italiens qui travaillaient en compagnie de leurs élèves et, pour ainsi dire, en plein air, au grand jour, selon les mœurs faciles de leur pays.

Une gravure de Baccio-Bandinelli, le malencontreux antagoniste de Michel-Ange, nous représente l'atelier même de l'artiste. On y voit plusieurs élèves dessinant à la lueur d'une lampe; trois personnages entourent le maître et d'autres élèves sont groupés vers la gauche. Une autre estampe nous représente cinq élèves à une table et dessinant d'après l'antique à la clarté d'une lampe; le professeur, assis à droite à côté d'un élève qui

[1] K. Van Mander, *Levens der vermaerste schilders,* etc , t. I, p. 229.

[2] *Annales de la Société d'Émulation de Bruges,* 3[e] sér., t. I, Introduction.

dessine, tient une statue en main et semble donner des explications théoriques; sous la table on lit : « Academia di Bacchio Brandin in Roma, in luogo detto Belvedere, 1531 — (gravé par Aug. Vénitien, élève de Bacchio). » Le sol est jonché de plâtres et de pièces anatomiques. Ces détails dévoilent toute la première moitié du XVI[e] siècle. En effet, tout artiste étranger qui mettait le pied sur le sol de la Péninsule abdiquait forcément toute manière de voir originale pour s'absorber désormais dans une double étude que l'on regardait alors comme la plus haute expression de l'art : l'antique et l'anatomie.

De plus, l'habitude de se réunir le soir dans l'atelier du maître, après la collaboration de la journée et d'y dessiner en commun, s'introduisit bientôt dans nos contrées et constitua désormais le véritable enseignement des arts graphiques.

La gravure de Corneille Cort (1578) représentant l'académie de Stradan est également intéressante à examiner; non seulement nous y trouvons le broyeur ou apprenti relégué dans un recoin obscur, mais l'école renferme, selon le goût éclectique du temps, le maître, travaillant à une de ses grandes toiles; des hommes faits, ses aides, s'occupant de dessin d'architecture, de gravure ou de sculpture, un adolescent, dessinant d'après l'antique et enfin de jeunes garçons groupés autour d'un squelette dont ils dessinent des fragments pour étudier peu après la myologie. Tout le système didactique du siècle se trouve là.

Sans doute, nous rencontrons à cette époque des génies naturels dépourvus de l'éducation italienne, raffinée, mais fausse, et ce sont là les purs Flamands.

Les Breughel, les Vinckeboons, David Teniers, le vieux, semblent n'avoir jamais effleuré une reproduction de l'antique ni ouvert un traité de Vésale; mais il faut les regarder comme des arriérés, se tenant volontairement à l'écart, et suivant en fait d'enseignement les us et coutumes du siècle passé, avec lequel leur pratique a même un certain rapport, si nous considérons que tout, autour d'eux, tendait à la largeur, à la facilité de la brosse et à des compositions exagérées et conventionnelles.

Ceux que l'on appelle les petits maîtres, depuis J. Bosch et P. Breughel, jusqu'à G. Coquès, G. Dow, G. Metsu, ont toujours dû vivre retirés, comme les peintres du moyen âge, travaillant avec un soin minutieux en compagnie

d'un apprenti ou d'un ami et d'un broyeur de couleurs, quand leur femme ou leur fille ne leur rendait pas ce service; et le tableau d'A. Van Ostade, qui figure au Musée d'Amsterdam (n° 205), nous rend, pour ainsi dire, l'aspect d'un atelier gothique; l'artiste est vu de dos, éclairé par une fenêtre à petits carreaux. Dans la pénombre, un élève prépare une palette et plus loin un homme broie des couleurs. Il a gravé à l'eau-forte cette même composition.

Il est intéressant de comparer cette scène à la peinture satirique de la casa Carolina de Pompéi (l'atelier du peintre), ainsi qu'à des miniatures qui représentent des scribes et des peintres du moyen âge [1].

Quant aux artistes de troisième ordre, à ceux dont les misères nous ont été racontées par Van Mander et d'autres biographes, la gravure satirique d'André Both (le pauvre peintre) retrace leur intérieur d'une façon à la fois comique et navrante.

Mais de tels exemples de dénuement étaient encore assez rares au XVI[e] siècle, grâce au goût des arts qui se répandait peu à peu dans toutes les classes de la société, et les artistes que la fortune favorisait, au contraire, ne rêvaient qu'entreprises colossales et progrès illimité.

La copie était la base des études. — Mais l'enseignement qu'ils donnaient à leurs élèves ne répondait pas à leurs aspirations personnelles. Les élèves se bornaient généralement à copier la manière de leur maître, c'est-à-dire que l'imitation des qualités, mais plus encore des défauts de ce dernier [2], formait toute l'éducation. Pour se perfectionner on prenait un maître plus célèbre.

Après s'être exercé tout seul au dessin, Hans Van Aken passe un an chez un mauvais maître [3], puis chez un autre qui était devenu habile par la nécessité de peindre ses portraits d'après nature. Ensuite il s'habitue à dessiner d'après Sprangher, et enfin rencontre en Italie un mauvais peintre

[1] Voir Bibliothèque nationale de Paris, *Manuscrit des clères et nobles femmes*, côté supplém. français, 540, 8, 2.

[2] M. Thausing, *Albert Dürer, sa vie et ses œuvres*, p. 69; K. Van Mander, *Het leven der doorluchtige schilders*, etc., Haerlem, 1604, fol. 145 et 250.

[3] K. Van Mander, *op. cit.* fol. 289 v°.

brocanteur qui donnait de l'ouvrage aux étrangers et chez lequel il s'adonne à la copie.

Aart Claassoon de Leyde dessine d'après ses différents maîtres, changeant plusieurs fois de manière [1]. Bloemaart copie des dessins de F. Floris, et son père le met successivement chez un barbouilleur, puis chez J. de Beer, élève de Floris, qui lui fait copier des tableaux de Blocklandt, etc. [2].

J. Schoreel commença à dessiner d'après des vitraux et des tableaux d'église; puis il paya ses trois ans d'apprentissage à Cornelisz qui le fit travailler pour lui.

La permission donnée à l'élève de faire parfois quelques travaux pour son compte personnel était considérée comme une véritable faveur [3].

Ces exemples montrent quelle était la marche suivie généralement.

Les paysagistes et ceux que l'on nomme à présent les petits maîtres se formaient souvent par un travail solitaire [4]; mais pour la majeure partie des peintres la copie des tableaux d'un maître constituait, pour ainsi dire, toute l'étude de la peinture, jusqu'au moment où l'élève se sentait la force de voler de ses propres ailes, c'est-à-dire de voyager et de s'adresser à des maîtres plus en renom.

On copiait beaucoup au XVIe siècle [5]. Andrea del Sarto et J. Romain copiaient Raphaël; Michel-Ange copia de nombreux maîtres [6]. Après de tels exemples [7], il eût été surprenant que nos peintres flamands ne se livrassent pas à la même occupation. Le chef-d'œuvre de Van Eyck fut copié par Lancelot Blondeel, par Van Coxcyen, etc. [8]; la copie devint même plus tard la base de l'éducation pittoresque. Le Dominiquin copia assidûment les Carrache et fut leur garçon d'atelier [9].

[1] K. Van Mander, *op. cit.,* fol. 257.
[2] Id. id. fol. 297.
[3] Id. id. fol. 234.
[4] Id. id. fol, 219 et 299.
[5] Félibien, *Entretiens sur la vie et les ouvrages des plus excellents peintres,* t. III, pp 104, 48 et 71; Bellori, *Le vite de Pittori,* etc., 1672, pp. 171, 291 et 366; *Gazette des beaux-arts,* 1er août 1879, p. 176.
[6] Cte de Laborde, *La renaissance des arts à la Cour de France*, t. I, pp. 137 et 140.
[7] Vasari, *Vies des peintres*, t. XIV, p. 37; K. Van Mander, *op. cit.,* fol. 233; Félibien, *op. cit.,* t V, p. 195
[8] L. Guicciardini, *Description de tous les Pays-Bas,* 1609, p. 101.
[9] Bellori, *Le vite de Pittori*, etc., 1672, p. 291.

Mais les éléments du dessin ne s'acquéraient que par une pratique constante et le plus souvent sans maître, par l'imitation, soit de gravures [1], soit de tableaux ou de vitraux [2], car les peintres tenaient à ne s'entourer que de jeunes gens déjà capables de leur être utiles.

On aurait d'ailleurs tort de croire que l'apprentissage eût déjà un caractère quelque peu moderne. Ab. Bloemaart fut confié à un peintre en bâtiments par son père, qui était architecte, ingénieur et sculpteur, et cela pour y apprendre le maniement de la brosse et des couleurs! Ce même artiste dut se faire laquais pour obtenir quelques leçons de peinture [3].

Le *Journal de voyage* de A. Dürer nous apprend que les artistes employaient encore toujours leurs apprentis à des besognes serviles, telles que courses, broyage de couleurs, et se les prêtaient en certaines occasions, comme le font les décorateurs de nos jours. Dürer utilisa ainsi les services de l'apprenti de Joachim Patinier et ceux d'un autre apprenti bruxellois [4].

L'artiste allemand avait été apprenti orfèvre, et avant son entrée dans l'atelier de Wohlgemut il dessinait tout seul, en s'inspirant toutefois des gravures de ce dernier [5].

Éducation toute professionnelle. — Le peintre H. Arnold s'engagea envers lui à envoyer son frère Jacques, apprenti de Dürer, vendre des œuvres d'art pour compte de celui-ci [6].

Aart Claassoon allait les lundis avec ses apprentis se réjouir dans une auberge et se plaisait à leur raconter des histoires de l'ancien et du nouveau Testament [3].

La routine remplaçait les conseils théoriques que les maîtres n'avaient

[1] Félibien, *Entretiens sur la vie et les ouvrages des plus excellents peintres,* t. III, pp 104, 48 et 71; Bellori, *Le vite de Pittori,* etc., 1672, pp. 171, 291 et 366; *Gazette des beaux-arts,* 1er août 1879, p. 176.

[2] M. Thausing, *Albert Dürer, sa vie et ses œuvres,* p. 262; et Félibien, *op. cit.,* t. III, p. 323.

[3] K. Van Mander, *Levens der schilders,* fol. 237 et 297 — Dürer se plaignait du peu de science des peintres de son temps, voir M. Thausing, *op. cit.,* p. 330.

[4] Voir F. Campe, *Reliquien von Albrecht Dürer,* Nürnberg, pp. 82, 133 et 143.

[5] M. Thausing, *Albert Dürer, sa vie et ses œuvres,* 1878, pp. 29 et 44.

[6] Id. *op. cit.,* p 111.

point le temps de donner à leurs élèves; c'était une sorte d'enseignement mutuel, par la collaboration et les voyages, et surtout par le travail incessant que produisait la masse de commandes, éducation toute pratique, par conséquent. Les grands ouvrages de F. Floris étaient, selon Van Mander, cause de l'habileté de ses élèves [1]; il leur donnait à ébaucher ses grandes toiles, après leur avoir indiqué seulement son idée par une esquisse à la craie, en leur ordonnant d'y mettre telle et telle figure dont l'étude se trouvait dans l'atelier. Ils y gagnaient, dit le peintre-biographe, de l'audace et de l'initiative. Ce système était général; les peintres livraient des croquis à leurs aides qui exécutaient parfois plus que l'ébauche [2].

Ils travaillaient en commun dans un atelier, le plus souvent au grenier, à peindre d'après le modèle vivant ou à portraiturer (*conterfeyten*) [3], lorsque manquait l'ouvrage aux tableaux du maître; encore ces études étaient-elles destinées à être reproduites sur les grandes toiles quand elles convenaient à l'un ou à l'autre sujet [4].

F. Floris employait même des paysagistes à ses grands tableaux [5].

C'était d'ailleurs, pour ainsi dire, une obligation professionnelle d'employer les élèves à des travaux déterminés et consécutifs; de cette façon seule pouvait être éludée la prescription de la gilde, de se borner à un apprenti.

Importance de la géométrie au XVI[e] siècle. — Bien que les hommes les plus distingués de l'époque n'eussent pas de préoccupation plus vive que la réforme de l'enseignement, comme ils se trouvaient surchargés de travaux positivement au-dessus de leurs forces, leurs intentions restaient à l'état de projet, et, en attendant le moment de pouvoir en faire l'essai, ils se servaient de leurs élèves comme d'ouvriers à utiliser pour l'achèvement de leurs œuvres.

Comme dans les entreprises décoratives du moyen âge, c'était donc encore

[1] K. Van Mander, *Het leven der doorluchtige schilders*, etc., fol. 242.
[2] M. Thausing, *op. cit.*, pp. 127, 130 et 148.
[3] K Van Mander, *op. cit.*, fol. 227, 229, 231 et 232.
[4] Id. id. fol. 237, 268 et 282, *Vie de L. Lombard*, etc.
[5] Id. id. fol. 230.

le dessin géométrique qui formait la base de l'éducation de ces derniers, car il fallait de l'exactitude à leurs copies et plus encore à leur collaboration avec le maître.

Pour se convaincre de l'importance que la géométrie acquérait alors, même dans le dessin de la figure humaine, il suffit de jeter un coup d'œil sur les méthodes d'Albert Dürer [1], de L. de Vinci, de Jean Cousin, d'Annibal Carrache, etc., etc.

Peu à peu ce domaine primitif s'augmenta de l'architecture et de la perspective, dont les règles nous vinrent d'Italie; mais ce progrès ne s'effectua que bien lentement dans notre pays, malgré les efforts personnels de quelques artistes.

Ce qui est digne de remarque, c'est que plus que jamais la géométrie et l'architecture [2], comme base de travaux d'art décoratif, furent estimées au XVIe siècle [3], bien que les peintres ne se missent point en peine de les enseigner à leurs élèves [4].

Lucas de Heere, qui avait appris le dessin chez ses parents, fut très utile à F. Floris pour l'exécution de ses cartons [5]. Ce dernier devait son habileté en dessin à son père.

L'architecture et la géométrie [6], sur lesquelles se basait la ligne, donnaient une grande sûreté au talent des peintres. Quelques petits maîtres formés par le hasard furent, on peut le dire, les seuls qui suivissent des errements différents. Mais ces sciences étaient de toute nécessité [7] dans les grands ouvrages

[1] Le titre de l'ouvrage général qu'il projetait était « La nourriture des apprentis peintres ». Son traité des proportions qui a paru en 1528 était tiré des ouvrages d'Alberti, et son art de mesurer, des éléments d'Euclide.

[2] K. Van Mander, *op. cit.*, fol. 287.

[3] Félibien, *Entretiens sur la vie et les ouvrages des plus excellents peintres,* t. III, pp. 90 et 92.

[4] K. Van Mander, *op. cit.*, fol. 255. C'était chez les architectes que l'on allait apprendre le dessin de construction et la géométrie, et beaucoup de peintres se rendaient, comme Dürer, dans d'autres villes pour étudier mieux ces sciences.

[5] K. Van Mander, *op. cit.*, fol. 259, 255 et 258.

[6] Félibien, *Entretiens sur la vie et les ouvrages des plus excellents peintres,* t. III. pp. 125 et 321.

[7] Voir les ouvrages de L. da Vinci (Libri, *Histoire des sciences mathématiques en Italie,* t. III) et ses MSS à la Bibliothèque de l'Institut à Paris et à la Bibliothèque Ambrosienne à Milan.

décoratifs qui s'exécutaient en toute occasion, et dans lesquels se distinguèrent P. Coucke, d'Alost, et Breughel, son gendre, Vredeman de Vries, etc. Crispin Van den Broeck était excellent architecte. Tobie Verhaeght, le premier maître de Rubens, était très versé dans l'architecture et la perspective. Lambert Van Noort, le père du deuxième maître de notre grand coloriste, était bon architecte. J.-Corneille Vermeyen était habile en géométrie, et les nombreux patrons de tapisseries qu'il exécuta, de même que la plupart de ses contemporains, nous démontrent le style tout décoratif de la peinture de cette époque.

Bernard Van Orley [1], dont Jean Jordaens copia plus tard les patrons pour Maurice de Nassau; C. Enghelrams, qui peignit à l'eau des toiles pour l'église de S[t]-Rombaut; Marc Willems, de Malines, qui dessinait pour les vitriers, les tapissiers, etc.; Franç. Crabbe, qui peignit à l'eau une Passion pour les Frères mineurs de Malines, étaient de vrais décorateurs. A partir du milieu du XVI[e] siècle, tous nos artistes ont touché à la peinture industrielle ou ornementale.

Peinture en détrempe. — Tout cela indique des mœurs peu en rapport avec les grandes idées des novateurs italianissimes.

La plupart des jeunes peintres s'exerçaient d'abord à la détrempe sur toile, procédé décoratif peu coûteux, expéditif, utile dans les nombreuses ornementations du temps et pour développer l'habileté pratique.

Le témoignage de Van Mander est positif à cet égard; Lucas de Leyde, peignit ainsi, étant enfant, une histoire de S[t]-Hubert [2]. Les paysagistes, tels que P. Bom, Jean den Hollander, Luc Gassel, etc., employèrent ce genre de peinture, qui paraît avoir été complètement de mode, car Philippe II fit acheter, en 1549, une grande composition à l'eau, de Schoreel. L'un des frères Cock (Mathieu) peignait en détrempe, et l'autre, Jérôme, était brocanteur en toiles à l'eau et à l'huile.

G. Snellaert [3] était le plus habile des nombreux peintres à l'eau de Courtrai,

[1] Voir pour Albert Dürer, M. Thausing, *op. cit.*, pp. 141, 509, 512, etc.
[2] Id. id. id. p. 141.
[3] K. Van Mander, *Het leven der doorluchtige schilders*, etc., p. 168.

ville qui partageait avec Malines la spécialité du commerce de toiles décoratives.

P. Vlerick, à son retour d'Italie, peignit à l'eau des perspectives, des temples, des fabriques, etc. C'était la suite naturelle de la méthode ancienne, car il est plus que probable que les élèves-peintres, durant la première partie du XVe siècle, s'exerçaient à la miniature avant de toucher aux couleurs à l'huile.

De même, à l'époque suivante, où la décoration et les grands travaux furent d'usage journalier, ce fut la peinture à la colle qui facilita leurs essais; ce procédé, ne l'oublions pas, était d'ailleurs employé depuis les temps les plus reculés.

On accusa Rubens d'avoir, par envie, engagé Jordaens à cultiver ce genre de travail, qui devait à la longue lui faire perdre ses qualités de premier ordre. Le reproche est certainement calomnieux, mais il prouve l'emploi que l'on faisait encore de la peinture à l'eau.

Le XVIe siècle fut celui du dessin, et cependant les crayons des maîtres se ressentaient de la hâte qui présidait à l'exécution des commandes. Les artistes, pleins d'ambition et surchargés de grands travaux, ne pouvaient s'arrêter à terminer leurs dessins et se bornaient à une sorte d'esquisse fougueuse et caractéristique, suffisante pour les guider dans la retouche de leurs tableaux qu'ébauchaient leurs apprentis.

Il en fut ainsi même de Raphaël et de son école [1], de Holbein et surtout de tous nos peintres italianisés.

Auparavant déjà, et dans toutes les circonstances officielles, on peignait d'après des dessins. Le Titien fit ainsi le portrait de François Ier [2]. Clouet, Holbein et plus tard Rubens, Van Dyck agirent de même. Cet usage fut général au XVIe et au XVIIe siècle.

Comme preuve supplémentaire du peu d'attention que prêtaient les grands maîtres à leurs élèves, notons encore que lorsque Floris chômait un jour dans l'intérêt de ses disciples, ceux-ci lui payaient 18 à 20 florins; Van

[1] Cte DE LABORDE, *La renaissance des arts à la Cour de France*, pp. 611 et 972; et FÉLIBIEN, *Entretiens sur la vie et les ouvrages des plus excellents peintres*, t. III, p. 107.

[2] Cte DE LABORDE, *op. cit.*, t. I, p. 78.

Mander, en consignant ce fait comme peu habituel[1], nous donne la certitude que l'apprentissage de l'art au XVI[e] siècle était presque entièrement pratique dans nos provinces.

Mode d'enseignement. — En résumé, ce que nous rencontrons de nouveau au siècle qui nous occupe, c'est d'abord un semblant d'enseignement élémentaire, libre et mutuel, sous le nom d'Académies, soit dans les ateliers de peintres, soit dans le local de la gilde, et qui, organisé à côté de l'apprentissage ancien, prouve l'absolue nullité de cet apprentissage au point de vue didactique.

En effet, puisqu'on jugeait comme un perfectionnement de laisser les commençants s'exercer tout seuls, on reconnaissait par là le peu de profit qu'ils tiraient des conseils de leur maître.

Comme enseignement moyen, nous trouvons des aides, pourvus déjà suffisamment d'habileté manuelle pour avancer la besogne du maître et lui faire épargner du temps. Cette adresse n'est acquise par eux que par la copie et en peignant d'après nature, pour ainsi dire sans conseils.

Enfin, comme éducation théorique, nous voyons les maîtres en certains jours de chômage, ou le soir après leur travail, donner à leur entourage sous forme de souvenirs de voyage, des règles et des conseils pour l'imitation des grands modèles, sur l'esthétique et l'archéologie, telle qu'ils la comprenaient, ou même parfois des séances de poésie et de musique[2]: c'était l'habitude de D. Calvaert et des Carrache, mais elle ne prévalut que chez un petit nombre de nos peintres flamands.

Cet enseignement supérieur avait toujours pour but et couronnement le voyage tant désiré vers la métropole religieuse et artistique[3].

Quant aux rares préceptes de théorie que les meilleurs maîtres pouvaient parfois transmettre à leurs disciples, ils n'avaient, comme nous l'avons dit,

[1] Félibien, *op. cit.*, t. III, p. 331.
[2] Id. id. t. III, pp. 186 et 307.
[3] M. Thausing, *Albert Dürer, sa vie et ses œuvres*, p. 75; après son apprentissage, le père de Dürer le fit voyager pendant quatre ans. Tous les peintres du XVI[e] siècle allèrent ainsi de ville en ville chercher un accroissement de science ou d'habileté pratique.

d'autre source possible que les ouvrages si peu connus de Léonard de Vinci [1], déjà assez compliqués d'ailleurs pour rebuter la plupart de nos praticiens acharnés.

Ce ne fut qu'au commencement du XVII[e] siècle, qu'Otho Van Veen d'abord et après lui son illustre élève surent s'assimiler assez l'essence des principes italiens pour opérer un progrès nouveau dans notre art national et dans son enseignement.

Apprentissage. — Il serait par conséquent inutile d'insister sur l'influence didactique de l'apprentissage légal qui, en rapport avec les us et besoins du XV[e] siècle, devint au XVI[e] une pure formalité; la gilde ne fit qu'empêcher l'essor prématuré de peintres encore inhabiles, et les conditions par lesquelles elle déterminait l'étude de la peinture ne produisaient d'autre avantage que de protéger les hommes de quelque talent contre l'invasion de la médiocrité. Quatre années de stage étaient une garantie d'expérience et de travail [2], et, comme il s'agissait ensuite d'obtenir la maîtrise, cette garantie était plus que suffisante; mais il faut considérer l'inscription comme une nullité réglementaire, car, chez les uns, les véritables apprentis n'étaient employés qu'à un travail servile durant leur stage; chez d'autres, ils figuraient sur le livre, mais puisaient leur instruction à des sources tout autres que celles que leur offrait la gilde, même après l'institution de la première académie.

Effet des corporations sur l'exercice de l'art. — Quant aux avantages que présentaient les corporations de S[t]-Luc aux francs maîtres qui en faisaient partie, nous avons déjà vu qu'ils étaient sérieux au point de vue matériel et pécuniaire; il est vrai qu'elles gênaient les voyages, si importants au XVI[e] siècle, mais, une fois admis dans une nouvelle confrérie, l'artiste étranger se trouvait chez lui, bénéficiant des prérogatives de l'association, couvert par sa

[1] *Traité de la peinture par L. de Vinci,* trad. par R. Du Fresne, nouv. édit., Paris, an IV; *Traité de la lumière et des ombres,* Bibliothèque Ambrosienne à Milan; Amoretti, *Mémorie storiche di Leonardo da Vinci,* pp. 22 et 130; Lanzi, *Histoire de la peinture en Italie,* t. IV, p. 83.

[2] L'apprentissage commençait dès l'âge de 10 à 12 ans et était suivi de 2 ou 3 ans de compagnonnage et puis de la maîtrise; ce régime était favorable aux études élémentaires.; voir Janitschek, *Die gesellschaft der Renaissance in Italien und die kunst,* etc., Stuttgard, 1879, p. 48.

protection et soumis à sa surveillance; ce qui était utile à lui-même, aux amateurs et par suite à la situation des artistes en général. Mais le progrès et le développement de l'art n'éprouvaient par le fait des gildes aucune impulsion nouvelle, car ils dépendaient des artistes eux-mêmes et de leur manière d'enseigner. Tout au plus les relations de confraternité qu'elles établissaient pouvaient-elles avoir quelque influence sur le relèvement du niveau intellectuel des artistes, et, en ceci, les Sociétés de rhétorique étaient l'agent principal [1].

Cependant la gilde tolérait le progrès et empêchait le recul, et s'il se produisit au XVIIIe siècle une décadence marquée par suite de la servile et inintelligente imitation que l'on fit de l'école de Rubens, elle fut, plus qu'on ne croit, favorisée par la coalition générale contre l'existence des corporations, obstacles à une licence que l'on confondit avec la liberté.

La tradition, l'ordre, la réglementation, étaient les principes fondamentaux sur lesquels se basait la vie entière de nos ancêtres et toute innovation, toute tentative de secouer le joug imposé provoquait une perturbation immense. On l'a vu au temps de la réforme.

On croyait alors, et peut-être était-on dans le vrai, que l'art devait être soumis à des règles, que la méthode ne pouvait être enfreinte sans inconvénient.

Des hommes imbus d'idées pareilles, habitués à obéir aux usages reçus, nés sous un régime autoritaire et ne voyant autour d'eux que réglementation dans les petites choses, pouvaient-ils éprouver, par suite de la nécessité d'obéir à des lois, cette contrainte morale qui serait insupportable aux artistes de nos jours, et qui les empêcherait peut-être absolument de produire? Évidemment non, et les œuvres qui remplissent les galeries de toute l'Europe sont là pour l'attester.

Certainement, de par leur caractère artiste, ils cherchaient à s'affranchir de toute pression, de toute surveillance, et aspiraient à la fantaisie, à leur libre arbitre, à avoir les coudées franches; mais il y avait beaucoup d'emphase dans leurs récriminations, et, en réalité, le mal qu'ils éprouvaient

[1] Voir L. Guicciardini, *Description de tous les Pays-Bas*, p. 102.

était loin d'être aussi grand que plusieurs de leurs confrères versés dans la littérature l'ont prétendu.

Au contraire, il semble même que, plus ces hommes vivaient dans un milieu autoritaire et compressif, plus leur expression pratique gagnait en énergie, en largeur et en abondance. C'est là encore un de ces mystères de l'organisation humaine, si féconde en contrastes.

Si nous ne craignions pas d'aborder un sujet qui nous mènerait trop loin et qui serait sans doute au-dessus de nos forces, nous insisterions ici sur l'influence sérieuse de l'association, sur la conduite, l'esprit d'ordre et la moralité des artistes.

On pourrait objecter que les doyens et jurés des métiers, en général, n'étaient pas scrupuleux sur les moyens d'extorquer aux nouveaux confrères une bienvenue en argent ou en festins; en effet, le banquet était un usage que l'on doit désapprouver, surtout parce que les dépenses imposées à un récipiendaire étaient parfois immodérées (Il avait toutefois l'avantage d'établir, dès le premier jour, des liens de familiarité et de confraternité entre le nouveau membre et les anciens associés). Mais, si l'on écarte ce grief, on ne trouvera dans toute l'histoire des gildes, à charge de ses administrateurs, qu'une sévérité excessive à l'égard des contrevenants aux moindres dispositions du règlement, et l'on peut être convaincu que l'ordre et la bonne conduite étaient de rigueur pour rester dans l'association.

Ajoutons que l'organisation de la caisse de secours, comme garantie contre un malheur immérité, était digne des plus grands éloges, et que la dévotion était dans l'essence même des confréries; or, à cette époque, il eût été absurde de songer à la morale sans l'associer à la dévotion. De plus, la présence de femmes et parfois de personnes du plus haut rang aux assemblées des gildes donnait à celles-ci un caractère de convenance très marqué.

Les recherches consciencieuses faites par les persévérants investigateurs de nos archives permettent de faire justice des sottes et calomnieuses assertions des écrivains du siècle passé, qui, se copiant l'un l'autre sans vergogne, ont reproduit et propagé dans le monde entier la plus détestable opinion de la conduite privée des peintres flamands.

Il y eut toujours et partout des exceptions fâcheuses; mais, en général,

nos artistes furent des hommes d'ordre et de travail, ce qui doit leur valoir d'autant plus d'éloges que leurs préoccupations intellectuelles et les exigences de l'art dont ils étaient esclaves, étaient de nature à leur mériter beaucoup d'indulgence sous ce rapport.

Tout ce que nous avons observé quant aux confréries artistiques nous fait croire qu'elles entrèrent pour beaucoup dans les causes qui amenèrent ce résultat favorable.

L'accord ne se rompit entre les gildes et ceux qu'elles étaient censées protéger, que parce que les souverains ou gouverneurs se contentèrent d'homologuer d'anciens règlements ou même de les réduire à de véritables puérilités, sans se préoccuper de la marche de leur époque, et les gildes eurent un effet utile aussi longtemps que la société put se soumettre, sans trop de peine, à un régime suranné, ce qui devint absolument impossible au XVIIIe siècle.

Nous remarquons au XVIe siècle un progrès constant dans l'habileté pratique, mais aussi une sorte d'anarchie causée par l'affaiblissement de l'influence de la corporation et par l'envahissement des habitudes étrangères.

C'est le régime de la concurrence et de l'entreprise, mélange singulier de tendances industrielles et idéales, de compression et de licence; en somme, une période de transition.

L'enseignement pratique et théorique est fondé, mais il est mutuel, les ateliers et les académies étant plutôt des locaux de travail que des établissements d'instruction.

Bien que le goût et le sentiment ne semblent plus aussi intenses qu'au siècle précédent, il y a cependant un développement réel dans l'art et dans son enseignement.

A dater de l'introduction des modes italiennes, la corporation semble s'éclipser, et le seul principe que reconnaisse l'art flamand est celui de l'imitation volontaire.

L'époque de Rubens devient, sous le rapport des lois et règlements, et même des mœurs artistiques, presque une époque de liberté, et pourtant l'influence du grand maître et surtout des grands modèles que reconnaissait ce dernier, fait de chaque artiste un véritable esclave.

L'apprentissage se compose d'une soumission absolue à l'exemple théorique et pratique du maître, dans l'atelier de celui-ci et le plus souvent à son profit; il est donc très imparfait, bien qu'il soit arrivé à des résultats extraordinaires, grâce à une réunion de circonstances exceptionnelles.

Mais malgré tous les tâtonnements que l'on observe dans la marche de l'art depuis le XIVe siècle, cette marche est au fond lentement progressive, autant dans l'exercice de la profession que dans l'enseignement artistique, et constitue un acheminement rationnel vers notre état actuel de progrès.

PEINTURE DU XVIIE ET DU XVIIIE SIÈCLE.

Centralisation de l'art a Anvers. — Dès l'époque où Anvers avait commencé à se substituer à Bruges, dans le commerce et dans l'art, c'était vers les bords de l'Escaut que nos peintres s'étaient dirigés, et toutes les provinces envoyaient leur contingent de récipiendaires à la gilde de la première de ces villes : en 1505, Adrien, de Mons, et Liévin, de Tournai; en 1506, Thierry, de Mons, et Jean, de Cassel; en 1507, Jean, de Maubeuge; en 1508, Corneille, de Tournai, etc., etc. [1].

La ville de Gand, si florissante peu d'années auparavant, n'offrait déjà plus alors de ressources suffisantes en fait d'art, car, en 1514, Josse Sammeling [2] déclara, dans un procès que lui avait intenté la gilde, qu'il allait chercher à Anvers, à Malines et hors du pays, des tableaux qu'aucun peintre de Gand ne pouvait exécuter.

En 1519, le secrétaire J. Van Melle dut aller chercher à Alost et à Termonde des peintres pour les décors de l'entrée du roi Charles-Quint.

Vers 1588, ce fut le Malinois Raphaël Van Coxcyen [3] que les échevins de Gand choisirent pour exécuter le tableau du Jugement Dernier, qui fut estimé

[1] Voir Rombouts et Van Lérius, *Liggere de la gilde de St-Luc.*

[2] Edm. De Busscher, *Recherches sur les peintres gantois du XVIe siècle*, p. 242.

[3] Id. *op. cit.*, p. 172.

à 1,400 florins d'or carolus par des peintres anversois, appelés comme experts.

En 1599, les Gantois durent recourir aux artistes d'Anvers pour les travaux de décor de l'entrée des archiducs. Aussi, J. Sandrart[1] dit-il qu'Anvers peut lever la tête et se glorifier de l'emporter, sous le rapport de l'art, sur toutes les autres villes; et c'était là le sentiment général, car, parmi ceux qui lui payèrent le tribut de leurs études ou de leur talent déjà éprouvé, on voit les noms les plus distingués.

DÉVELOPPEMENT DU GOÛT ARTISTIQUE. — Le goût grandissant pour les arts avait envahi jusqu'à la noblesse. En 1517, A. Cornelis, chevalier brugeois, fit un tableau pour la corporation des foulons [2].

Vers 1565, Josse et G. Borluut, l'un chevalier et échevin de Gand et l'autre avocat au Conseil de Flandre, sont cités par Lucas de Heere comme artistes de mérite.

Les Van Coxcyen étaient de noble origine; J. Schoreel, peut-être aussi B. Van Orley, Mostaert, Otho Van Veen et son frère l'étaient également.

Néanmoins, il ne faut pas inférer de là que l'art constituât déjà une sorte d'aristocratie. Ce fut un privilège inouï que les lettres patentes conférées aux Van Coxcyen par le roi d'Espagne.

On sait que plus tard Teniers [3] sollicita en vain une semblable faveur et que Rubens lui-même n'était pas tenu en bien haute estime par la noblesse belge [4]; mais ce qui surprend davantage, c'est l'opinion de la régence d'Anvers, qui écrivait aux archiducs : « Ce privilège (l'exemption de charges d'accise, etc.), qui n'a jamais été accordé à Ortélius ni à Plantin, Rubens et Otto Vœnius en ont été gratifiés, ce qui est d'un mauvais exemple; elle fait

[1] *Academia nobilissimae artis pictoriae*, 1683, p. 282.

[2] *Annales de la Société d'Émulation de Bruges*, 1866, 3e sér., t. I, p. 276.

[3] Un avis du 4 novembre 1657, signé A. Colibrant, incline à l'octroi de la demande du peintre « pourvu qu'il ne lui sera plus permis d'exercer l'art de sa ditte profession publiquement pour aucun gain ni salaire, à peine d'être déchu de noblesse. » Archives générales du royaume, note publiée par M. le chevalier de Burbure.

[4] Em. GACHET, *Lettres inédites de Rubens*, p. LIX, Introd.

très respectueusement remarquer à Leurs Altesses que la gouvernante Marie de Hongrie n'avait jamais exempté aucun personnage de sa Cour [1]. »

On le voit, le génie ne suffisait pas encore à vaincre l'orgueil de caste ni les préjugés; l'art restait toujours plébéien, et cette situation devait faire sentir ses effets dans la façon d'agir de bien des artistes, comme dans l'enseignement de la peinture.

Chose étrange, au temps glorieux où Rubens et sa pléiade rayonnaient de tout leur éclat sur nos provinces, les principales préoccupations de la gilde sont des contestations au sujet de ventes illicites d'objets d'art!

Condition des peintres. — C'est qu'à cette époque le nombre des artistes était devenu extraordinaire et que, malgré les efforts de la protection, pour beaucoup de peintres il devenait bien difficile de vivre de leur pinceau.

Plus d'un, déjà au siècle précédent, était forcé de cumuler des commerces ou des fonctions assez peu compatibles avec l'exercice de l'art.

Des peintres étaient graissiers, ciriers, fabricants de chandelles, armuriers, etc. [2]. En 1583, Gaspard Rutz était peintre sur verre et marchand de bois blanc, à Anvers[3]; d'autres étaient orfèvres, etc. [4]. Cette situation ne restait pas circonscrite à nos provinces, où la guerre sévissait presque sans relâche, et les mœurs en général se ressentaient toujours des idées anciennes.

En 1648 [5], il y avait encore à Paris un peintre, valet de chambre du roi, et des peintres et gens de métier attachés à la Cour [6] comme au XVe siècle.

Lucas Vorsterman fut à la fois graveur et marchand (*kunstkooper*).

La gilde perd son ancien caractère professionnel. — Cependant l'époque la plus brillante de la peinture flamande, l'apogée de sa gloire est certes celle

[1] A. Pinchart, *Archives des arts*, etc., t. I, p. 191.
[2] Em. Neeffs, *Histoire de la peinture et de la sculpture à Malines*, t. I, pp. 294, 299, etc.
[3] Rombouts et Van Lérius, *Liggere der Sinte-Lukas Gilde*.
[4] Ed. Van Even, *L'Ancienne école de peinture de Louvain*, pp. 219 et suivantes.
[5] Cte de Laborde, *La renaissance des arts à la Cour de France*, t. II, p. 856.
[6] Id. id. id. t. II, p. 888.

du chef de notre école, et la gilde de S[t]-Luc, alors célèbre et florissante, obtenait le bénéfice de l'immense réputation du maître et de ses émules. On peut même dire qu'elle se soutenait par eux, car après leur disparition elle tomba dans un marasme, précurseur de sa fin. Il est vrai que, sous l'impulsion du grand maître, les excellents artistes, ses contemporains, étaient parvenus à modifier la composition de la gilde d'une façon désormais artistique, et que le métier n'y était plus prépondérant. Les noms de Janssens, Pourbus, Hals, Breughel, Jordaens, Van Noort, Van Dyck, Rombouts, Coquès, Biset, Van Balen, illustrèrent le décanat ou la fonction de juré. Rubens lui-même, dit-on, fut doyen en 1631-1633, pour prêcher d'exemple, mais Snayers remplit cet office à sa place.

Puisque ces hommes, les meilleurs juges de ce qui était profitable à l'art et aux artistes de leur temps agirent ainsi; il faut croire que l'association leur paraissait chose bonne et utile.

Ses intérêts souffrent par le fait d'une direction artistique. — Mais il faut avouer que ce changement de direction de la gilde avait un grand inconvénient, en ce que les artistes ont toujours été de détestables administrateurs; aussi la voyons-nous depuis lors se débattre contre des difficultés pécuniaires, de façon à faire mettre en suspicion, non seulement sa capacité d'enseigner, mais encore l'utilité même de sa propre existence; cela ne serait jamais arrivé si les ressources de la Société avaient été sous le contrôle de véritables hommes d'affaires. Déjà, telle qu'elle était administrée, la gilde imposait aux artistes une sujétion indispensable qui provoquait une opposition sourde, mais systématique.

L'artiste est essentiellement cosmopolite et répugne aux étroites limites de clocher et les différentes juridictions mettaient des entraves au séjour momentané dans l'une ou l'autre ville, dès qu'il y avait en jeu quelque intérêt professionnel.

Opposition des artistes envers la corporation. — Il s'élevait de nombreuses sollicitations d'exemption des devoirs de la gilde et d'autres charges de tous genres, et l'on recherchait même dans ce but des fonctions parfois

infimes à la cour des souverains ou dans les églises, mais qui procuraient un privilège.

Par lettres patentes des archiducs, Robert de Nole fut nommé maitre sculpteur de l'hôtel de Leurs Altesses, sans aucuns gages, avec pouvoir d'apprendre à ses serviteurs son dit art « sans être assubjetty à ceulx du métier [1]. » C'était grâce à semblable immunité que Rubens avait groupé son école autour de lui.

En 1610, par requête aux archiducs, J. Breughel sollicite l'emploi de peintre domestique de Leurs Altesses « et de lui donner de grâce spéciale la mesme liberté des gardes et tonlieux comme à leurs aultres peintres et serviteurs domestiques ». Il est probable que J. Breughel s'absentait souvent dans le but de peindre des paysages et qu'il tenait à ce que ses allées et venues fussent peu onéreuses pour lui.

Hans Verbeeck, de Malines, obtient cette même faveur; Antoine Van Dyck paye 9 florins pour dégager sa parole au sujet de la promesse qu'il avait faite de devenir franc-maître; Corn. Schut se libère du décanat en payant 100 florins [2].

En 1642, Abr. Van Diepenbeke refuse de remplir son office de doyen, bien qu'il ait prêté serment [3].

En 1664, à Anvers, il fallut fixer une amende de 5 sols pour forcer les confrères à suivre le convoi funèbre d'un des leurs.

En 1672, les doyens y firent hausser jusqu'à 100 florins la dette de mort, usitée quand on quittait la gilde, et qui ne s'élevait auparavant qu'à 40 florins, et cela pour empêcher les suppôts de se soustraire au décanat et aux autres charges.

En 1676, on dut en venir à des mesures coercitives contre les doyens eux-mêmes.

Tout cela nous prouve suffisamment que désormais la gilde n'était plus dirigée avec ordre ou bien n'était plus en rapport avec le progrès intellectuel et le mouvement général. S'il en était ainsi à Anvers, combien dans les autres villes un artiste devait-il éprouver de désagréments !

1 A. Pinchart, *Archives des arts*, etc., t. II, p. 302.
2 Rombouts et Van Lérius, *Liggere der Sinte-Lukas Gilde*, t. II, pp. 70 et 71.
3 Id. id. t. II, p. 138.

Mais toutes ces plaintes étaient-elles la juste expression de l'intérêt général des artistes, ou bien simplement motivées par le désir égoïste de se soustraire aux charges collectives, en les faisant peser plus durement sur les collègues ?

Avantages de l'association. — Sous le rapport pécuniaire, la gilde était en principe une protection et une garantie pour les artistes. Elle ne les gênait que pour des travaux ou des ventes à effectuer dans les villes étrangères, mais là, comme de nos jours, des marchands se substituaient d'ordinaire à eux. Mais elle mettait obstacle à leur liberté d'allures par des réunions obligatoires, des banquets ou des services funèbres, par les visites des doyens et par une foule de statuts inutiles ou vexatoires, auxquels il faut attribuer, sans nul doute, la dégénérescence rapide de l'art dans les villes de province.

En revanche, elle offrait un grand avantage matériel : celui de fixer une valeur aux œuvres d'art que l'on soumettait à son estimation. Par ce moyen, on ne voyait pas, comme aujourd'hui, avec une déplorable fréquence, des ventes publiques où les ouvrages sont vilipendés et donnés à des sommes dérisoires.

L'art restait ainsi debout comme un métier, faisant vivre ses adeptes. La gilde jugeait les tableaux des peintres et en fixait la valeur en réunion de la chambre; il y a au *Liggere* des articles marquant soit une réunion des doyens au domicile du sieur David Teniers jeune, pour l'examen d'un tableau[1], soit le jugement d'un tableau envoyé de Termonde, etc.[2].

En 1644, la chambre jugea si un tableau qu'on avait envoyé de Hollande était un original ou une copie[2], et fit une évaluation de dessins pour le sieur Van Diepenbeeck et P. de Jode, le graveur. Mêmes mentions pour Siberechts et Van den Berghe, etc.

Fonctions du doyen. — Jusqu'ici tout cela était avantageux pour la généralité. Mais le décanat était positivement une fonction à redouter pour un artiste absorbé et travailleur; il en était de même de celle de juré. Les

[1] Rombouts et Van Lérius, *Liggere der Sinte-Lukas Gilde*, 2e vol., p. 209.
[2] Id. id. t. II, pp. 84, 139, 140 et 64.

inconvénients en étaient d'autant plus graves que d'ordinaire elles étaient dévolues à un homme de mérite.

Les doyens et les jurés examinaient les ouvrages faits[1] et quand il y avait contestation jugeaient le différend ou nommaient des experts.

Souvent c'était en leur présence que l'on effectuait les payements; au moyen âge, au moins, il en était ainsi selon le compte du receveur Fastré Hollet[2].

Lors d'une réception à la franche-maîtrise, le doyen présidait avec les jurés. S'il naissait une dispute entre les confrères, le doyen et les jurés devaient intervenir; avant de procéder à une élection, ils déclaraient par écrit les noms de tous ceux qui étaient redevables envers le métier, afin qu'ils pussent être expulsés du local de St-Luc[3].

Dans le cas où le chef de la gilde faisait plus de frais dans son office, que ce qui avait été décidé par la corporation, il était rendu responsable et mis sous la correction de son successeur. Les doyens et jurés sortants étaient obligés de conserver leur costume de parade jusqu'au jour du Saint-Sacrement de l'année suivante, sous peine d'amende; ils devaient figurer avec ce costume dans la procession.

Dans toute réception, élection, réunion du métier, noce ou mortuaire, messe patronale, etc., le serment devait se présenter, accompagné d'une députation ou de la confrérie entière. Quand la gilde devait faire le guet, le doyen devait toujours être présent.

On en conviendra, il y avait là des corvées fatigantes et inconciliables avec l'exercice de l'art, et bien que dans les gildes artistiques on ait de bonne heure pris l'habitude, quand le doyen était un personnage de mérite, de confier ses fonctions à un sous-doyen, il arrivait encore de trop nombreuses occasions où le doyen ne s'appartenait plus, devant sacrifier tout son temps à la confrérie, sans compensation suffisante et avec l'immense regret de soustraire ainsi un temps précieux à l'art qui le réclamait impérieusement.

[1] *Bulletins de l'Académie*, 2e sér., t. V, p. 158, notice de M. Edm. De Busscher.
[2] De Barante, *Les ducs de Bourgogne*, édit. Reiffenberg, t. X, p. 251.
[3] F. De Vigne, *Mœurs et coutumes des corporations*, pp. 11 et 17.

D'un autre côté, il fallait une victime expiatoire, il était nécessaire que la gilde eût un chef honoré et influent; d'ailleurs jamais elle n'a dû manquer de titulaires dévoués, car de nombreux artistes étaient, comme G. Congnet, Pourbus, etc., pourvus de grades dans les gildes armées où les devoirs étaient infiniment plus assujettissants.

Il est à supposer aussi que l'étroite connexion des usages de la gilde avec le pouvoir municipal dût faire rejaillir sur elle l'animadversion que parfois inspirait une autorité un peu tracassière.

D'ailleurs, un coup d'œil sur les règlements des confréries et spécialement de celle d'Anvers, tels qu'ils étaient en vigueur vers l'époque de Rubens, pourra nous permettre d'apprécier s'ils concordaient assez peu avec les mœurs et le degré de perfection de l'art pour donner réellement prise à des attaques sérieuses.

Organisation de la gilde de St-Luc a Anvers. — Nous avons indiqué déjà les tendances religieuses des gildes [1] qui, loin de se borner aux pratiques pieuses ordonnées par les statuts se doublaient encore de sodalités qui comprenaient toute espèce d'état; par exemple, les confréries de St-Jacques de Compostelle et de Ste-Croix, à Bruxelles, celle de l'Annonciation, à Anvers, etc. [2].

Quand l'Italie devint l'objectif de nos artistes et que le pèlerinage obligé à Rome eut établi une sorte de privilège aristocratique pour ceux qui l'avaient accompli et qui avaient contemplé les antiquités romaines, il s'établit à Anvers une confrérie nouvelle : celle des Romanistes, qui reçut dans son sein toutes nos illustrations et pour laquelle Rubens montra une réelle prédilection. C'était là, pour ainsi dire, la vraie corporation. Il y eut encore dès les premières années, à côté de nos associations de peintres, des sociétés qui avaient pour but la littérature, l'art dramatique et auxquelles il faut assigner la première influence sur les moyens de développement littéraire. En 1450 la chambre de rhétorique de Gand eut pour doyen Nic. Van der Meersch, peintre de

[1] A. Vandenpeereboom, *Ypriana,* t. I, 1878, p. 157; et Em. Neeffs, *Histoire de la peinture et de la sculpture à Malines,* t. I, p. 11.

[2] Herman, *Mengelwerk over de provincie Noord Braband,* 11e deel, pp. 129, 159; et C. Ruelens, *Revue d'histoire et d'archéologie,* t. II, p. 220.

cette ville; celle de la Violette eut les peintres pour principaux soutiens; celle-ci, la plus importante de notre pays, se confondit avec la gilde de St-Luc d'Anvers, en 1480, et eut une grande action sur le développement et la valeur intellectuelle de cette association que nous pouvons considérer à juste titre comme le type des corporations qui nous occupent.

Admission. — L'ordonnance du magistrat d'Anvers, de 1434, stipule que pour être admis dans la confrérie, il faut connaître le métier *metterhand*.

Les peintres étaient exempts d'épreuve ainsi que les graveurs, imprimeurs et fondeurs en caractères, métiers que l'on nomma *vrystielen* au XVIIIe siècle, tandis que le titre de *proefstielen* était acquis à ceux des brodeurs, peintres en bâtiments, doreurs, vitriers, encadreurs et faiseurs de clavecins.

Les doyens choisissaient dans chacun de ces métiers un ancien pour les aider.

Ce fut en 1574 que les *proefstielen* furent soumis à l'épreuve qui, pour les peintres en bâtiments consistait (en 1664) [1] en une porte et ses accessoires, à représenter en bonnes couleurs, selon les règles de l'architecture et de la perspective. Cette pièce était jugée par les doyens.

Les fils de maîtres (*wynmeesters*) pouvaient librement apprendre ou obtenir la franchise du métier et tout compagnon étranger pouvait travailler chez un maître, à la journée, sans rétribution à la gilde; ils n'étaient sous la juridiction de celle-ci que s'ils entreprenaient eux-mêmes un ouvrage.

Il est probable que cette tolérance amena à Anvers de nombreux élèves et artistes et contribua puissamment à déplacer le centre artistique.

Les habitants pouvaient louer un ouvrier pour un mois afin qu'il travaillât chez eux à leur usage particulier.

L'ordonnance signée Grapheus (du 22 juillet 1442), défend qu'un *knape* quitte son maître avant d'avoir satisfait à son apprentissage; avant ce terme, on ne pouvait louer l'apprenti d'un autre. Cet acte de réorganisation nomme les peintres, les enlumineurs, les imprimeurs, les sculpteurs en bois, les sculp-

[1] J.-B. Van der Straelen, *Jaerboek der vermaerde en kunstryke Sinte-Lukas Gilde,* 1855, p. 104.

teurs en pierre et les vitriers; le métier des sculpteurs en bois était l'un des plus anciens de la confrérie dont il faisait déjà partie en 1434 [1].

Les deux métiers réunis avaient reçu de la ville [2], le 26 novembre 1434, quelques *points* et *franchises* pour le bien de la confrérie et de l'*art,* ce qui avait fait leur constitution jusqu'en 1442.

Union professionnelle. — Le noyau du métier se composait des vitriers [3] et depuis longtemps les écrivains et enlumineurs étaient réunis aux peintres.

En 1557, les facteurs de clavecins demandèrent à faire partie de la gilde, et l'année suivante, l'écoutète força les imprimeurs, libraires, relieurs, etc., jusqu'alors récalcitrants, à s'y enrôler de fait, ce qui souffrit quelque difficulté.

Il faut remarquer que dans le sein de l'association générale, chaque métier constituait une section; ainsi, les peintres artistes répudiaient les peintres en bâtiments qui le leur rendaient à l'occasion, car en 1663 [4], ceux-ci réclament contre un étoffeur qui exerçait leur métier.

Mais l'union des diverses professions profitait à la caisse sociale, et il eût été politique de la maintenir en faisant dériver vers les besoins de l'art les ressources qu'elle produisait.

A Anvers, on admettait les femmes à la franche maîtrise ce qui n'avait pas lieu à Gand ni à Bruxelles : Le *Liggere* mentionne en 1629 une veuve Van Nuffel; en 1653 Cath. Pepyn; en 1681 une fille de maître, *schilderesse;* un reçu indique de plus les hommes et les femmes qui sont dans la gilde.

C'est vers 1680 que l'on découvre dans le registre la dénomination de *chonst schilder,* distincte de celles de *stoffeerder* et de *huisschilder.* Auparavant on se bornait au terme générique de peintre; il y eut donc probablement à cette époque une modification dans les idées, et peut-être cela indique-t-il plus de considération pour les artistes.

Apprentis. — La surveillance des doyens sur les maîtres et les apprentis

[1] Chev. L. de Burbure, *Toestand der beeldende kunsten te Antwerpen, omtrent 1454,* p. 81; *Album der Sinte-Lukas Gilde.*

[2] *Register met ter berderen,* fol. 219, Archives d'Anvers.

[3] J.-B. Van der Straelen, *Jaerboek der Sinte-Lukas Gilde,* 1854, p. 4.

[4] *Liggere der Sinte-Lukas Gilde,* t. II, p. 343.

était regardée comme sérieuse, car, par l'ordonnance du 25 juin 1689, tout maître qui prend un apprenti doit le déclarer aux doyens afin que ceux-ci l'*éprouvent*. Mais il ne faudrait pas voir là une preuve de sollicitude pour l'enseignement, car voici tout ce que prescrivait à cet égard l'ordonnance [1] de 1586.

Aucun maître ne pourra instruire un garçon comme apprenti pour moins de trois ans. Celui-ci inscrit sur le livre par les doyens travaillera pendant cette période, sans profit pour lui. Le maître ne pourra recevoir un deuxième apprenti avant la deuxième année de stage du premier.

Il n'y avait pas davantage dans les règlements des autres villes; au contraire, en province, on a lieu d'être étonné quand on lit les prescriptions surannées et coercitives que des magistrats inintelligents laissaient subsister à l'égard des peintres de toutes les catégories.

Infériorité de la section artistique dans la gilde. — Il ressort de là que, dès la fin du XVI[e] siècle, on eût dû procéder à une séparation des métiers au sein de la gilde même, et donner à la section artistique une autonomie tout à fait en rapport avec les progrès de l'époque et la liberté nécessaire aux occupations artistiques.

En effet, Courtrai, par exemple, conservait l'obligation d'une épreuve qui, pour les étoffeurs ou doreurs, était la décoration d'une statue haute de quatre pieds; mais, de plus, suivant le statut de 1664, les artistes devaient, comme pièce de maîtrise, exécuter un tableau de trois ou quatre personnages, soit d'après un dessin proposé, soit autrement, selon les conditions qu'imposaient le doyen et les anciens.

A Audenarde [2] aussi, une *behoorlyke preuve* à passer dans la maison du doyen, était ordonnée.

Si les obligations s'étaient bornées à cet examen, le mal eût été minime, car, à tout prendre, il était utile que les doyens fussent édifiés sur la valeur d'un nouveau membre; mais cette clause était suivie d'une foule d'autres que

[1] J.-B. Van der Straelen, *Jaerboek der vermaerde en kunstryke Sinte-Lukas Gilde*, pp. 72, 73 et 104.

[2] Van Lerberghe et Ronsse, *Audenaerdsche mengelingen*, 1854, p. 243; Archives de la ville, registre fol. 114.

l'on appliquait aux artistes comme aux simples ouvriers et qui devaient révolter plus d'un d'entre eux.

Dispositions des gildes de Courtrai et d'Audenarde. — D'après la keure du 12 février 1664, à Courtrai [1], on ne pouvait se livrer au travail que dans le genre pour lequel on avait fourni un chef-d'œuvre.

Les doyens et jurés devaient régaler, en diverses occasions, les suppôts; ce qui fut défendu par le magistrat. Seulement il resta stipulé que le doyen, endéans les deux ans de son entrée en fonction, payerait 6 livres de gros comme dédommagement.

A Audenarde [2], des prescriptions professionnelles qui, au XVIIe siècle, semblent absurdes de minutie, venaient se joindre à celles-là pour entraver l'exercice de l'art, quand les doyens n'avaient pas le bon esprit de fermer les yeux.

Les peintres ne pouvaient dorer un ouvrage quelconque sans avoir au préalable coloré et doré le fond, sous peine de 3 livres d'amende. Un membre de la gilde ne pouvait donner d'ouvrage à un ouvrier non affranchi. L'usage de la colle était *toléré* pour tous les métiers (sans distinction) faisant partie de la gilde. L'exécution d'un simple dessin ou d'une image quelconque était subordonnée aux clauses du règlement. C'était là de la protection locale, mesquine et purement professionnelle, ne pouvant convenir à une section artistique.

On le conçoit, une réglementation ainsi entendue devenait, à l'époque brillante de Rubens, un véritable abus, et cela nous explique comment Anvers finit par obtenir le monopole complet de la peinture artistique.

La tendance de la corporation était partout la même : l'intérêt collectif de ses membres. C'était une coalition intéressée qui visait à la fois les concurrents étrangers, le public qui fournissait les commandes et même parfois les citoyens qui eussent pu en distraire une partie. La condition de n'avoir qu'un apprenti à la fois, l'élévation de la taxe d'entrée (comme à Malines, le 9 octobre 1606), la fréquence des demandes de répression que devaient

[1] F. De Potter, *Geschiedenis der stad Kortrijk*, 2e vol., p. 188.

[2] Van Lerberghe et Ronsse, *Audenaerdsche mengelingen*, 1854, p. 245.

adresser les syndics aux échevins contre des fraudes incessantes, le prouvent parfaitement.

La corporation n'était pas, tant s'en faut, une institution nuisible, à cette époque, pour la généralité; mais pour les doyens, par exemple, c'était un tissu de vulgaires contestations, de corvées, de frais et de pertes de temps qu'occasionnaient les expertises sur les falsifications de couleurs [1], la présidence des épreuves de maîtrise, les réunions et banquets, les messes, les procédures, etc. [2].

Plus d'une fois les doyens se plaignirent au magistrat de ce que des discussions oiseuses allongeaient outre mesure les réunions dont la présidence leur rapportait fort peu.

En revanche, l'autorité considérait les dignitaires de la gilde comme la représentation officielle de tous les peintres de la ville, et comme elle choisissait elle-même les doyens sur présentation de la liste émanant du métier, elle était d'autant mieux disposée à accorder à ceux-ci ce qu'elle eût durement refusé à des particuliers. Plus d'une fois le serment obtint ainsi grâce ou remise des peines encourues par l'un de ses suppôts.

Rien ne saurait mieux donner une idée de l'avantage de la protection des gildes sur les intérêts des peintres qu'une comparaison de la valeur des objets d'art avec celle des produits d'autres industries nécessaires. En l'absence de documents suffisamment explicites à cet égard, nous allons essayer, en procédant par analogie et probabilité, de rechercher si la position des artistes était encore au XVIIe siècle aussi bonne qu'aux époques précédentes.

Valeur intrinsèque de la peinture. — Lors de l'Introïtus Fernandi, en 1635, à Anvers [3], la peinture de dix-sept petits écussons, autrefois comptée comme l'ouvrage de dix-sept jours, se paya 35 florins, soit 2 florins par jour ou 10 escalins.

En tenant compte de la diminution constante de la valeur monétaire, il est

[1] Em. Neeffs, *Histoire de la peinture et de la sculpture à Malines*, p. 15.

[2] Van Dooren, *Inventaire des archives de Malines*, t. I, p. 229, n° 388.

[3] P. Génard, *P.-P. Rubens. Aanteekeningen over den grooten meester*, etc., 1877, p. 458. Nos calculs ont pour base les ouvrages cités plus haut et le *Dictionnaire des étymologies teutonnes* de Kiliaen.

certain que l'ouvrier qui pouvait obtenir de son travail 10 escalins, s'estimait heureux, car c'est, à 1 escalin près, le traitement de S. Noveliers, peintre de l'hôtel de la cour en 1618 [1].

En 1635, Th. Rombouts peignit à Gand deux tableaux décoratifs qui, s'il faut s'en rapporter à ceux de ce maître que possède encore le Musée de cette ville, doivent chacun lui avoir coûté au moins trois mois de besogne. Or, ils furent payés 133 livres 14 sous 8 gros [2], c'est-à-dire environ 15 escalins par jour.

En 1621, G. de Crayer reçut 213 livres 18 escalins d'Artois pour trois grands portraits des souverains, soit environ 10 escalins de Brabant par jour, en comptant un mois pour chacun de ces ouvrages [3].

En 1594, Martin de Vos fait son triptyque de la Tentation de St-Antoine pour 50 livres de gros [4], soit cent jours d'ouvrage au taux de 10 escalins.

En 1600, Gilles Claessens livre un Christ pour la chapelle du palais pour 7 livres 10 sous de Flandre, soit vingt jours de besogne au même prix [5].

En 1606, G. Britseels, de Louvain [6], livre un Christ en croix pour 66 florins (un mois à 10 escalins).

En 1628 et en 1631, le couvent de l'hôpital de Turnhout [7] fait peindre à Anvers des tableaux du même genre pour 67 et 82 florins, ce qui équivaut à peu près à la somme journalière indiquée.

En 1665, J. Berinckx et J. de Hornes [8] reçoivent, pour les décors de l'estrade faite pour la Joyeuse Entrée de Charles II, 174 florins et 5 sous.

Pour celle de l'inauguration de l'archevêque de Berghes, ils obtiennent 15 livres 15 sous. Ces travaux hâtifs, qui ne peuvent pas avoir coûté plus de deux mois dans le premier cas et d'un mois dans le second, rapportèrent sans doute plus de 10 escalins à leurs auteurs.

[1] A. Pinchart, *Archives des arts*, t. II, pp. 322 et 294.

[2] Comptes de la ville de Gand, anno 1635.

[3] Registre n° 28244, 6° fol. xvj v° et xvjj v° de la Chambre des comptes, aux Archives du royaume.

[4] *Catalogue du Musée d'Anvers*, pp. 109-120.

[5] A. Pinchart, *Archives des arts*, t. II, p. 321.

[6] Archives du royaume, comptes de l'église de Wesemael, 1605-1606.

[7] Heuvelmans, *Kronyk der stad en vryheid Turnhout*, 1844.

[8] Em. Neeffs, *Histoire de la peinture et de la sculpture à Malines*, t. I, p. 200.

A Anvers, en 1635, un entrepreneur monte un arc de triomphe pour 900 florins [1], et Ryckaert obtient avec Jean Van Eyck, pour la décoration de ce même arc, 730 florins.

Pour un autre édifice décoratif, il est payé à T. Rombouts et à ses trois collègues 950 florins.

Il est donc probable que, comme auparavant, sous l'influence protectrice de la corporation, les prix des peintures conservaient toujours un certain niveau analogue à celui des travaux de menuiserie, etc.

De plus, il nous paraît établi que la peinture, en quelque genre que ce fût, était encore un bon métier.

Quant à la situation des privilégiés, il ne faut pas de nombreuses preuves pour affirmer qu'elle était brillante.

En 1616, Paul Van Somere reçoit 180 livres d'Artois pour un portrait de l'archiduc [1].

En 1622, Jacques Francquart obtient 100 livres de Flandre par mois pour son travail de la chapelle ardente de l'archiduc.

En 1621, Otto Vœnius fait pour 1,000 livres de Flandre les portraits des archiducs.

La progression est assez sensible pour ne pas nous arrêter plus longtemps, mais il est intéressant de jeter un coup d'œil sur la situation exceptionnelle que Rubens avait su se créer. — Albert et Isabelle l'avaient retenu à leur service, au traitement de 500 florins de gages par an; mais on sait que le tarif qu'il avait mis lui-même à son travail était de 100 florins par jour, à l'époque de sa plus haute splendeur [2].

Son Adoration des mages de 1633 lui valut 920 florins [3]. Son Portement de croix du Musée de Bruxelles, 1600 florins de change [4]. La Communion de St-François, 750 florins [5]. Mais il ne voulut recevoir que 75 florins du Martyre de St-Georges, fait pour les arbalétriers de Lierre, en peu de jours [6].

[1] A. Pinchart, *Archives des arts*, t. II, pp. 179, 185, etc.

[2] Voir pour le prix de ses dessins, H. Hymans, *Histoire de la gravure dans l'école de Rubens*, mémoire couronné par l'Académie, 1879, pp. 54, 47.

[3] Ed. Van Even, *Louvain monumental*, p. 265.

[4] Mols, MSS n° 5728 de la Bibliothèque de Bourgogne.

[5] *Catalogue du Musée d'Anvers*, p. 154, etc.

[6] *Biographie universelle, ancienne et moderne*, t. XXXIX, 1825, Paris, p. 230.

Il est évident que sans la foudroyante rapidité de son exécution, il n'eût point été mieux traité qu'un peintre secondaire; mais il tenait à faire exception. Dans une de ses lettres à sir Dudley Carleton, il écrit que la différence de dimension de ses peintures ne fait rien pour le prix et qu'elles ne se vendent pas comme les tapisseries; les unes se payent à la taille, les autres suivant leur bonté, le sujet et le nombre des figures.

Une semblable observation faite à un diplomate, grand amateur d'art, suffit pour caractériser l'esprit d'une époque.

D'après le prix énorme que coûtèrent les décors de l'entrée de l'archiduc Ferdinand en 1635, on remarque que Rubens lui-même ne faisait point de différence entre ses tableaux de chevalet et ses travaux décoratifs, car il s'attribua une part de lion dans les sommes dépensées en cette occasion par la ville d'Anvers, et ses élèves préférés y furent également privilégiés; son salaire était plus que double du prix de son chef-d'œuvre, la Descente de croix (2,400 florins [1].)

L'Assomption lui en valut 1,600, l'Adoration des mages, faite pour l'abbaye de St-Michel [2] 1,300, la Pêche miraculeuse de Notre-Dame de Malines 1,000, les tableaux de l'église de St-Jean dans cette même ville 1,800 florins, le St-Roch 800; le tout selon le taux déjà indiqué.

Après son décès, le Martyre de St-Pierre fut vendu au banquier Jabach pour la somme de 1,200 florins et le duc de Richelieu acheta le bain de Diane pour 3,000 florins. Les prix n'étaient pas encore sensiblement modifiés, et même en 1727, l'Apparition de la Vierge à St-François d'Assise ne fut payée que 4,000 florins.

Son disciple favori, A. Van Dyck, ne put jamais, sous ce rapport, rivaliser avec le grand coloriste.

Le tableau de St-Augustin lui rapporta 600 florins, mais il se contenta de 300 florins pour sa composition de Ste-Rosalie, et de 150 pour celle de St-Herman Joseph, toutes deux faites pour la sodalité des célibataires.

Le St-Martin de Saventhem lui fut payé 200 florins [3].

[1] Em. Gachet, *Lettres inédites*, etc., Introd. xvi.
[2] Smith, *Catalogue raisonné de l'œuvre de P.-P. Rubens.*
[3] A. Wauters, *Histoire des environs de Bruxelles.*

Ces prix se rapportaient assez à ceux qu'obtenaient d'ordinaire ses collègues et expliquent pourquoi lui vint l'intention de porter son activité et son génie sur un théâtre plus vaste que nos provinces des Pays-Bas.

Il ne se fit pas faute de se plaindre à ce sujet.

D'ailleurs le régime de la corporation engageait sans doute les peintres à s'occuper minutieusement de leurs intérêts. Il semble qu'à cette époque chaque artiste fût doublé d'un marchand.

Il suffira de consigner ici les lettres de Rubens [1], le procès intenté par J.-B. Barbé à N. Lauwers, etc., etc.

On pourrait relever dans les archives une interminable liste de procès et de contestations soulevées dans un but d'intérêt mercantile, souvent mesquin et étroit, et qui contraste étrangement avec les allures un peu emphatiques et les visées grandioses de nos artistes.

Ventes d'objets d'art. — Le commerce d'objets s'était généralisé d'une façon remarquable sous l'impulsion du progrès et du goût que montraient les souverains et les grands.

Loin de se borner comme jadis aux foires où à l'exposition dans les églises (les objets d'art ayant enfin acquis une valeur marchande connue), on les colportait de ville en ville et des marchands, souvent artistes eux-mêmes, les vendaient publiquement au plus offrant. Comme Anvers s'était dès lors déjà conquis le monopole de l'art, c'étaient surtout des marchands anversois qui allaient ainsi supplanter les peintres locaux et dès lors les confréries des autres villes, et même celle d'Anvers, durent se défendre contre les agissements de négociants qui menaçaient de devenir les véritables intermédiaires entre le public et les artistes producteurs.

A Namur, où les peintres étaient considérés comme *merciers*, les étrangers venant opérer un déballage obtenaient licence des jurés endéans les deux jours, pourvu que leur opération ne durât pas plus d'une semaine ; mais dans les autres villes, les choses ne se passaient pas aussi simplement.

A Mons, la vente des tableaux par des marchands étrangers et surtout des

[1] Ém. Gachet, *Lettres inédites de P.-P. Rubens,* Bruxelles, 1840, LXIV et p. 258 ; et *Bulletin des Archives d'Anvers*, IV, pp. 460 et suivantes.

Anversois, était libre pendant la durée de la foire de la Toussaint à la kermesse. Les marchands de tableaux établis en ville avaient seuls le droit d'en vendre en un autre temps moyennant de payer 20 sols par an au profit de la chapelle de St-Luc [1].

Cependant des marchands étrangers venaient parfois faire des ventes à l'enchère. C'est ce que défendirent des ordonnances des années 1654 et 1701.

A Malines en 1619, par suite de plaintes contre les brocanteurs de la ville, qui faisaient du tort aux francs maîtres, le magistrat permit aux doyens d'opérer à certains jours, avec l'autorisation échevinale, des visites domiciliaires chez les négociants incriminés. Comme chaque maître faisait serment de dénoncer tout ce qui pouvait porter préjudice à la gilde, cette surveillance n'était pas illusoire.

A Courtrai, d'après la keure du 12 février 1664, il était permis aux étrangers d'exposer librement en vente, aux foires, des œuvres d'art.

En 1702, une pétition signée Snellaert exposa au magistrat que les peintres de Courtrai avaient demandé précédemment qu'il fût interdit aux étrangers de venir vendre publiquement des peintures dans cette ville. Le magistrat avait fait surséance jusqu'à ce que les pétitionnaires eussent prouvé qu'ailleurs on aurait pris des mesures semblables à celle qu'ils demandaient [2].

Les pétitionnaires fournirent un extrait du *Resolutie Boeck* de Bruges, à la date du 11 août 1654, où se trouvait rapporté le fait de peintres d'Anvers vendant publiquement des peintures à l'auberge enseignée « à la Panne. »

Sur la plainte des Brugeois, il fut fait défense aux étrangers de vendre à cri public aucune marchandise : *scilderyen, bestialen ofte andere coopmans goederen ten stocke vercoopen,* sous peine de confiscation et d'une amende de 20 escalins par pièce exposée en vente [3].

Une attestation des doyens et anciens doyens de Gand établit aussi qu'il n'est pas permis aux marchands de vendre des peintures à cri public ; elle est datée du 7 avril 1700.

Dans la charte de 1641, de la confrérie de St-Luc à Audenarde, nous

[1] L. Devillers, note manuscrite, Archives de la ville de Mons.

[2] Décision du 28 août 1698 au *Daghinckboek,* Archives de Courtrai.

[3] Extrait authentiqué en 1701 avec attestation de la corporation de Bruges, Archives de Courtrai.

trouvons à cet égard l'article suivant : Aucune personne dépourvue de la franchise ne pouvait accepter pour les vendre des objets d'art étrangers, sans l'autorisation du Serment, sous peine d'une amende de 10 livres parisis, et le doyen ainsi que les jurés avaient droit d'enquête à cet égard.

Aucun peintre étranger ne pouvait exposer en vente des peintures autrement qu'aux foires annuelles, excepté par permission expresse du magistrat, sur l'avis du doyen (la loi Caroline avait enlevé aux Gantois toute juridiction sur Audenarde et sur Termonde).

Déjà, à dater de 1574, le premier soin de la gilde gantoise avait été d'empêcher les ventes illicites de tableaux étrangers hors des époques des foires franches, car Anvers cherchait déjà à supplanter les Gantois.

A Anvers, dès le 3 octobre 1575, on prit aussi des mesures contre les marchands de tableaux [1]; mais ce fut sans grand résultat, car plus tard ceux-ci éludèrent les obstacles que leur suscitaient les doyens en se faisant inscrire comme bourgeois forains pour un terme d'une ou de plusieurs années [2].

En 1631, la chambre de St-Luc, à Anvers, accorde une autorisation de vendre des tableaux sur la place de Meir, au prix de 12 florins [3].

Elle en fit autant en 1635, en 1636 et 1637. Les maîtres de cette époque ouvraient fréquemment des expositions de tableaux dans leurs maisons [4].

Vers 1650, il y eut tant de mouvement dans le commerce d'objets d'art, et des ventes publiques si souvent répétées, qu'il fallut une ordonnance (du 12 mai 1651) pour prévenir les abus qui se commettaient à Anvers, contrairement au règlement du 12 avril 1649, et il fut statué que dorénavant ces ventes se feraient toutes au Marché du Vendredi.

En 1687-1688, le *Liggere* mentionne la somme perçue pour une vente sans autorisation faite par un Bruxellois au dit marché.

Au surplus, l'objet d'art devenait, grâce aux nombreuses transactions,

[1] Rombouts et Van Lérius, *Liggere de la gilde de St-Luc*, ad annum.

[2] Registres de la bourgeoisie d'Anvers, 20 juin 1654 (*Poorterye*), Archives communales d'Anvers.

[3] Rombouts et Van Lérius, *Liggere de la gilde de St-Luc*, ad annos.

[4] J. Delaet et Van Lérius, *Catalogue du Musée d'Anvers*, 1857, p. 265.

une valeur commerciale et souvent les peintres, surtout vers la fin du XVIIe siècle, s'acquittaient envers la gilde, au moyen de la cession de tableaux, que l'on vendait au plus offrant dans la chambre même au profit de la caisse générale.

Rôle avantageux de la corporation. — Somme toute, le rôle que jouait la corporation dans les intérêts des artistes était donc tout à fait avantageux; mais elle semblait répudier l'enseignement [1], probablement parce qu'elle n'y voyait pour elle aucun profit direct, mais en revanche beaucoup de suggestion.

Enseignement. — D'ailleurs, enfin, quelques maîtres s'étaient décidés à y pourvoir eux-mêmes, car le niveau artistique avait fait un grand pas; les artistes commençaient à admettre l'utilité qu'avaient pour eux la science et l'étude théorique et n'abandonnaient plus à la facilité de la brosse le soin de les faire distinguer du vulgaire.

Théorie de l'art. — Déjà, vers la fin du XVIe siècle, en Italie, les peintres se préoccupaient vivement des études intellectuelles ayant quelque rapport avec l'art. Il se publiait des traités, quelques maîtres donnaient des conférences à leurs élèves; l'anatomie, la perspective, l'optique, l'architecture avaient fait des progrès sensibles. Comme suite au *Traité* de Vinci, G.-P. Lomazzo développa, dans son *Traité de la peinture,* en 1584, les principes qu'il avait puisés chez son maître, G. Della Cerva [2], et dans toute l'Italie.

Comme ceux de Zuccaro, ses écrits sont emphatiques et diffus, car les hommes de cette époque, affamés de savoir, coordonnaient mal leurs connaissances; mais il n'y manque point d'idées justes.

Ses règles sur la perspective étaient extraites des manuscrits de Foppa, de

[1] L'apprentissage était considéré souvent comme un acte de charité de la part du maître, et comme une domesticité pour l'élève. Une requête des sculpteurs malinois, en 1618, démontre qu'en multipliant à l'excès les leçons, on verrait les apprentis, devenus maîtres, porter ailleurs le gagne-pain de la corporation. Voir Em. Neeffs, *Histoire de la peinture et de la sculpture à Malines,* p. 27, t. I.

[2] Lanzi, *Histoire de la peinture en Italie,* t. IV, p. 117.

Zenale, de Mantegna, de Vinci, de Bramentino; et, chose remarquable, il bat en brèche, dans ce traité, la base même sur laquelle reposait, à son époque, l'enseignement de l'art, c'est-à-dire l'imitation des tableaux ou des estampes.

Il veut que le peintre vise à être original, en formant dans sa pensée sa composition et en copiant les détails de celle-ci d'après nature. Il faut croire que ce principe reflétait une propension nouvelle des écoles italiennes, car Gaudenzio Ferrari et plusieurs autres peintres, ses contemporains, nous en montrent la manifestation.

Comme il était d'ailleurs parfaitement conforme à notre sentiment national, c'est sans doute sur lui que devaient se baser les études de nos artistes les plus intelligents de l'époque d'Otto Vœnius et de Rubens. Mais comment leur fut-il loisible d'appliquer ce principe, excellent en lui-même? L'art italien était placé partout au premier rang, la nature flamande peu apte à se plier aux exigences de la mode; les grands modèles étaient lettre-morte pour l'artiste, une fois de retour dans sa patrie; la théorie acquise lui restait seule.

Comment nos peintres, si engoués de l'art méridional, n'auraient-ils pas été frappés de l'utilité du perfectionnement intellectuel dont les Italiens, et les Espagnols après eux, proclamaient bien haut la nécessité? L'école de Bologne, en y comprenant D. Calvaert, était profondément théorique.

Pacheco, le maître de Velasquez, écrivit, en 1649, son *Arte de la pintura,* ouvrage extrêmement important.

L'Italie possédait, nous venons de le dire, de nombreux théoriciens parmi ses artistes.

Il était, pour ainsi dire, impossible à nos hommes intelligents et surtout au disciple d'Otto Vœnius, à Rubens, l'élève érudit des jésuites, de se soustraire à la contagion.

Nous n'avancerons pas que nos artistes flamands du XVIIe siècle aient été assez imbus de la noble mission du génie pour comprendre clairement qu'ils devaient, dans leurs efforts, rester les interprètes des sentiments les plus élevés, et contribuer à la civilisation des peuples, selon les principes de l'art des anciens. Ils sont restés de beaucoup inférieurs à leurs maîtres de Florence et de Rome, parce qu'ils étaient encore toujours imitateurs et qu'ils

outraient ainsi les défauts de leurs modèles; mais au moins ils entrevoyaient le but suprême des chefs-d'œuvre de la Renaissance italienne, et si leurs essais dénotent une grandeur factice, leur enthousiasme pour le vrai beau était sincère, bien que Lanzi les considère avec raison comme s'étant attachés surtout à perfectionner l'habileté pratique.

Otto Van Veen, après avoir fait ses premiers essais décoratifs et architectoniques dans le style de P. Coucke et de Vredeman de Vries, se fit franchement sectateur de l'école romaine; il est positif que les grands travaux décoratifs dont il fut chargé et ses préoccupations d'ingénieur durent influer sur l'éducation de Rubens, qu'il guida, pour ainsi dire, vers l'Italie. L'opuscule emphatique de T. Zuccharo [1], où se mêlent la philosophie et des considérations diffuses sur le dessin, la musique et la peinture, servit sans doute de base à la théorie d'Otto Van Veen, et nous en retrouvons vaguement le reflet dans certaines considérations de Rubens sur l'idéal en peinture. Toutefois, Otto Vœnius est réputé avoir le premier compris et déterminé le grand principe de la lumière et de l'ombre [2].

Une lettre de Rubens mentionne de lui une théorie universelle, outre son traité : *De arte pictoria et sculptoria nova et vera praecepta.*

Heureusement, l'esprit lucide de notre grand peintre ne s'égara pas longtemps à la recherche des abstractions de son maître et il fit passer la pratique avant tout.

Il inculqua cependant des notions théoriques à ses élèves, non seulement en fait de composition, de formes ou de proportions, mais encore sur le coloris [3]. Ceci nous est prouvé d'abord par la méthode de couleur qui est générale à son école, ensuite par les ouvrages qu'il composa sur cette matière ; son système, basé sur les contrastes de couleur et sur le prisme, fut employé aussi par Van Noort, qui peut-être en a eu l'idée primordiale [4], mais, bien certainement, Rubens, par sa valeur intellectuelle, a su coordonner et déterminer les principes que son second maître mettait en œuvre presque

[1] Lanzi, *Histoire de la peinture en Italie,* t. II, p. 137.

[2] Smith, *Historische levensbeschryving van Rubens,* 1840, p. 386.

[3] Félibien, *Entretiens sur la vie et les ouvrages des plus excellents peintres,* t. III, p. 281.

[4] Voir les tableaux de A. Van Noort, à l'église de St-Jacques, à l'hôpital et au Béguinage d'Anvers.

involontairement, par le seul effort d'une habileté géniale. Il est du plus haut intérêt de comparer entre eux les tableaux de ce dernier, ceux de Rubens et de Jordaens qui est resté le dernier dans l'atelier de Van Noort, subissant davantage son ascendant.

Il était indispensable à Rubens de dresser ses élèves à une méthode pratique de dessin et de coloris, en rapport avec la sienne propre, car il ne manquait pas d'occasions de les employer à couvrir ses toiles gigantesques [1].

Bellori assure avoir feuilleté un livre que Rubens avait illustré à la plume de dessins représentant les expressions et passions de l'âme, de fragments d'après l'antique, de considérations sur l'optique, la perspective, les proportions, l'anatomie, l'architecture, la théorie des ombres. Ses éléments de la figure humaine étaient conformes à la méthode de L. de Vinci; ainsi le cube, le cercle et le triangle en formaient la base [2], etc.

En architecture, Rubens préconisait une juste proportion et une symétrie générale conforme aux règles des anciens Grecs et Romains[3]. En fait d'imitation de l'antique, il trouvait nécessaire de faire un choix judicieux parmi les modèles, les mauvaises statues étant même dangereuses[4]. Il condamnait l'exagération de l'anatomie et de l'imitation servile et conseillait pour certains détails d'allier l'étude de la nature à celle du marbre, mais on ne peut, disait-il, considérer avec trop d'attention les statues antiques [5].

Il s'intéressait à tous les ouvrages qui se publiaient sur l'art ou l'antiquité, et montre dans des passages de ses lettres une connaissance très minutieuse de l'optique et de la perspective, science qu'il présente comme étant à son époque connue vulgairement de tous [6].

On sait que le Poussin fit copier par son beau-frère Dughet un *Traité de*

[1] Smith, *Historische levensbeschryving van Rubens*, pp. 93, 252 et 390.

[2] Voir *Théorie de la figure humaine*, trad. du latin de P.-P. Rubens avec XLIV planches gravées par P. Aveline, 1773, Paris.

[3] Voir *Architecture italienne*, etc.; *Édifices de la ville de Gênes*, par P.-P. Rubens, 3e édit., Amsterdam et Leipzig, 1755, in-f°.

[4] Voir Mols, MSS 5728, p. 75.

[5] De Piles, *Cours de peinture par principes*, p. 127, 1766, in-12; et F. Junius, *De pictura veterum*.

[6] Ém. Gachet, *Lettres inédites de P.-P. Rubens*, pp. 115 et 271.

perspective du père Matheo, maître du Dominiquin, et des règles de Vitellione, etc. [1].

Il fit de plus exécuter par son élève Berettoni des dessins d'après les édifices antiques. C'était l'habitude de Rubens également, pour les fragments qu'il avait à sa disposition [2].

La géométrie et l'architecture faisaient partie des connaissances indispensables à un artiste sérieux se destinant à la grande peinture. Les plans des arcs de triomphe qu'inventa Rubens et qu'il fit exécuter par Van Thulden et ses autres élèves [3], son recueil des Palais [4] de Gênes (1622) et enfin les nombreuses réminiscences de Véronèse que l'on remarque dans ses tableaux, nous prouvent que lui, plus que d'autres encore, reconnaissait la nécessité des sciences exactes ayant rapport à la peinture.

Après sa mort et jusqu'à la fin de son siècle, il se rencontre plus d'un artiste profondément versé dans cette étude qui donne au talent un fondement si stable. Abr. Genoels, surnommé Archimède, apprit sérieusement la géométrie, les mathématiques et la perspective, connaissances auxquelles il dut sans doute la faveur de Lebrun [5].

Balth. Gerbier, ce singulier Protée, était également savant dans l'architecture, les mathématiques et plusieurs autres sciences [6]; G. de Lairesse [7] montre aussi un savoir très solide en fait d'optique et de perspective; dès sa jeunesse, son père l'avait initié à ces connaissances, et surtout à la représentation des bois et des marbres, ce qui prouve que la base de l'art du XVII[e] siècle était encore toujours décorative.

Le système d'éducation et de travail généralement en usage à cette époque était l'imitation de celui que les meilleurs maîtres de l'Italie avaient adopté et que nous avons déjà indiqué, mais auquel les plus intelligents ajoutaient

[1] Félibien, *Entretiens*, etc., t. IV, p. 54.

[2] Em. Gachet, *Lettres inédites*, etc., p. 271.

[3] Voir *Pompa introïtus Ferdinandi Austriaci, Hispaniorum Infantis*, etc., *in urbem Antverpiam*, 1641.

[4] Weigel, *Kunst catalog.*, IV, p. 51.

[5] Éd. Fétis, *Les artistes belges à l'étranger*, p. 217.

[6] Corn. De Bie, *Gulden cabinet der edele vrye schilder Const.*

[7] *Le grand livre des peintres; The art of painting in all its branches by Gérard de Lairesse, translated by J.-F. Fritsch*, London, 1778, p. 295, etc.

une connaissance plus intime de l'antique [1] et de l'anatomie et enfin plus d'étude du modèle vivant.

Seulement l'enseignement élémentaire n'éveillait aucune sollicitude et il fallait que le jeune artiste doué de dispositions heureuses s'élevât par lui-même au-dessus de la foule ordinaire, pour pouvoir participer aux leçons des maîtres.

Aussi la copie des dessins et des tableaux de ceux-ci était-elle, pour ainsi dire, l'unique étude préparatoire.

Les Italiens avaient l'avantage d'y joindre le travail d'après l'antique [2]. Dans nos provinces il était nécessaire de le remplacer par la nature et beaucoup de nos peintres s'adonnaient au portrait dans ce but. Zuccaro [3], Jacomone de Faenza, pour se perfectionner, copièrent sans cesse les bons peintres. B. Franco copia à Florence et à Rome tout ce qu'il vit en peinture, en dessin, en statues. Plus tard il copia le Titien, et fut initié à la perspective par un architecte.

A. Sabattini [4], élève de Raphaël, devint un fort bon copiste de ses tableaux. Ant. Barbalunga fut un imitateur du Dominiquin, son maître, qui l'avait exercé pendant longtemps à copier ses ouvrages [5]. Le Poussin fit, d'après le Titien, des copies restées célèbres.

L'enseignement se composait donc de copies, de géométrie et d'architecture, et le soir, de dessin dans les académies [6].

A Rome il y avait des peintres qui tenaient boutique et qui logeaient chez eux des jeunes gens pour leur faire copier des tableaux [7].

On sait que Rubens alla en 1601 faire des copies dans cette ville [8], à Venise, à Madrid, etc.

[1] Baroccio fut exercé par son maître à dessiner assidûment d'après l'antique. Bellori, *Le vite de Pittori*, p. 171.

[2] Lanzi, *Histoire de la peinture*, etc., t. II, p. 152; Em. Gachet, *Lettres inédites*, etc., p. 271.

[3] Id. id. t. II, pp. 131, 109, 116, etc.

[4] Id. id. t. II, p. 364.

[5] Id. id. t. II, p. 202.

[6] Félibien, *Entretiens sur la vie et les ouvrages des plus excellents peintres*, t. IV, p. 278.

[7] Id. id. id. t. IV, p. 136.

[8] A. Baschet, *Gazette des beaux-arts*, t. XX, p. 401, etc.; Crowe et Cavalcaselle, *Titian, his life and times*, London, 1877, vol. II, p. 10.

En France et dans nos provinces, il en était de même. D'ordinaire on copiait pour se former la main avant de se livrer à l'étude du portrait [1].

Des libraires, des merciers, employaient de jeunes garçons payés à la journée, pour copier des estampes [2].

Van Dyck commença à s'exercer seul, sous la direction de sa mère [3]. Callot apprit sans maître les éléments du dessin [4]. Philippe de Champaigne s'instruisit par lui-même en copiant des tableaux [5], puis il fit ses quatre années d'apprentissage. Fouquières lui prêta alors des dessins; il finit par peindre d'après nature et par aider ce dernier dans ses travaux : à Paris, un maître-peintre l'employa à peindre pour lui des portraits d'après nature, puis il dut exécuter en tableaux les esquisses de Lallemand.

Ces diverses occupations montrent combien l'art sortait peu du métier mercantile.

L'apprentissage était toujours de valeur à peu près nulle dans l'enseignement, mais le terme de quatre ans, par l'habitude sans doute, semblait le temps nécessaire aux études.

Rubens, après avoir passé ce temps comme élève chez Van Noort, étudia quatre autres années encore chez Otto Vœnius [6].

Quelle différence avec nos jeunes adeptes d'aujourd'hui, qui passent maîtres d'emblée, sans aucun effort! Mais l'inscription en qualité d'apprenti était désormais une formalité illusoire, simplement observée pour obtenir la franchise du métier [7] ou un moyen, pour les jeunes gens pauvres, de s'habituer à la profession, en s'astreignant à une véritable domesticité.

Le dessin eut une importance infiniment plus grande qu'on ne pourrait le supposer, non seulement à l'époque, mais dans l'école même du plus célèbre de nos peintres. On sait les peines qu'il prit pour former un atelier de graveurs afin de reproduire dignement son œuvre.

[1] Félibien, *op. cit.*, t. IV, pp. 179-183.

[2] *Bulletin des archives d'Anvers*, IV, pp. 460 et suivantes.

[3] Baldinucci, *Delle notizie de professori del disegno*, etc., Florence, 1772, t. XV et XVI, p. 54.

[4] Félibien, *op. cit.*, t. III, p. 238.

[5] Id id. t. IV, pp. 209 et 237.

[6] P. Génard, *P.-P. Rubens, Aanteekeningen over den grooten meester en zyne bloedverwanten*, 1877, p. 326.

[7] Félibien, *op. cit.*, t. IV, pp. 269, 277, etc.

« Jusqu'au milieu du XVIIe siècle [1], la fabrication des images de piété fut pour la Belgique l'objet d'une industrie considérable dont la ville d'Anvers était le siège. C'est dans cette pépinière que se sont développés les plus habiles graveurs, qui furent les initiateurs du reste de l'Europe. »

L'Espagne et l'Amérique espagnole faisaient grand usage d'images religieuses qui émanaient de nombreux artistes flamands et, le plus souvent, étaient faites sous l'influence ecclésiastique. Ces graveurs travaillaient d'ordinaire sur des dessins, parfois composés par eux-mêmes ; mais, à partir des premiers succès de l'élève d'Otto Vœnius, ils se mirent à graver d'après les compositions du grand maître, et ainsi se fonda l'école de gravure qui eut tant d'importance au point de vue de l'enseignement du dessin sous Rubens.

Ce dernier s'occupait largement lui-même du dessin de vignettes pour l'imprimerie plantinienne [2]; il dessina à Rome, outre ses antiquités romaines, soixante-dix-neuf estampes de la *Vie de St Ignace* [3]. Van Dyck en fit autant pour J. Meyssens, peintre et marchand d'estampes, et son illustre maître retoucha parfois des parties de ses dessins destinés à la gravure [4].

C'était d'ordinaire d'après ses propres dessins et ses grisailles que Rubens faisait ébaucher la plupart de ses tableaux, dont il retouchait le plus souvent d'*après nature* les parties principales.

Il n'était d'ailleurs en cela que le continuateur des errements de son maître Van Noort, de F. Floris et des Italiens [5].

Cette remarque nous met sur la voie d'une autre assez intéressante au sujet de la collaboration des élèves de Rubens à l'œuvre du grand artiste. Celui-ci exerçait surtout ses élèves au dessin à effet, voire même à la grisaille, dans le but d'utiliser leur talent pour ses graveurs, et en même temps pour l'ébauche de ses tableaux. C'était d'ailleurs une habitude assez générale

[1] Alvin, *Catalogue raisonné de l'œuvre des trois frères Wiericx*, Bruxelles, 1866, p. xxii.

[2] *Titres et portraits gravés d'après P.-P. Rubens pour l'imprimerie plantinienne*, Anvers, 1877, in-f°, p. 1 ; *Electorum libri*, II. Antwerpen, 1608, etc. ; voir H. Hymans, *Histoire de la gravure*, mémoire couronné par l'Académie.

[3] F. Basan, *Catalogue des estampes gravées d'après P.-P. Rubens*, Paris, 1767, p. 206, n° 8.

[4] Bellori, *Le vite de pittori, scultori ed architetti*, Roma, 1728, p. 151 ; voir aussi Mariette, *Abecedario*, p. 69 ; et Michel, *Histoire de la vie de P.-P Rubens*, 1771, p. 102.

[5] Lanzi, *op. cit.*, t. II, pp. 109-116, etc.

de se servir de dessins et d'études préparatoires. Lanzi rapporte que Caroselli eut cela d'*extraordinaire* qu'il ne faisait point de dessins sur le papier ni d'autres études préparatoires pour ses tableaux sur toile [1]. P. Véronèse, selon Félibien, n'employait point non plus de dessins préalables [2].

Rubens, qui s'était habitué à voir la nature d'après un système de couleur préconçu, peignait évidemment le modèle vivant selon les mêmes principes qui le guidaient dans les grandes compositions, qu'il exécutait à la fois d'après ses esquisses [3], ses dessins arrêtés et des fragments de modèles qu'il faisait poser devant lui. Mais il n'en pouvait être de même de ses élèves. Ceux-ci, qui adoptèrent son coloris sans le baser comme lui sur des principes déterminés, se détournèrent peu à peu de l'imitation franche de la nature, prirent l'habitude de tout considérer d'une façon décorative et de ne plus se servir que de teintes conventionnelles. Il en résulta que plus tard ils se bornèrent à exécuter des *dessins* d'après le modèle pour être plus libres de se livrer sans arrière-pensée à toute la fougue de leur pinceau et à la recherche de leur palette claire et brillante.

Or, c'est à ce fait que nous devons tant de mauvais tableaux provenant d'hommes d'un talent incontestable [4]. Jordaens, par exemple, eut, vers la fin de sa carrière, toute une période remplie de défaillances que nous attribuons sans hésiter, non à l'emploi de la détrempe, comme on l'a dit, mais bien à l'usage exclusif de dessins, en négligeant l'inspiration d'après le modèle.

Rubens fut donc, sans le savoir, comme Michel-Ange, le principal auteur de la dégénérescence de ses successeurs.

Voici donc dans quel sens était dirigé l'enseignement dans l'atelier de Rubens : le dessin d'après le maître et la peinture selon sa méthode toute décorative, pour arriver à le remplacer autant que possible.

La prodigieuse fécondité du grand homme mettait journellement à la disposition de ses disciples des modèles capables de leur donner une routine

[1] Lanzi, *Histoire de la peinture en Italie,* t. II, p. 199.

[2] Félibien, *op. cit.,* t. IV, p. 191.

[3] Em. Gachet, *Lettres inédites de P.-P. Rubens,* p. 281.

[4] Voir certaines compositions de J. Jordaens, de Boeyermans, de T. Rombouts, de Van Cleeff, etc., aux Musées de Gand et d'Anvers.

artistique qui n'avait de rapports avec la nature qu'à travers un prisme rubénien.

C'est à tel point que même les chefs-d'œuvre de l'Italie leur étaient livrés, traduits par son génie absorbant, dont l'ascendant presque tyrannique ne laissait à aucun d'eux son libre arbitre; et l'on voit, jusque dans ses principes pour l'imitation des statues, percer le désir d'être personnel et de modifier selon son goût le modèle présenté [1].

C'était, nous l'avons dit, la grande époque de la collaboration artistique, et personne n'ignore de quelle façon Rubens sut utiliser ses aides, selon leurs aptitudes spéciales.

Dans ce but, il avait ouvert dans sa propre maison un atelier d'élèves ou académie [2] à l'instar de celles des maîtres italiens, où ses collaborateurs s'exerçaient entre eux et où ils ébauchaient les grandes toiles qu'il leur livrait (déjà, en 1611, les Arquebusiers, allant visiter son atelier, firent présent de vin d'honneur à ses élèves) [3]; il donnait aussi l'hospitalité à ses graveurs, et Lucas Faidherbe demeura chez lui pendant trois ans [4], mais Rubens ne travaillait point avec eux, car le cabinet qui lui servait de chambre de travail et qui était dessiné en forme de rotonde et éclairé par le haut, était orné d'antiquités de haut prix [5], et il le faisait fermer soigneusement pendant ses absences, y renfermait ses études originales, qu'il évitait de laisser *alors* dans l'atelier des élèves [6]. Le nombre de ceux-ci dut être fort grand; s'il faut s'en rapporter aux termes d'une lettre qu'il adressa à Jacques de Bye en 1611, il avait déjà dû refuser plus de cent élèves, et plusieurs jeunes gens avaient été obligés d'entrer chez d'autres peintres en attendant qu'il y eût place dans son académie [7].

La salle où Rubens donnait l'hospitalité à ses nombreux disciples n'était

[1] De Piles, *Cours de peinture par principes*, p. 127, in-12, 1766.
[2] Mols, MSS n° 5730, p. 22; c'était une vaste salle à la romaine propre à faire de grands ouvrages.
[3] Em. Gachet, *Lettres inédites de P.-P. Rubens*, p. 282.
[4] Id. id. p. xvi.
[5] Id. id. pp. xiv et 281.
[6] Voir aussi Mols, MSS 5726, p. 17, *Plan de la maison-Rubeniana*.
[7] A. Pinchart, *Archives des arts*, etc.

donc autre chose qu'une académie du même genre que celles des Carrache et de leurs émules, avec la différence que le maître ne travaillait point avec eux, car il avait l'habitude de recevoir dans son atelier et de causer avec les visiteurs. Il avait d'ordinaire un lecteur qui pendant qu'il peignait lui récitait des passages des auteurs anciens [1]. Mais il allait visiter ses élèves dans leur atelier, leur donner ses conseils, ses corrections et distribuer la besogne aux plus adroits d'entre eux.

Ils y faisaient des études d'après le modèle vivant, qu'ils employaient pour l'esquisse et l'ébauche des grands tableaux du maître, comme chez Floris, et surtout pour des dessins, car Van Dyck et les élèves graveurs de Rubens n'ont pu arriver à leur habileté sans une pratique longue et acharnée.

Mais ceux que l'on a l'habitude de nommer ses élèves, les Van Dyck, les Jordaens, les Van Thulden, etc., n'apprirent point chez Rubens les éléments de l'art [2], et ce fut plutôt pour se perfectionner qu'ils vinrent travailler sous sa direction.

De même que Rubens s'exerçait au dessin, sans maître et même pendant la nuit [3], il est probable que ses meilleurs élèves durent acquérir les éléments de l'art, comme la plupart de leurs contemporains, car si l'on s'en rapporte au livre à dessiner gravé par P. Pontius [4], les modèles élémentaires qu'il leur eût proposés eussent été bien insignifiants; une planche de géométrie appliquée à la figure humaine, des fragments de têtes et d'extrémités, un écorché, des têtes, des animaux, et enfin un dessin d'après l'antique, le tout traduit dans un langage approprié à la seule étude de Rubens.

Mais il est plus que probable que lorsqu'il s'adressait à des artistes déjà capables de le comprendre, il élevait sa technique a une hauteur digne de lui et d'eux, et son manuscrit : *de Figuris humanis* avec cinquante feuilles dessinées, ainsi que celui qu'il écrivit sur les corps statuaires (statues et peintures anciennes et modernes), étaient sans doute de cette nature.

Au surplus, le dessin d'après le modèle vivant [1] sous sa direction venait

[1] Smith, *Historische levensbeschryving van P.-P. Rubens*, 1840, p. 245.
[2] Mols, MSS 5724 de la Bibliothèque de Bourgogne, p. 11.
[3] Id. MSS 5725, p. 13.
[4] Modèles de dessin, *Antverpiae, apud Alex. Voet.*

donner à ses collaborateurs le perfectionnement le plus complet, car Rubens était avant tout l'homme de la vie, de la chair et du mouvement.

L'usage de se servir de mains étrangères fut continué par les successeurs de Rubens, dans tous leurs grands ouvrages et même dans leurs portraits. Ph. de Champaigne, quand il fut parvenu à se faire connaître, fut forcé d'employer son neveu et d'autres artistes [1].

Il en fut de même de tous ses contemporains.

Rubens faisait ébaucher ou même peindre complètement ses tableaux par ses meilleurs élèves [2], entre autres J. d'Egmont, et les chargeait de toutes les besognes accessoires, telles que le placement, par exemple.

Lui-même avoua au pléban de St-Jean de Malines qu'il avait l'habitude de faire ébaucher ses ouvrages d'après des esquisses et de les retoucher ensuite [3].

Imitant et appliquant au portrait les usages de son maître [4], Van Dyck, pendant les douze années qu'il vécut en Angleterre, employa à ébaucher les draperies et les fonds de ses portraits et à en faire des copies, des élèves qui demeuraient chez lui, et d'autres peintres encore tels que Dobson, H. Stone, etc. Ce système se généralisa tellement en Angleterre que, sous le règne de Georges Ier, les peintres de portraits en renom firent exécuter tout leur travail par des gens loués à cet effet et se bornèrent à peine à prendre la ressemblance [5].

De plus, chose remarquable, que l'on peut invoquer en faveur des Société artistiques, Van Dyck, qui avait pu apprécier les inconvénients de la gilde, au point de se libérer par une somme d'argent de la nécessité d'en faire partie, n'eut rien de plus pressé en Angleterre que d'instituer une confrérie du même genre, mais libre, sorte d'académie qu'on appela St-Lucas

[1] Félibien, *op. cit.*, t. IV, pp. 209 et 227.

[2] Baldinucci, *Notizie*, etc., t. XV et XVI, p. 54, *Vie d'A. Van Dyck.*

[3] Voir Smith, *Historische levensbeschryving van P.-P. Rubens*, 1840, pp. 50, 139, 494 et 498; et W. Hookham Carpenter, *Mémoires inédits sur Rubens et Van Dyck*, Anvers, 1845, pp 171 et 195.

[4] H. Walpole, *Anecdoctes of painting in England*, liv. IV.

[5] Bellori, *Le vite de pittori, scultori ed architetti*, etc, Roma, 1728, p. 151.

Clubb, dont le local était dans la taverne de la Rose, Fleet street, et dont le registre existe encore [1].

Ce fait seul prouve de quelle utilité étaient alors aux artistes l'union et la confraternité. Cette institution, d'ailleurs, devait concorder avec les idées de Rubens, car presque en même temps (1648) nous voyons fonder l'Académie de Paris par des peintres flamands, ses anciens élèves, Van Mol, Van Opstal, etc., ensuite celle d'Anvers par D. Teniers et d'autres artistes.

D'après ces exemples, pourrait-on conclure avec Van Mander et les autres ennemis de la corporation, que l'abolition de celle-ci eût été un bienfait pour l'art? n'était-ce pas plutôt une réorganisation qu'exigaient les progrès effectués depuis 1500?

Et cependant ce fut dans un sens radical et tout contraire à une interprétation saine et calme des nécessités de l'art que se produisirent les efforts des peintres progressistes et les mesures prises par les autorités.

Sous le rapport didactique, il n'y a rien à dire de la nombreuse école de peintres de genre qui s'éleva dans les Pays-Bas, dès la fin du XVIe siècle, et qui brilla d'un si vif éclat, à côté des vastes décors de Rubens et de ses successeurs.

Ils étaient les meilleurs soutiens de la gilde et travaillaient, ainsi que les vieux maîtres, en compagnie de leur apprenti ou d'élèves déjà pourvus de la franchise ou sortis d'apprentissage. Mais ils n'étaient point faits pour l'enseignement, et une école, même peu nombreuse, les gênait; car ce sont les plus brillants d'entre eux que nous trouvons comme restaurateurs à la fois de la gilde et de l'Académie anversoise, et employant à cet effet le moyen le plus rationnel, la réunion des deux institutions.

Depuis que G. de Formantel l'avait installée, en même temps que la troisième Chambre de rhétorique, *l'Olyftak* [2], l'académie végétait, ne donnant aucun résultat.

David Teniers conçut avec quelques-uns des anciens doyens le projet de la réorganiser, et par lettres patentes de Philippe IV, le 6 juillet 1663,

[1] *Catalogue du Musée d'Anvers*, p. 217, etc.

[2] Van Ertborn, *Geschiedkundige aenteekeningen aengaende de Sinte-Lukas Gilde*, pp 26 et 54.

l'autorisation de l'établir sur le pied de celles de Rome et de Paris, lui fut accordée. L'année suivante le magistrat concéda à la gilde, à titre provisoire, un local et l'on appropria aussitôt une salle pour l'étude du modèle vivant. Mais les ressources mises à la disposition de la gilde étaient insuffisantes.

Louis XIV fit mieux les choses en 1663 par l'octroi d'un local, de statuts définitifs et d'un revenu de 4,000 livres, à l'Académie de Paris, dont les organisateurs étaient flamands [1] et de plus, comme nous l'avons dit, anciens élèves de Rubens. Avec un pareil subside, et la protection qu'accordaient à l'institution le comte de Monterey et les meilleurs peintres et sculpteurs qui ornèrent le local de leurs œuvres (entre autres J. Jordaens, Boeyermans, Th. Van Delen, Devos, Willemsens, etc.), l'union de la gilde et de l'école nouvelle eût produit des résultats constants et avantageux.

La preuve en est que Lucas Faydherbe, appuyé de beaucoup d'artistes, présenta en 1684 une requête à l'autorité communale de Malines, pour qu'elle voulût permettre l'établissement d'une gilde purement artistique, sous le nom d'Académie, comme elle existait déjà à Anvers et à Bruxelles, selon les termes de la requête.

Cette demande fut rejetée [2].

C'est qu'en effet la constitution d'une Académie à Anvers avait été tout autre chose que celle d'une école de dessin reconnue indispensable, et la gilde qui s'en était instituée la protectrice s'aperçut bien vite que la section artistique qui faisait sa gloire et parfois son soutien, ne tarderait pas à se séparer d'elle pour se concentrer dans l'enseignement.

Il ne fallut pas bien longtemps pour que l'espèce de scission qui se dessinait portât ses fruits, et, comme à Paris, plus d'un artiste de mérite échappait aux ennuis et aux vexations de St-Luc, en se faisant inscrire dans le corps nouveau [3], il est probable que les peintres anversois en firent autant, dans l'espoir secret d'en arriver bientôt aussi à reformer une sorte de gilde nouvelle purement artistique, un club, dans le genre de celui de Van Dyck.

[1] Félibien, *op. cit.*, t. IV, p. 121 ; Mols, MSS 5724-5730, voir le curieux *Plaidoyer de M de Lamoignon en faveur de G. Van Opstal, en 1667 ;* il y est prouvé que les arts ne sont pas un métier vil et abject.

[2] Em. Neeffs, *Histoire de la peinture et de la sculpture à Malines*, t. I, p. 51.

[3] Éd. Fétis, *Les artistes belges à l'étranger*, t. I, p. 218.

Au siècle suivant, en effet, ce fut sur les académies que se porta la faveur des magistrats, car au titre 1er de l'ordonnance de Lille[1] sur les académies, on voit qu'il est enjoint aux maîtres des différents corps d'arts et de métiers, dont les apprentis désirent prendre des leçons publiques, de les y envoyer, sous telle peine qu'il appartiendra. Au paragraphe XXVII il est statué que les lauréats seront exempts des droits de réception dus aux corps d'arts et de métiers dont ils voudront acquérir la maîtrise.

La gilde avait à l'époque de l'installation de l'Académie, de 1,800 à 2,000 florins de revenu, dont la majeure partie était employée au repas annuel, à la messe de St-Luc et aux représentations théâtrales de la Violette, mais les artistes ne furent jamais calculateurs ni administrateurs.

Pénurie de la gilde de St-Luc. — Dès le moment où l'élément artiste commença à prédominer dans l'administration de la gilde d'Anvers, la situation pécuniaire de celle-ci ne put que péricliter.

En 1618, la gilde de Malines fut forcée de demander à pouvoir s'annexer les batteurs d'or, comme l'avait fait celle d'Anvers, et la section littéraire de celle-ci dut être relevée par l'assistance de quelques artistes.

En 1630, Abr. Janssens dut s'unir avec des confrères et anciens doyens pour venir en aide à la caisse obérée de la gilde elle-même.

D'un autre côté, les brocanteurs faisaient le plus grand tort aux intérêts des francs maîtres; les apprentis, travaillant en secret, rendaient inutile la surveillance du Serment.

Les maîtres furent peu à peu forcés de se rejeter sur des travaux purement mercantiles, qui donnaient déjà lieu à une concurrence désordonnée.

En 1668, il fallut à Malines que l'on imposât un tarif officiel pour la confection des blasons.

Vers 1679, les maîtres eux-mêmes, renonçant à résister désormais au torrent, voulurent du moins avoir leur part de profit. Tout le monde se mit à éluder les prescriptions de la corporation, et il fallut enfin recourir à des mesures de police; il y eut même de nombreuses amendes encourues par les doyens et anciens doyens.

[1] *Recueil des principales ordonnances du magistrat de Lille,* 1771, p. 455.

On voit que le désir de liberté commençait à porter des fruits amers, et l'exemple des privilèges de tout genre dont Rubens et ses élèves avaient joui semble avoir donné à tous le désir de les suivre dans cette situation avantageuse.

Peu à peu, faute d'une bonne direction et d'une protection bien étendue, l'Académie souffrit de sa réunion avec la gilde qui dépensait en fêtes et en cavalcades ce qui devait servir à l'enseignement, et dont les doyens disputaient l'autorité aux six directeurs-professeurs. L'anarchie devint complète et l'Académie finit par être réduite à vivre de l'aumône de personnes charitables.

En 1741, les doyens ayant reçu une plainte du Conseil de Brabant, de ce que leur négligence faisait dépérir les arts à Anvers, alléguèrent pour leur défense, que les dépenses pour l'Académie n'étaient plus possibles tant qu'ils n'auraient pas soldé toutes leurs dettes.

Il est bon de remarquer que des procès interminables avec les gildes armées avaient, pour ainsi dire, ruiné complètement la confrérie de St-Luc, à cette époque.

Séparation de la gilde et de l'Académie. — Enfin le mauvais vouloir persistant des doyens fit décréter, en 1749, la séparation de la gilde et de l'Académie.

Nous voici donc en présence d'une situation où la confrérie parait pour la première fois disposée, du moins en la personne de ses chefs, à contrarier le développement de l'art.

Et cependant elle n'était pas si coupable que cela; elle était débordée, tout simplement, et ses notables n'étaient pas à la hauteur de leur mission [1].

En effet, cette époque n'était que le juste retour d'un moment d'exubérance et de prospérité sans pareille; les années de stérilité suivaient la période d'abondance, et les peintres, comme écrasés par l'immense supériorité de Rubens, végétaient sans force, sans courage et surtout sans encouragement intelligent.

Leur union seule eût pu produire un relèvement, et, au contraire, il y

[1] Voir Em. Neeffs, *Histoire de la peinture et de la sculpture à Malines*, t. I, pp. 38, 39 et 50.

avait, nous l'avons vu, une véritable coalition déjà, tendant à diviser le faisceau artistique en détruisant la corporation.

Un homme de génie et d'initiative eût encore été capable, sans doute, de masser autour de lui assez de ressources pour réorganiser la section des artistes, et les aider à remonter la pente fatale.

Cet homme ne se trouva point. Au contraire, à cette situation, tout le monde s'accordait à ne voir qu'un remède: la liberté pure et simple.

A notre avis ce n'était pas le meilleur, à cette époque surtout. Déjà, au XVIIe siècle, il était permis de vendre librement des estampes. La chose est prouvée par le procès de Lauwers et Barbé, dans lequel intervint Rubens [1].

La France nous suivit dans la voie de la liberté artistique: l'édit de St-Jean de Luz (1660) constata que les graveurs étaient libres d'exercer sans maîtrise et que cet art ne devait dépendre que de l'imagination de ses auteurs.

Nous ne doutons pas que ces exemples et la constitution de l'Académie, en dehors de la gilde, n'aient éveillé dès lors l'attention sur la question de l'affranchissement des beaux-arts.

Mais ce ne fut qu'au XVIIIe siècle que les corporations virent enfin tomber leur vieux privilèges et se délabrer leur organisation sous l'influence croissante des idées d'indépendance.

Premières propositions de liberté artistique. — En 1735, le peintre E. J. Smeyers, de Malines, se faisant, comme plus tard A. Lens, l'interprète du sentiment général de ses confrères, demanda au magistrat de sa ville natale l'abolition de l'apprentissage et la liberté absolue de l'exercice de l'art; il démontra [2] que les échevins avaient jadis fait exception aux formalités d'admission, en faveur de Van Heemskerk, Van Coxcyen, Van Aken, Huysmans, Doms, Van Winselhoven et Herremans, à raison seule de leurs excellentes dispositions.

Cette proposition prématurée n'avait point encore de chances d'être admise par les échevins, désireux avant tout de conserver intactes les préro-

[1] H. Hymans, *Histoire de la gravure dans l'école de Rubens*, mémoire couronné par l'Académie, pp. 35 et 364.

[2] Em. Neeffs, *Histoire de la peinture et de la sculpture à Malines*, t. I, p. 406.

gatives de leur pouvoir, et convaincus, en leur qualité d'administrateurs, de la nécessité de la réglementation, mais les circonstances et le découragement même des artistes finirent par exiger des mesures réparatrices.

Le compagnonnage, l'apprentissage, la maîtrise n'existèrent bientôt plus que de nom et se vendirent à prix d'argent.

En même temps l'art fut négligé, perdit de sa valeur dans l'opinion du public, et la corporation des peintres redevint ce qu'elle avait été à son origine, c'est-à-dire purement ouvrière et mercantile; les académies n'avaient plus d'utilité que pour les ouvriers intelligents et dégénéraient en écoles professionnelles.

Cet état de choses faillit causer la ruine complète de l'art flamand.

Le Gouvernement de l'Impératrice, voyant la nécessité urgente de modifier enfin des prescriptions surannées et, dans son embarras, ne sachant dans quel sens agir, finit par décréter la liberté artistique.

C'était pousser à une révolution dont les effets utiles ne sont peut-être pas encore bien démontrés.

Mais l'autorité n'était pas tenue de comprendre mieux que les peintres eux-mêmes, ce qui était profitable à l'art; Rubens, Van Dyck et Teniers en avaient bien eu une vague idée, mais comme les artistes ne furent jamais organisateurs, les institutions nées sous leurs auspices, c'est-à-dire l'Académie, la confrérie des Romanistes, le club de S[t]-Luc ne purent combler les lacunes que présentaient les gildes de peintres, genre d'association dont la *stabilité* était démontrée et qui pourrait même de nos jours, moyennant certains perfectionnements, rendre encore les plus grands services.

Pour les sauver, il eût suffi à leur époque (comme au siècle passé) de s'attacher à former une fédération des Sociétés des différentes villes sous la garantie d'une réglementation unique; ainsi eussent été permis une sorte de libre échange et un franc exercice de l'art sous la sauvegarde de l'union des artistes.

L'épreuve de maîtrise, les statuts protecteurs de la vente, l'apprentissage lui-même pouvaient utilement être maintenus, mais de plus, l'enseignement eût dû être absolument confié à la gilde, c'est-à-dire que celle-ci, ouvrant un local à ses apprentis et leur fournissant les modèles, eût dû aussi nommer des maîtres devant enseigner sous sa direction.

Ainsi eût été atteinte la plus large somme de liberté dans le choix des méthodes et l'exercice de l'art.

On peut se figurer l'immense force qu'aurait pu déployer cette union des artistes, non seulement en vue de la vente de leurs ouvrages et de la protection contre les abus, mais pour le développement des relations avec l'Italie, de l'importation des bons modèles dans nos provinces, pour la personnalité des talents.

Nous sommes convaincu que sous un pareil régime l'élan de nos peintres eût été énorme dès le XVIe siècle.

Il est certain que l'organisation à peu près identique de toutes les confréries locales de corps de métiers, devait répondre plus ou moins aux exigences de leur époque et des mœurs artistiques; comme elle émanait de l'autorité communale, il est permis de croire de plus qu'elle s'accordait avec l'avantage de la généralité. Il est donc probable que l'institution des gildes n'a manqué, pour aider au progrès, dans le sens que de nos jours on attache à ce mot, que de quelques intelligentes modifications a leurs statuts et surtout de ressources pécuniaires.

Lorsque, enfin, l'impératrice crut devoir consacrer la distinction déjà établie, en reléguant le métier dans les bornes des anciens règlements et en affranchissant les arts, elle prit une mesure peut-être trop radicale; il eût été sage d'essayer si une réorganisation n'était pas possible.

Effets de la liberté brusquement acquise. — Aussi, dans les premiers temps, n'eut-on pas à se louer de la liberté nouvelle.

Les ouvriers ou artistes, se dispensant d'études et d'apprentissage, faisant une concurrence ardente aux anciens maîtres qu'ils décourageaient par le taux dérisoire auquel ils offraient leurs services, gâtaient, en même temps que leur propre avenir, le goût du public, surtout des bourgeois qui s'habituèrent à se contenter de travaux vulgaires pourvu qu'ils ne coûtassent point cher.

Les amateurs les plus difficiles se firent un code spécial qui n'avait plus rien d'artistique ni de vrai. Tout devait, selon eux, être réformé d'après le caprice d'une mode fausse et affectée.

Mais le mieux naît parfois de l'excès du mal et ce fut dans les académies qui avaient été, pour ainsi dire, l'élément primitif de la ruine des corporations

que se retrouva la force nécessaire pour reconstituer l'enseignement sur des bases nouvelles; celles de l'émulation d'un travail collectif, des études soutenues par une méthode intelligente et suivies d'après de bons modèles fournis par l'initiative privée.

Abus des corps de métiers. — L'ordonnance suivante [1] du magistrat de Lille, datée du 6 juillet 1720, montre à peu près à quelle sorte d'abus pouvaient encore donner lieu à cette époque les statuts des corps de métiers appliqués à une profession artistique :

« Par ordonnance de police du 29 août 1709, ... nous avons défendu à tous aspirants à la maîtrise de se présenter à faire chef-d'œuvre avant d'avoir accompli entièrement le temps d'apprentissage marqué . . . et de s'adresser à Nous pour obtenir dispense du temps de l'apprentissage et Nous avons même déclaré nuls et de nul effet les permissions, grâces et relâchements qui auraient pu être accordés par la suite. Mais ayant remarqué que cette ordonnance était très-préjudiciable au public en ce que d'habiles ouvriers ne pouvaient plus s'établir sans avoir fait leur apprentissage, quoiqu'ils sussent parfaitement leur profession, que des enfants capables ayant perdu malheureusement leurs pères et mères étaient privés de continuer leur profession, parce que les uns n'avaient point fait d'apprentissage et que les autres ne l'avaient point entièrement achevé; qu'elle avait donné lieu à quelques maîtres des corps de métiers d'admettre des particuliers à chef-d'œuvre, sans avoir achevé le temps de l'apprentissage prescrit par les lettres, et que de tous les temps nos prédécesseurs et nous avions dispensé de l'apprentissage et admis à la maîtrise des corps les bons et habiles ouvriers et les sujets qui par leur travail et autrement l'avaient mérité, parce que par toutes les lettres des corps des arts et métiers nous nous sommes réservé la faculté de les interpréter, augmenter, changer ou diminuer . . . Nous avons révoqué et révoquons notre ordonnance du 29 août 1709. »

Une autre ordonnance [2] réitère la défense, faite en 1602 aux récipiendaires, de faire une dépense de bouche dans les cabarets pour obtenir la

[1] *Ordonnances du magistrat de Lille,* 1771, p. 470.
[2] Id. p. 474.

maîtrise, et aux maîtres des corps de recevoir autre chose que ce qui leur est attribué par les lettres et les statuts.

On le conçoit, de semblables conditions n'étaient plus en rapport avec les mœurs d'une époque qui déjà se piquait de philosophie, de démocratie et en même temps d'une certaine grandeur dans les idées; et si un examen ou un diplôme était une chose bonne en soi, si un temps d'études était une garantie réelle, dans l'application, on eût dû chercher à ne pas en faire des obligations vexatoires.

Aussi ne doit-on pas s'étonner des termes presque injurieux qu'emploie A. Lens, l'auteur probable du mémoire adressé à S. A. Charles de Lorraine, en 1769, et que ce prince renvoya au magistrat pour obtenir son avis.

Mémoire de Lens en faveur de la liberté. — Les arts croupissent ici, à certains égards, dans une bassesse dont l'Italie n'a jamais vu d'exemple... ce qui influe tellement sur leurs productions que, malgré l'élévation d'esprit de nos grands maîtres, on pourrait donner plusieurs exemples de leur infériorité pour la façon de penser et la noblesse des idées...

De tous les pays où les arts ont choisi leur demeure il n'y en a pas où les désagréments soient si nuisibles qu'à Anvers, où l'on n'est pas seulement obligé d'entrer dans un corps de métier, qui vous oblige par serment; un corps qui contient quinze ou seize métiers, qui tous n'ont pas la moindre connexion avec les beaux-arts, etc., et qui oblige les artistes de servir en qualité de doyen, service qui ne consiste proprement qu'à extorquer au pauvre ouvrier, qui ne peut payer, sa maîtrise et à maintenir d'autres pareils droits du corps, etc., etc.

Ainsi, rien ne serait si utile que de voir élever par l'Académie les jeunes gens qui promettent de se distinguer, du *marais* de ces corps de métiers,... sans qu'ils fussent obligés de connaître en aucune façon les dits corps de métiers qui peuvent exister, sans ce petit nombre de vrais artistes [1].

Il est bon de remarquer la perversion du goût de cette époque, l'amour

[1] J.-B. Van der Straelen, *Jaerboek der vermaerde en kunstryke Gilde van Sinte-Lukas*, p. 199.

du système et la direction fausse de la mode, souvent toute-puissante sur les amateurs et les artistes.

Lens croyait de bonne foi améliorer et relever le niveau de l'art en le dirigeant vers l'antique et vers une exécution qui n'avait plus rien de la nature, et l'on n'était pas loin de répudier les chefs-d'œuvre de l'école de Rubens, en déplorant la vulgarité et l'incorrection de leur dessin.

La réponse de l'avocat Norbert Bom, échevin de la ville d'Anvers, fut conçue en des termes non moins énergiques, car elle traita le mémoire susdit de calomnieux, de scandaleux et de méprisable; elle prouve que les métiers étaient dans la gilde suffisamment séparés pour que le service de doyen ne fût pas une corvée vulgaire; que strictement ils ne formaient que quatre classes distinctes qui nommaient un doyen choisi par le magistrat et qui avaient leurs anciens, de façon à ne devoir recourir au doyen que dans des cas exceptionnels.

L'avocat se livre alors à une réfutation ponctuelle des assertions de Lens, dans laquelle nous relevons ce détail, par lequel il veut défendre le travail industriel. Il n'y a que peu d'années, dit-il, un certain artiste (Corneille Lens, doyen en 1751), peintre de fleurs, a daigné s'occuper de peinture et de vernissage de voitures, etc.

Il soutient que les diverses branches de professions de la gilde ont ceci de bon que l'homme doué de peu de génie peut trouver dans l'une ou l'autre à gagner son pain. Il cite les nombreux artistes de réputation, qui surent allier les devoirs de la profession aux aspirations de leur génie et de leur talent: Otto Van Veen, A. Van Dyck, etc., etc....

Toute cette argumentation fut inutile.

Décret de Marie-Thérèse affranchissant les beaux-arts. — Malgré les efforts des magistrats et des gildes, le règlement [1] de l'Impératrice-reine Marie-Thérèse [2], en date du 20 mars 1773, décréta que les artistes peintres,

[1] J.-B. Van der Straelen, *Jaerboek der vermaerde en kunstryke Gilde van Sinte-Lukas*, pp. 199, 210, etc.

[2] Galesloot, *Documents relatifs à la formation et à la publication de l'ordonnance de Marie-Thérèse des 20 mars et 13 novembre 1773*, Anvers, Buschmann, 1867, p. 41.

sculpteurs, graveurs et architectes étaient libres et exempts de devoir subir la loi de n'importe quel corps.

Ensuite de quoi les doyens de St-Luc remirent, le 15 mai 1773, les clefs, archives, etc., de la gilde aux bourgmestre et échevins d'Anvers, car la confrérie avait absolument fini son rôle.

Quant à l'Académie, elle ne manquait que de ressources pécuniaires et d'une bonne direction pour vivre et produire d'excellents résultats; on le vit dès qu'un homme tel que Herreyns [1] prit la résolution de la relever, car depuis, l'art national a traversé heureusement la tourmente révolutionnaire et trente cinq années de domination étrangère.

[1] Voir Em. Neeffs, *Histoire de la peinture et de la sculpture à Malines*, t. I, p. 60.

CONCLUSION.

Nous venons de suivre le principe puissant de l'association artistique à travers les phases les plus diverses, depuis les temps ténébreux de l'art, jusqu'à la fin du siècle dernier, et de le voir changer de forme pour se concentrer dans l'enseignement avant de reprendre son essor, de nos jours, par la création des cercles et des sociétés modernes. Nous avons pu voir aussi cet enseignement, stationnaire pendant deux siècles, acquérir enfin une importance énorme par l'impulsion de D. Teniers, et, après un temps d'incertitude, devenir la planche de salut de notre art national, pendant la domination française.

De cette étude ressort clairement pour nous que l'association des artistes est nécessaire autant à leurs intérêts qu'au progrès de l'art lui-même. Mais que pour être forte, elle doit tendre à s'unifier dans tous les centres intellectuels, et à résister à la licence, cause immanquable de décadence artistique.

Le régime auquel était soumise la condition des peintres aux siècles passés a été *favorable* à ceux-ci, car les gildes ont toujours été les gardiennes de leurs intérêts, et par l'apprentissage, ont servi à empêcher l'encombrement de la route que les artistes véritables avaient à parcourir.

Ce régime permit même le progrès aussi longtemps que l'art resta un métier, surtout manuel. Mais dès qu'il sortit de l'adresse pratique pour entrer dans le domaine intellectuel, la corporation, composée avant tout d'éléments professionnels, entrava les efforts des hommes à idées grandioses, principalement de ceux qui ne possédaient aucune fortune. Les progrès de l'enseignement furent faits en dehors de la participation de la gilde et Rubens ne put former sa pléiade que grâce à des immunités particulières. Dès lors il eût fallu une scission et la constitution d'une société purement *artistique,* mais

tout aussi solidement réglementée que l'était la gilde; car l'union, le temps d'apprentissage et l'épreuve avaient des résultats généraux très-avantageux, et lorsque la corporation fut débordée, l'art tomba dans une décadence complète.

Si de nos jours, avec une ère, des mœurs et des idées nouvelles, il s'est relevé par la liberté absolue, il n'est cependant pas difficile d'entrevoir déjà une période prochaine de désorganisation et il semblerait utile d'aviser aux moyens de restreindre le nombre des œuvres médiocres, et d'étendre celui des bonnes.

Les associations artistiques contemporaines sont évidemment en mesure d'y aider puissamment et de fournir à l'art un élément inappréciable de force et de prospérité, pourvu que leurs attributions deviennent plus étendues.

Leurs moyens d'action devraient s'appuyer sur une fédération des cercles du pays autant que sur l'appui du Gouvernement, dont le contrôle deviendrait indispensable à leur administration.

Il est nécessaire que leurs efforts tendent à soutenir la valeur des œuvres d'art, et à diminuer la quantité de la production pour en améliorer la qualité. Par conséquent, il serait utile que le pouvoir leur fût donné de relever le niveau artistique, et d'enrayer les excès de la fantaisie, par les expositions, les récompenses et les concours, et par un examen donnant droit à un diplôme.

En outre, comme les antiques gildes, elles devraient être chargées de tous les intérêts des artistes.

Ce retour à la protection ancienne ne serait pas incompatible avec une sage liberté. En effet, il est assez rationnel de n'admettre aux expositions officielles que des artistes ayant fait leurs preuves, c'est-à-dire munis d'une sorte de diplôme, et d'y contrôler les œuvres admises, au moyen d'une estampille ou marque de garantie. — Quant à l'enseignement de la peinture, nous avons pu remarquer que depuis le XIVe siècle jusqu'à l'installation des académies, les travaux industriels ou décoratifs en furent la base et l'essence.

Ne serait-il pas avantageux qu'il en fût de même aujourd'hui, puisqu'il n'est point difficile de démontrer par des exemples que ce genre d'ouvrage fut une sorte de pépinière pour une foule de bons artistes ?

Rien n'est meilleur, en effet, pour former le goût et développer l'adresse manuelle; d'ailleurs le décor contient en lui-même les principes de l'art, basés tant sur la nature que sur l'illusion optique, et la décoration théâtrale principalement renferme autant de science exacte que de fantaisie.

Mais nous ne préconisons ce travail *élémentaire* que comme un fondement solide, remplaçant les copies interminables, énervantes, du siècle passé, et pouvant supporter victorieusement l'étude subséquente de la nature.

En un mot, il faut, pour se servir de celle-ci, l'interpréter, c'est-à-dire la dominer en artiste, savoir appliquer des principes et non pas se sentir dominé par elle, ce qui arrive au travailleur consciencieux, dépourvu de guide et de règles préparatoires.

C'est donc dans le sens décoratif que devraient être dirigés les premiers éléments de l'art; l'étude de l'antique peut d'ailleurs parfaitement se combiner avec eux.

On a vu au XVI[e] siècle, de quoi étaient capables nos peintres ainsi élevés, et cela malgré l'absence de bons modèles, de principes sûrs d'anatomie, de perspective, de théorie artistique.

Mais, dès que le premier résultat d'éducation est atteint, négliger la nature serait absolument insensé. C'est alors qu'il importerait d'en revenir, non tout à fait au système de Rubens, mais bien à celui de la véritable Renaissance artistique, celle de Masaccio en Italie, de Dürer en Allemagne, de Metsys en Belgique; il s'agirait de réformer le travail actuel d'après le modèle vivant, en évitant des études trop longues et dépourvues de sentiment, et d'y intéresser l'élève en lui laissant, dans la mesure du possible, son libre arbitre pour l'usage et l'intelligence de son modèle. Pour arriver à ce résultat, la composition est souveraine. De même que les maîtres de la Renaissance, le jeune artiste s'enthousiasmerait pour un sujet de son choix et chercherait à rivaliser avec les grands modèles; mais il serait tenu de pousser ce travail aussi loin qu'il le pourrait en le comparant avec la nature, et, par conséquent, d'exécuter rigoureusement d'après celle-ci tout ce qui est nécessaire à l'accomplissement de son œuvre.

En ceci, l'action des maîtres et leur surveillance seraient encore indispensables.

Plusieurs artistes célèbres de nos jours estiment que le portrait est le meilleur moyen de perfectionnement pratique; la chose est vraie, et n'est point en désaccord avec notre manière de voir, car où trouverait-on des modèles plus admirables en ce genre que dans les œuvres de Metsys, de Dürer, de Holbein? mais une composition plus compliquée offre l'avantage de ne point comprimer l'élan de l'artiste, en l'astreignant systématiquement à l'agencement d'une seule figure, travail où le goût peut fort souvent tenir lieu de théorie.

Enfin le principe de la fédération des Sociétés artistiques, appliqué déjà avec succès en Allemagne sous le nom de Cycles (en matière d'expositions), pourrait donner à l'enseignement supérieur de l'art une ressource puissante, sous le rapport des voyages, dont le XVIe et le XVIIe siècle nous ont prouvé l'utilité; car il permettrait d'envoyer un peintre (reconnu capable de produire une œuvre de quelque valeur), dans le milieu le plus convenable à ses aptitudes, pour y travailler sous la direction du cercle local.

Ce sont là de simples *desiderata* dont l'application rencontrerait peut-être, nous l'avouons, des difficultés sérieuses, mais tout progrès ne passe-t-il point pour une utopie, jusqu'au jour où des essais tentés franchement en démontrent enfin le fondement et la possibilité?

Il est certain que l'idéal en fait d'enseignement artistique serait le système des grands maîtres de l'Italie et spécialement de Raphaël qui travaillait au milieu de ses élèves, enseignant par l'exemple et par la théorie; mais cette façon d'agir n'est plus dans nos mœurs, et dans le Nord surtout, le travail sera toujours plus ou moins isolé.

D'ailleurs, bien que l'Italie semble avoir, de tout temps, exercé sur notre art national une attraction irrésistible, il ne nous semble pas qu'il y ait plus d'avantage à retirer pour nos artistes de l'inféodation au style antique, fondement de l'éducation italienne, que de l'étude sincère et pure de la nature qui a toujours inspiré L. de Leyde, Dürer, Holbein et notre inimitable Quentin Metsys.

NOTES ADDITIONNELLES.

Nous avons un devoir à remplir envers quelques personnes dont l'extrême obligeance a plusieurs fois facilité notre tâche; c'est de leur exprimer ici notre sincère gratitude, notamment à Messieurs les archivistes A. Wauters, A. Pinchart, L. Devillers, dans les travaux desquels nous avons pu largement puiser. Nous nous plaisons à remercier aussi MM. Brinck, S. Bormans, le chevalier Léon de Burbure, Fourdin, Henri Hymans, conservateur des estampes à la Bibliothèque royale, et M. le chevalier E. Marchal dont l'affabilité à notre égard ne s'est jamais démentie.

Page 9. Notre-Dame des Dunes. — Il s'agit de la première église fondée en 1107, car il est probable que la reconstruction au XIIIe siècle, sur les plans de l'abbé Pierre, fut le fait d'ouvriers laïques ou voyageurs, ou serfs de l'abbaye, peut-être des *oblati*.

Page 10. Submansores. — Ce terme indiquait la famille de l'église : c'était dans son sein que se recrutaient ses ouvriers, comme les seigneurs employaient leurs serfs, comme les esclaves romains étaient employés par leurs maîtres. — D'un ordre tout inférieur et pratique, ils étaient évidemment obligés d'exécuter une sorte de travail mécanique et suivant des modèles imposés. De cette façon l'ornementation principalement constituait un art pour ainsi dire *hiératique*.

Page 12. Pictor. — Le caractère aristocratique de l'art à Louvain ne semble-t-il pas à l'appui de notre hypothèse au sujet des hommes de Saint-Pierre ?

Page 13. Art laïque. — Viollet-Leduc assigne le milieu du XIIe siècle à la Renaissance laïque, en constatant que la sculpture du Xe et du XIe siècle est hiératique. (Voir *Dictionnaire de l'Architecture française*, p. 219, t. I). Auparavant les ordres religieux avaient le monopole des arts. Il établit que Libergier, Robert de Luzarches, etc., étaient laïques (*Op. cit.*, p. 109), ce qui n'excluait pas leur affiliation aux compagnies maçonniques.

Page 22. Origine des confréries de peintres. — Aux Xe, XIe et XIIe siècles, les artistes laïques employés par le clergé, étant membres de la famille de l'église, constituaient en même temps les éléments des premières confréries dévotes. — De nos jours, aux environs de Gand, M. de Béthune a, croyons-nous, organisé une sorte de colonie artistico-religieuse analogue à celle dont nous parlons.

Page 24. Lisez : des Ste-Peetersmannen. — Cette explication du nom d'hommes de St-Pierre est peut-être hasardée. Nous ne la présentons que comme une simple hypothèse de leur origine obscure, car leur constitution subséquente, parfaitement élucidée par M. H. Lavallée, comprenait des hommes de toute condition et ce nom devint un titre qui donnait droit à des privilèges importants. Mais comme dans le principe ils formaient la *clientèle* de l'église, qu'ils prirent naissance probablement en même temps qu'elle, c'est-à-dire vers 1047, il nous semble probable aussi qu'ils prirent part les uns comme protecteurs, les autres comme ouvriers à la construction de l'église et à la décoration qui la suivit. Voir *Bulletins de l'Académie royale de Belgique*, 1853-1854, annexe pages 71 à 73, 76, 77, 82, 108 ; voir aussi C. Cantu, *Histoire universelle*, t. XI, pages 557 et 595.

Page 25. Pierre de Montreuil, etc. — Quoique laïques, d'après Viollet-Leduc, ils étaient sans doute affiliés à ces sociétés nomades. Les dessins de Villard d'Honnecourt décèlent des pérégrinations lointaines faites dans un but architectural et qui pourraient faire supposer également des rapports avec les loges.

Page 25. Sous les Longobards existaient des corporations de *Magistri comacini* ou maçons.

Page 34. Voir C. Cantu, *Histoire universelle*, t. XI, p. 554. Le développement de la puissance communale, qui dès le principe se posa pour ainsi dire en rivale de l'influence religieuse, doit être considéré comme le promoteur véritable de l'art laïque. Dès le XIIIe siècle les communes s'attachent des architectes, dans le but d'édifier des monuments civils dignes de lutter avec les constructions somptueuses des abbés et des évêques. — Mais ces mêmes architectes laïques sont chargés de l'édification ou de la reconstruction d'églises telles que Sta-Reparata, Sta-Maria del Fiore (par Arn. di Lapo), ce qui introduit déjà l'influence de l'autorité civile dans le domaine religieux. C'est à la même époque que la peinture civile commence à se faire remarquer. Il est vrai que, surtout en Italie, plus d'un ingénieur-architecte des communes appartint à cette époque aux ordres religieux. On en a des exemples à Florence, à Padou, etc.

Page 53. Caractère pieux de l'art. — Les statuts de la corporation des peintres de Sienne en 1355 commencent ainsi : « Nous sommes, par la grâce de Dieu, appelés à manifester aux hommes grossiers qui ne savent pas lire, les choses miraculeuses opérées par la vertu de la sainte foi : notre foi consiste principalement à adorer et à croire un Dieu éternel, un Dieu d'une puissance infinie, d'une sagesse immense, d'un amour et d'une clémence sans bornes. »

Page 68. Note. — M. A. Pinchart a publié les articles du règlement de Tournai relatifs aux outils, etc. Voir *Bulletins de l'Académie royale de Belgique*, 2e série, tome II, nos 9-10, septembre et octobre 1881.

Page 171. Note de M. Brinck, archiviste de la ville de Courtrai.

INDEX CHRONOLOGIQUE.

TABLE ALPHABÉTIQUE

DES MATIÈRES CONTENUES DANS CET OUVRAGE.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

N

O

P

Q

R

S

T

LES RELIQUES

ET

LES RELIQUAIRES DONNÉS PAR SAINT LOUIS

ROI DE FRANCE

AU COUVENT DES DOMINICAINS DE LIÉGE

PAR

M. JULES HELBIG.

(Mémoire présenté à la Classe des Beaux-Arts dans la séance du 7 avril 1881.)

LES RELIQUES

ET

LES RELIQUAIRES DONNÉS PAR SAINT LOUIS

ROI DE FRANCE

AU COUVENT DES DOMINICAINS DE LIÉGE.

La ville de Liége, qui a possédé un grand nombre d'abbayes et des établissements monastiques considérables jusqu'à la fin du siècle dernier, a conservé bien peu de restes de leurs anciennes constructions. Au nombre des couvents les plus importants placés au centre de l'ancienne cité, se trouvait celui des Frères Prêcheurs; mais le couvent des Dominicains n'a pas été plus heureux, à cet égard, que d'autres maisons religieuses.

Cependant, lorsqu'on parcourt l'une des rues les plus commerçantes et les plus animées, qui porte aujourd'hui le nom de Pont-d'Ile, — bien que depuis longtemps il n'y ait plus apparence d'eau ni de pont dans ce quartier, — on aperçoit une construction dont les murs hors-plomb, les fenêtres en plein cintre de grandeur très-inégales, accusent l'antiquité. Cette devanture étrange et qui forme un peu saillie sur les autres maisons — les contours sinueux de cette ancienne voie ont eu la fortune d'échapper au cordeau communal, — a beau être badigeonnée de blanc tous les ans et tenue avec la propreté des façades voisines, ses baies percées irrégulièrement, garnies en partie de barreaux de fer; une large porte offrant des traces de remaniement, et qui dans sa forme dernière semble appartenir au XVII[e] siècle, — tout cela semble accuser un passé peu en harmonie avec la destination actuelle de la construction. Lorsqu'on dépasse la porte, on se convainc du premier coup

d'œil qu'on est dans une brasserie, mais du même coup d'œil aussi on se rend compte que cette brasserie a dû faire des efforts et même commettre des violences pour s'accommoder des bâtiments dans lesquels elle se trouve installée aujourd'hui.

Si, poussé par le goût des recherches archéologiques, on franchit le seuil de la porte, on se trouve dans une cour assez spacieuse. En tournant à droite, on rencontre une sorte de salle voûtée en ogives aiguës, composée de deux travées, et qui paraît avoir été plus considérable autrefois. Les nervures de la voûte d'arête retombent sur des piliers du style sévère des constructions monastiques du XIII[e] siècle. Si l'on pousse plus loin les investigations en s'avançant dans la cour, on verra appliqué contre l'une des façades intérieures, et masqué en partie par des cuves servant à laisser refroidir la bière, un ancien Christ de jubé, dont l'expression austère et les formes émaciées appartiennent à peu près à la même époque que les restes d'architecture dont il vient d'être question. Ce Christ est taillé dans le bois de chêne, mais il est bien près actuellement de tomber en poussière malgré les couches de couleur à l'huile dont, par esprit de conservation, il a été recouvert maintes fois.

Dans le fond de la cour se trouve un bâtiment assez considérable, mais qui ne peut guère remonter qu'au siècle dernier. La visite des magasins spacieux que renferme cette aile, celle des combles de la construction située sur la rue, fera connaître encore quelques figures de saints, et la statue en bois de la sainte Vierge et de l'enfant Jésus, due sans doute au ciseau de quelque imagier liégeois.... Mais après cela les recherches que l'on pourrait tenter resteraient infructueuses. C'est aujourd'hui tout ce qui reste de l'ancienne maison des Dominicains de Liége.

Ces restes, toutefois, n'ont été que des bâtiments de service. Ils n'ont rien de commun, ni avec l'habitation des moines, les cloîtres et les autres lieux réguliers, ni avec l'ancienne église conventuelle. Celle-ci a été remplacée par une salle de théâtre dont la construction a absorbé une partie des matériaux provenant de l'église, laquelle se trouvait à une centaine de mètres des locaux que nous venons de décrire. Cet espace, couvert aujourd'hui par la rue qui porte le nom de rue des Dominicains, prouve combien devaient être considérables les bâtiments conventuels.

Si aujourd'hui nous évoquons, par ces lignes, le souvenir du couvent des Dominicains de Liége supprimé et démoli lors de la Révolution française, — maison qui a eu son histoire et son influence, — c'est surtout pour faire connaître d'importantes pièces d'orfévrerie qui lui ont appartenu jusqu'au jour où la communauté a été dispersée, et que l'on a pu croire irrévocablement perdues. Des circonstances heureuses nous ayant permis de les retrouver loin de notre pays, il nous a paru qu'il ne serait pas indifférent au lecteur d'en connaître l'existence et la description, et d'en avoir sous les yeux la reproduction fidèle.

Mais avant d'en aborder l'examen détaillé, quelques mots sur l'histoire de ces monuments de la plus belle époque de l'orfévrerie religieuse du moyen-âge ne paraîtront pas hors de propos.

Hugues de Pierpont avait été investi évêque de Liége, au printemps de l'année 1200, de la main même de l'empereur Othon IV, alors de passage dans la capitale de la principauté. A la fin d'un règne agité, mais glorieux et qui avait rempli le premier tiers du siècle dont l'aurore avait salué l'avénement de Hugues, celui-ci ne croyait pas avoir assez fait pour le peuple dont les intérêts spirituels et temporels lui étaient confiés, s'il n'appelait à lui les fils de Saint Dominique. On sait combien ceux-ci étaient actifs dans la chrétienté au cours du premier siècle de la fondation de l'Ordre. Aussi, sentant déjà les approches de la mort qui devait l'enlever quelques jours plus tard, l'évêque de Liége recommanda vivement la réalisation de son désir à Jacques de Vitri, évêque d'Acre ou Ptolémaïde, ainsi qu'à Jean d'Eppes, le prêtre qui semblait désigné pour succéder à Hugues sur la chaire épiscopale.

Hugues de Pierpont mourut le 3 des ides d'avril 1229, et une charte datée du 11 du même mois, relative à la fondation d'une maison de l'Ordre des Dominicains est rapportée par l'historien Chapeauville. Au mois d'août, Jean d'Eppes, nouvellement élu évêque de Liége, écrivit à Jourdain, chef de l'Ordre des Frères Prêcheurs, pour le presser de fonder un couvent à Liége.

Le bienheureux Jourdain de Saxe, premier successeur de Saint Dominique, — le même qui devait périr en 1237, dans une terrible tempête qu'il essuya devant Saint-Jean-d'Acre, — voulant avec les compagnons amenés par lui fonder de nouvelles maisons en terre sainte [1], montra les dispositions les plus favorables à l'évêque de Liége. Mais il paraît que l'on se mit difficilement d'accord pour le terrain où devait s'élever le couvent projeté. Ce ne fut qu'en 1234 que l'on trouva un emplacement répondant aux vues de la communauté à établir.

Celle-ci fit choix d'un terrain à proximité du pont qui reliait alors à la ville l'île entourée d'un bras de la Meuse et qui a donné son nom à la rue que nous venons de rappeler. On s'empressa d'y construire les fondations de la nouvelle maison, édifiée en grande partie au moyen des dons faits généreusement par Erasme Boulanger et deux frères, les chevaliers Jean et Pirard de Neuvice.

Lorsque la construction de l'église fut achevée, elle fut solennellement consacrée le 13 août 1242, par Robert de Torote, évêque de Liége, successeur de Jean d'Eppes, assisté par Gui, évêque de Cambrai et Boniface, évêque de Lausanne. L'église fut dédiée à Sainte Catherine.

Il faut admettre que la communauté prit bientôt des développements considérables et que probablement elle renfermait dans son sein des hommes de haute distinction, soit par le talent, soit par leurs vertus. Vingt-cinq ans après la consécration de l'église rapportée plus haut, nous trouvons les Pères Dominicains de Liége en rapports intimes avec le roi de France, Saint Louis qui, au surplus, aimait, comme on sait, à employer les religieux de cet Ordre aux missions que nécessitait parfois sa politique. Il devait avoir une prédilection particulière pour les Frères Prêcheurs de Liége, car à cette époque il les combla des dons les plus somptueux. Ici, nous céderons la plume à l'un des chroniqueurs encore inédits de l'ancien pays de Liége :

« *L'an mil deux cents soixante sept. S. Louis roy de France en témoi-* » *guage de l'affection et amitié qu'il portait à la cité et frères prescheurs de*

[1] *Histoire des Ordres monastiques*, par le P. Heliot, t. III, p. 209.

» *Liége, leur envoyat diverses présents entre lesquels y avoit* UNE DE SES COU-
» RONNES, *ung calice de platene d'or, qui se voient présentement aux frères*
» *prescheurs et spécialement une des espines de la couronne du Saulveur du*
» *monde, ainsi que le tesmoigne la lettre suivante que j'ai copié hors de celle*
» *desdits prescheurs estant escript sur parchemin. (Sachez que l'evesque*
» *Groesbeek at obtenu une portion de la dite espine, dont le reste est enchassé*
» *dans une belle croix de cristalle ainsi que j'ai appris desdits prescheurs)*
» *dont la teneur s'ensuit:* »

Après avoir transcrit le texte de la lettre, sur lequel nous allons revenir, l'écrivain liégeois ajoute :

« *Ici un scel de cire jaulne : Un roy séant en chère et tenant a dextre un*
» *lis, a gauche une baguette plustôt que sceptre.*
» *La teste du roy rompue aussi, le bout de la dite baguette ou sceptre. Le*
» *contre scel un lis : le roy vestu d'une robe* [1]. »

Remarquons en passant que la note de Van den Berch décrit de point en point le sceau royal et le contre-sceau représentés en photogravure dans la belle édition de *Jean Sire de Joinville, Histoire de Saint-Louis*, donnée par Didot, Paris 1874, p. 548. Seulement la photogravure ayant été prise sur une empreinte intacte, le bout de la baguette est formé par une sorte de fleur de lis, et constitue donc bien un sceptre. D'ailleurs le roi est couronné; il est revêtu d'une tunique ou bliau au-dessus duquel il porte la chlamyde. Autour du sceau se trouve la légende : *LVDOVICVS DI* (dei) *GRA* (gratia) *FRANCORVM REX.*

En donnant la reproduction de ce sceau, l'éditeur ajoute que ce dernier fut employé par Saint Louis jusqu'à sa première croisade, vers 1250 environ ; mais le roi resta entièrement fidèle au type de ce sceau jusqu'au moment où, partant pour la seconde croisade, en 1270, il jugea nécessaire de nommer

[1] *Chronique de Van den Berch,* t. I, p. 249. MS. n° 145 de la bibliothèque de M. le chevalier X. de Theux de Montjardin. — Nous devons à l'amitié de M. de Theux et aux recherches qu'il a bien voulu entreprendre pour nous, l'extrait du manuscrit cité.

des régents et de leur laisser le sceau d'un type différent, dont la même planche donne également une reproduction.

Mais le roi de France avait accompagné le don envoyé aux Frères Prêcheurs d'une lettre qui devait encore rehausser à leurs yeux le prix du présent. La lettre a été imprimée à diverses reprises. Toutefois il n'est pas inutile de la reproduire ici.

Voici la traduction de cette lettre adressée au prieur et aux Frères Prêcheurs de Liége :

« Louis, par la grâce de Dieu, Roi des Français, à ses bien-aimés dans le Christ, le Prieur et les Frères Prêcheurs de Liége, salut et affection. Inspiré par le sentiment d'amitié sincère que nous portons à vous et à votre Ordre, considérant les mérites éminents de votre maison et de votre Église de Liége, et voulant la décorer d'un don petit, mais précieux, nous vous adressons par le présent porteur l'une des épines de la sacro-sainte couronne de Jésus-Christ. Nous supplions votre charité, lorsque vous recevrez cette épine honorablement, comme il convient au respect et à la révérence dus au Sauveur lui-même, et en vous efforçant de lui conserver toujours l'honneur auquel elle a droit, de vous souvenir dans vos prières, et de recommander encore à celles des personnes pieuses qui, dit-on, abondent dans vos régions, nous-même, la reine et nos enfants, en vous adressant en notre faveur au Roi des Rois.

Fait à Senlis, fête de la Nativité de la bienheureuse Vierge Marie, l'an du Seigneur 1267 [1]. »

[1] Ludovicus Dei gratia Francorum Rex. Dilectis sibi in Christo Priori et Conventui Fratrum Prædicatorum Leodiensium salutem et dilectionem. Ex sincero charitatis affectu, quem erga vos gerimus, et Ordinem vestrum, exigentibus ejus meritis tam præclaris, domum et Ecclesiam vestram Leodiensem, pretioso volentes munusculo decorare; vobis per latorem præsentium unam de Spinis Sacrosanctæ Coronæ Jesu Christi transmittimus cum præsentium testimonio litterarum, charitatem vestram rogantes in Domino, quatenus eandem Spinam recipiatis honorifice, sicut decet, ob ipsius Salvatoris reverentiam : et ipsam debito honore conservare studeatis; et in vestris orationibus nostri memoriam habeatis facientes pro nobis, et Regina, et liberis, a devotis personis quæ in vestris partibus abundare dicuntur, Regem Regum et Dominum exorari. Actum Silvanecti, in festo Nativitatis B. Mariæ Virginis, anno Domini millesimo ducentesimo sexagesimo septimo. — B. Fisen, *Historiarum Ecclesiæ Leodiensis*, pars secunda, liber I, nº XLIII, P. 17.

Cette lettre qui non-seulement a été transcrite par l'auteur que nous venons de citer, mais qui a été imprimée entre autres par Fisen, prouve que Saint Louis attachait un si grand prix à la relique insigne envoyée aux Frères Prêcheurs, qu'il ne juge à propos de mentionner ni le reliquaire précieux qui la contenait, ni d'autres dons de très-haute valeur sur lesquels nous aurons à revenir. Au surplus, pour apprécier l'importance du don que le roi faisait aux Dominicains de Liége, il suffit de rappeler les circonstances dans lesquelles il avait lui-même reçu la Sainte Épine.

On sait dans quelle détresse se trouvait l'empire d'Orient en 1237, au commencement du règne de Baudouin II, réfugié alors à Saint-Germain. De toutes parts, il était question de lui venir en aide; plusieurs princes avaient pris la croix, beaucoup de fidèles firent vœu d'aller combattre en Romanie. On cherchait à se procurer les ressources nécessaires pour subvenir aux frais de la guerre; mais ni les secours en argent ni les hommes n'arrivaient assez vite. On avait beau lever des impôts sur les biens ecclésiastiques, engager les terres des seigneurs, frapper d'une lourde taxe les juifs du royaume de France, les fonds n'arrivaient pas à Constantinople.

Les barons qui gouvernaient en l'absence du nouvel empereur se virent obligés d'emprunter une somme de quatre mille marcs d'argent à des marchands vénitiens. Encore ne purent-ils y parvenir qu'en offrant, d'accord en cela avec Baudouin, de donner en gage le joyau le plus précieux de l'empire: la Sainte Couronne du Christ.

Le gage fut accepté, mais au jour de l'échéance, l'empereur ne se trouvait pas plus en mesure de faire honneur à ses engagements qu'au moment où il avait contracté la dette. Alors un négociant vénitien du nom de Nicolas Querini s'interposa; il consentit à se mettre à la place des prêteurs. Toutefois il stipula, pour prix du délai qu'à son tour il voulait accorder, que le gage fut transporté à Venise pour y demeurer en dépôt.

La couronne d'épines du Christ allait donc devenir la propriété d'un financier. Ne pouvant se libérer, Baudouin s'adressa au roi de France dont la piété devait s'émouvoir facilement en présence de cette situation.

Déjà le roi avait reçu le comté de Namur en gage pour la somme de cinquante mille livres parisis.

Entrant dans les vues de Baudouin, il envoya deux pères Dominicains. L'un était André de Lonjumeau, précisément de retour de ses missions d'Orient; l'autre était un religieux du nom de Jacques, qui avait gouverné pendant quelque temps la communauté des Frères Prêcheurs à Constantinople.

Déjà, nous venons de le rappeler, les barons avaient engagé la Sainte Couronne aux Vénitiens. Il avait été convenu que si la relique n'était pas retirée à la Saint-Gervais, c'est-à-dire le 17 juin 1239, elle resterait pour toujours aux Vénitiens.

Les barons de Constantinople, après avoir pris connaissance des lettres de l'Empereur, leur maître, convinrent avec les Vénitiens que les deux religieux, envoyés par Saint Louis, accompagnés d'un ambassadeur de l'Empire, porteraient la relique à Venise. La caisse qui contenait le trésor fut scellée du sceau des seigneurs français qui se trouvaient à Constantinople.

L'Empereur d'Allemagne ayant, de son côté, accordé libre passage au dépôt sacré que les moines étaient chargés de rapporter en France, ceux-ci partirent pleins de confiance. Malgré la saison la plus rude de l'année et la plus mauvaise pour la mer, ils s'embarquèrent vers les fêtes de Noël de l'an 1238. Plus que les tempêtes cependant, ils avaient à redouter les vaisseaux ennemis. L'Empereur grec, averti de ce qui se passait par ses espions, avait envoyé des galères bien armées dans les différents détroits; et les Génois, alors en guerre avec les Vénitiens, n'étaient pas moins attentifs à les surprendre et à profiter de tous les avantages que pouvaient leur présenter les chances de la guerre. La Providence permit que le vaisseau arrivât sain et sauf à Venise.

Immédiatement après le débarquement, la Sainte Épine fut déposée dans l'une des chapelles de Saint-Marc, où elle resta sous la garde d'André de Lonjumeau, jusqu'à ce qu'il fût satisfait à toutes les conditions du marché avec les Vénitiens. L'autre religieux, frère Jacques, fut député vers Saint Louis, et bientôt il revint accompagné d'autres ambassadeurs avec de nouveaux pouvoirs et la somme nécessaire pour dégager la Sainte relique.

Les ambassadeurs du roi ayant reconnu l'authenticité des sceaux, reprirent le chemin de la France, où, de son côté, Saint Louis se porta au-devant de ses mandataires. André de Lonjumeau eut l'honneur de présenter

la relique au roi. On ouvrit d'abord la caisse de bois qui renfermait la Sainte relique, et l'on vérifia encore une fois les sceaux avec les actes qui en établissaient l'authenticité. On ouvrit ensuite la châsse d'argent, et puis le récipient d'or qui renfermait la Sainte Couronne, et on la fit voir au roi et à tous les assistants. C'était le jour de la fête de Saint Laurent; le lendemain, 11 août 1239, la Sainte Épine fut transportée à Sens. A l'entrée de la ville, le roi et Robert d'Artois, l'aîné de ses frères, la prirent sur leurs épaules, étant l'un et l'autre nu-pieds et en costume de pénitents. Ils la portèrent ainsi à l'église métropolitaine de Saint-Etienne, entourés de tout le clergé de la ville, venu processionnellement pour la recevoir [1].

Le 13 août, le roi partit pour Paris, où se fit, huit jours après, la réception solennelle de la Sainte relique.

Rien ne pouvait être à la fois plus touchant et plus solennel que l'entrée du cortége apportant la Sainte Épine dans la ville capitale du royaume de France. Il semblait, en effet, au roi qu'il ne pourrait jamais accueillir avec des honneurs suffisants le diadème empourpré du sang du Christ. Il faut lire dans quels termes les historiens du temps rapportent la solennité avec laquelle Saint Louis voulut recevoir à Paris, le gage racheté aux banquiers de Venise. Après avoir annoncé au peuple le spectacle dont celui-ci allait être témoin, le roi alla, accompagné de son frère le comte Robert, revêtu de la simple tunique des pénitents et les pieds nus, au-devant de la Sainte Épine. A ses côtés se trouvaient l'archevêque de Sens, Gautier Cornu et Bernard, évêque du Puy. Ils revinrent processionnellement, Saint Louis portant lui-même la relique insigne, précédé et suivi de détachements d'une armée nombreuse dont les soldats marchaient déchaussés comme leur roi. A la tête de ces guerriers bardés de fer et couverts de cottes de mailles étincelantes, on voyait un clergé considérable, régulier et séculier, portant des châsses et les reliques des saints qui, eux aussi, accompagnaient dans son entrée glorieuse leur roi représenté dans cette circonstance par sa couronne de douleur.

[1] Voir *Les hommes illustres de l'Ordre de Saint Dominique,* par le P. Tournon, t. I, pp. 159 et suiv. — Voir aussi Gosselin, *Couronne d'épines* Paris, 1828, cité dans le *Mémoire sur les instruments de la Passion de N.-S.-J.-C.*, par Ch. Rohault de Fleury. Paris, Lesort, 1870, p. 203.

Les façades des maisons bordant la voie triomphale, par laquelle passait le royal cortége, étaient ornées de riches tapis, de tentures historiées, de verdure et de fleurs. L'entrée de la procession, où se confondaient l'armée et le clergé unis dans un commun enthousiasme, se fit au son joyeux des clairons alternant avec le chant des psaumes. Plus éloquentes que ces démonstrations, plus touchantes que les élans du peuple, étaient les larmes que répandait le saint roi, porteur de la relique qu'il allait déposer à la cathédrale Notre-Dame...

Elle ne devait pas y rester longtemps. Dix ans avant que Saint Louis la reçût, une faible partie de la Couronne d'épines avait été détachée et donnée aux Pisans. En 1230, le Sénat de la ville de Pise, aidé d'ailleurs par les dons des familles Gualandi et des Gatiosi, avait fait édifier pour y placer cette relique, la chapelle consacrée sous le nom de *Santa Maria della Spina*, véritable reliquaire en pierre et en marbre, l'un des joyaux de l'architecture italienne à cette époque. Ce que les dignitaires de la république de Pise avaient fait sur les bords de l'Arno, le chef du catholique royaume de France le fit sur les bords de la Seine avec une magnificence plus grande, servi qu'il était d'ailleurs par un art plus pur, par un maître mieux inspiré. La sainte chapelle du palais s'éleva comme par enchantement sur les plans de Pierre de Montereau. Ce que le maître de l'œuvre avait commencé en 1241, était achevé en 1248. Rarement on avait mis autant de soin et de recherche à orner extérieurement et intérieurement un sanctuaire, et cependant on était à une époque et dans un pays où surgissaient les merveilles dans toutes les provinces. L'œuvre demanda à l'artiste tous les efforts d'un génie sûr de lui-même. Au roi, elle coûta la somme de 40,000 livres de son temps.

Nous allons voir que, de même qu'un temple magnifique lui semblait nécessaire pour recevoir la couronne entière, il voulut aussi, en en détachant une simple épine destinée aux Frères Prêcheurs de Liége, que la beauté du récipient répondît à l'importance du contenu. Cependant ces religieux ne furent ni les seuls, ni les premiers à avoir part à la relique prisée si haut.

Saint Louis fit enchâsser quelquefois simplement, d'autre fois avec un grand luxe, mais toujours avec cet art remarquable qui caractérise son siècle,

les insignes reliques de la Passion obtenues de l'empereur de Constantinople, Baudouin. Guillaume de Nangis estime à cent mille livres, somme énorme à cette époque, l'or, l'argent et les pierreries consacrées à cet usage.

Aussi, l'orfévrerie qui, au surplus, correspondait à un besoin de faste et d'expansion dans le domaine des arts, prend-elle un très-grand développement à Paris et à Limoges sous le règne de Louis IX. L'importance des orfèvres de Paris porta Saint-Louis à les réunir en corps de métier, de même que les autres artisans. L'ordonnance relative à la corporation des orfèvres fut consignée dans les *Registres des métiers et marchandises de la ville de Paris*, rédigés par Estienne Boileau [1]. L'un des points les plus remarquables de cette ordonnance c'est que l'exercice de l'art de l'orfévrerie était reconnu libre de toute entrave; tout artiste capable pouvait s'y adonner. « Il est à Paris orfèvres qui veut, et qui faire le set, pour qu'il oevre ad us et as coustumes de mestier. » Ils étaient libres du guet et jouissaient de quelques autres privilèges qui n'étaient pas sans importance, mais dans leur travail ils étaient tenus à n'employer que l'or et l'argent le plus pur. « Nul orfèvre ne puet ouvrer d'or à Paris qu'il ne soit à la touche de Paris ou mieudres (meilleur), la quele touche passe tous les ors de quoi on oevre en nule terre. »

A la fin du XIII[e] siècle, Paris comptait plus de cent et seize orfèvres, ainsi qu'il résulte du rôle de la taille de l'année 1292 [2]. L'orfèvre en titre de Saint Louis et son artiste favori s'appelait Raoul. L'année même de la mort du saint roi, Raoul fut anobli par Philippe III, premier exemple, dit le président Hénault, de ce genre d'anoblissement [3].

Le bon roi Louis IX qui aimait à répandre autour de lui une joie chrétienne, qui aimait à donner — et pour lequel la générosité était la conséquence naturelle de la charité dont débordait son cœur — ne fut pas plutôt en possession de l'inestimable trésor qui lui avait été rapporté d'outre-mer par les frères Dominicains Jacques et André, qu'il songea à le partager, en

[1] *Règlements sur les arts et métiers de Paris au XIII[e] siècle*, publié par G.-P. Depping. Paris, 1837, p. 38.

[2] *Paris sous Philippe le Bel*, par Giraud. Paris, 1837, p. 526.

[3] *Hist. des arts industriels*, par Labarte. Paris, 1854, t. II, p. 302.

quelque sorte, avec ses préférés. Il voulut, tout au moins, en donner des parcelles aux hommes religieux qui les recevraient dans le même esprit de respect et de foi avec lequel il avait lui-même reçu la Sainte Couronne d'épines.

Dans un ouvrage consacré particulièrement aux reliques de la passion du Christ, publié il y a peu d'années, nous trouvons la mention des dons que fit Saint Louis des différentes épines qu'il détacha de la Couronne. Voici le détail de ces dons :

1° Saint Louis donna une épine à Bernard, évêque du Puy, le jour même où il reçut la Sainte Couronne à Sens.

2° Il en donna également une au chapitre de Valence, en Espagne.

3° Au bienheureux Barthélemi de Brégence, évêque de Vicence dans l'État de Venise.

4° A l'abbaye du Bourg-Moyen de Blois.

5° A celle de Saint-Éloi, près d'Arras.

6° Aux Cordeliers de Séez.

7° A l'abbaye des Bénédictins de Cluny [1].

Le même auteur signale encore l'existence d'une épine de la Sainte Couronne existant au couvent des Dominicains, à Carpentras; toutefois il ne semble pas que ce fût un don fait par Saint Louis.

Le couvent des Dominicains de Gand possédait également deux épines de la couronne du Christ, mais le don ne provenait pas non plus de Saint Louis, comme on l'a cru quelquefois. Elles avaient pris pour arriver dans cette maison un assez étrange détour : volées au trésor du comte de Flandre, Louis de Maele, elles furent restituées à son successeur l'empereur Maximilien, et c'est sur les instances de son confesseur, Nicolas Brugman, évêque de Sélivrée en Thrace, *in partibus infidelium*, et autrefois prieur du couvent de Gand, que l'empereur consentit à s'en dessaisir en faveur de ce dernier [2].

Mais les renseignements donnés par le Mémoire sur les instruments de la Passion de N.-S.-J.-C., où sont omises d'ailleurs les reliques envoyées par le

[1] *Mémoire sur les instruments de la Passion de N.-S.-J.-C.*, par Ch. Rohault de Fleury. Paris, Lesort, 1870, p. 210.

[2] Dejonghe, *Belgium dominicanum*, p. 66.

roi de France aux Frères Prêcheurs de Liége, sont loin d'être complets. Saint Louis donna encore une épine au couvent du même ordre à Barcelone, par l'entremise de Pierre de Centra [1]. La lettre d'envoi de cette relique a été imprimée, et, chose digne de remarque, hormis le nom du porteur qui y est ajouté, la lettre est à peu près de la même teneur que celle qui a été adressée aux Dominicains de Liége quelques années plus tard.

Saint Louis fit également don d'une épine au prieur et à l'abbaye d'Agaune, laquelle, heureusement, a non-seulement conservé la lettre d'envoi originale datée du mois de février 1261, mais aussi la relique et le reliquaire [2]. Il est très-remarquable que, de même que pour les Frères Prêcheurs de Liége, l'envoi de la Sainte Épine enchâssée dans son reliquaire, paraît avoir été accompagné d'un autre reliquaire avec une parcelle de la vraie croix, dont il n'est pas plus fait mention que dans la lettre adressée à Liége. Cette croix se trouve encore à Saint-Maurice d'Agaune, et le style du travail permet de rapporter cette pièce d'orfévrerie au règne de Louis IX.

Cependant les dons faits aux Dominicains de Liége dépassent, aussi bien par le nombre des objets que par la beauté des reliquaires, de beaucoup, ce que les auteurs nous rapportent de la munificence de Saint Louis envers les différentes maisons religieuses que nous venons d'énumérer. Nous le verrons, du reste, en étudiant les pièces d'orfévrerie qui se trouvent actuellement à Dresde.

Après la note de Van den Berch que nous avons transcrite, les extraits de quelques autres auteurs nous feront connaître, en attendant, en quoi con-

[1] Tournon, *Les hommes illustres de l'Ordre de Saint Dominique*, t. I, p. 485.

[2] Voici le texte de la lettre d'envoi :

Ludovicus Dei gracia Francorum Rex dilectis sibi in Christo priori et conventui sancti Mauricii Agaunensis salutem et dilectionem sinceram. De preciosis beatorum martirum Agaunensium corporibus que nobis per venerabilem abbatem et concanonicos nostros ac nuncium nostrum vestra liberalitas venerabiliter destinavit, caritatem vestram dignis prosequimur actionibus gratiarum. Mittimus autem vobis per ipsum abbatem sacrosancte corone dominice spinam unam, quam propter redemptoris reverenciam petimus a vobis devotissime honorari, et ut nos et nostros vestris habeatis oracionibus specialiter commendatos. Datum Parisiis, anno Domini M° CC° sexagesimo primo, mense februarii. — Trésor de l'Abbaye de Saint-Maurice d'Agaune, par Ed. Aubert. Paris, V[e] A. Morel et C[ie], 1872, p. 228.

sistaient ces présents. Déjà, on se le rappellera, l'annaliste liégeois nous a appris que la Sainte Épine était accompagnée d'autres dons, de l'une des couronnes du roi, et *d'ung calice de platene d'or.*

Dans une pièce imprimée à Liége, in-4° de deux feuillets, sans nom d'imprimeur, intitulé : « *La rejouissance sur la naissance de Monseigneur le Dauphin,* laquelle s'est faite à Liége le 29 septembre 1638, se trouve à la page 2 l'indication suivante :

« La messe fut célébrée par Monsieur le chantre de S. Jean Evangeliste » dans l'église des Frères Prescheurs où l'on voit encore la cappe royale de » S. Louys et sa couronne et quelques autres marques de sa libéralité fort » precieuses et curieuses » [1].

Voici maintenant le témoignage des PP. Martène et Durand qui firent quelque séjour à Liége au commencement du dix-huitième siècle, et qui visitèrent la maison des Pères Dominicains le 5 septembre 1723, en compagnie du baron de Crassier, antiquaire liégeois bien connu et du jurisconsulte Louvrex.

« On y conserve une croix très-belle, dans laquelle il y a du bois de la vraie croix ; une épine de la couronne de Notre Seigneur, donnée par Saint Louis, comme il parois par ses lettres qu'on nous fit voir : un calice d'un très-beau travail, dans le pied duquel il y a du bois de la croix de Notre Seigneur, donné aussi par Saint Louis : un ornement du manteau de ce saint Roy, qui sert le jour de sa feste, le jour de Noël à la messe de minuit, et le jour de l'Épiphanie [2]. »

Si l'on compare ces lignes avec le texte du chroniqueur liégeois encore inédit que nous citons plus haut, nous trouvons le don royal augmenté d'une croix très belle, contenant du bois de la vraie croix et d'un ornement sacer-

[1] Un exemplaire de cette pièce imprimée se trouve dans la collection de M. le chevalier X. de Theux, qui a bien voulu nous en donner communication.

[2] *Voyage littéraire de deux Bénédictins,* t. II, p. 182.

dotal fait avec le manteau du Saint roi. Il est toujours question du calice dont parle Van Den Berch, et surtout de l'épine de la couronne du Christ, mais, chose étrange, il n'est fait aucune mention de la couronne royale, objet qui, cependant, devait être du plus haut intérêt pour les deux Bénédictins français qui avaient l'œil exercé de l'archéologue, ainsi que l'intelligence des monuments historiques! Il est hors de doute toutefois que la couronne passa sous leurs yeux. Mais nous allons rencontrer un autre Bénédictin qui, ne s'occupant pas des autres objets, fixe son attention exclusivement sur cette couronne dont il nous a conservé un dessin reproduit par la gravure, tandis que S.-P. Ernst se contente de copier à peu près le renseignement transmis par les deux Bénédictins, sans parler de la couronne royale [1].

Le Père de Montfaucon, travaillant à son important ouvrage : *Les monuments de la monarchie françoise*, orné, comme on le sait, d'un grand nombre de gravures devenues bien précieuses en ce qu'elles reproduisent des objets qui généralement n'existent plus, — voulut y faire figurer l'une des pièces d'orfévrerie données par Saint Louis. Mais ce fut la couronne, à la fois insigne royal et reliquaire, qu'il désirait reproduire par les planches de son livre. Pour en obtenir le dessin, il s'adressa alors au baron de Crassier, avec lequel il était depuis longtemps en relations épistolaires. Une lettre datée de Paris, 22 octobre 1725, fait connaître le désir du célèbre Bénédictin [2]. Son obligeant correspondant ne tarda point à y satisfaire.

Les reliques de la Passion données aux Pères Dominicains passaient pour avoir une vertu miraculeuse. Un demi-siècle avant la lettre du Père de Montfaucon, il a été publié à Liége une brochure de quelques pages, relatant un miracle opéré par l'application de la Sainte Épine. Nous en citerons un passage, ces lignes contenant, sur la forme du reliquaire, un renseignement que nous ne trouvons pas dans les auteurs qui se sont occupés de ce sujet.

Il s'agit d'une religieuse, pauvre Claire, tombée malade à la suite d'une émotion subite, un saisissement, et qui, ayant eu vainement recours aux soins

[1] *Tableau historique et chronologique des suffragans ou co-évêques de Liége*, p. 315.

[2] *Correspondance de Bernard de Montfaucon, bénédictin, avec le baron de Crassier, archéologue liégeois*, publiée par Ulysse Capitaine, p. 51.

de plusieurs médecins, demanda des secours à la relique de la Sainte Épine. Celle-ci ayant été apportée par un Père Dominicain du nom de Mathias Bombée, « elle — la religieuse — pria avec émotion qu'il voudrait lui laisser appliquer la croix et la Sainte Épine à la poitrine, lieu de son mal, et l'ayant quelque peu de temps tenue serrée avec ses mains sur son estomac, elle demanda à boire pour faire épreuve si elle pouvait bien avaler » [1].

Tels sont les principaux renseignements que l'on retrouve sur les reliquaires, sujets de cette étude, avant la suppression du couvent des Pères Dominicains.

Il eût été très-intéressant de connaître les raisons pour lesquelles Saint Louis portait au prieur et aux PP. Dominicains de Liége l'affection dont il parle dans la lettre datée de Senlis, et dont les reliques avec leurs riches récipients, la couronne et le manteau royal, sont les gages éclatants. Car, de ce que nous avons énuméré un assez grand nombre d'épines de la Sainte Couronne données à des abbayes, à des couvents et à un évêque, — épines qui, sans doute, étaient toutes enchâssées dans des reliquaires plus ou moins riches dont, suivant l'usage, les lettres d'envoi ne font aucune mention, le prix des reliques étant estimé trop haut pour qu'il soit fait état des récipients, — il faudrait se garder de conclure que le don fait à la maison dominicaine de Liége ne fût pas d'une splendeur extraordinaire, même pour la munificence de Saint Louis. Il est facile d'établir, par des comparaisons, que le royal donateur entendait honorer d'une manière tout exceptionnelle, ceux auxquels les reliquaires étaient adressés.

Si nous prenons pour point de comparaison le don fait six ans avant celui de Liége, mais adressé d'une manière très authentique à l'ancienne et illustre

[1] Voir *Miracle approuvé, arrivé l'an 1684, en la personne de Jeanne Françoise Mauger, Religieuse pauvre Clarisse, guérie par l'application de la S. Épine miraculeuse donnée par S. Louis Roy de France l'an 1267 aux R.R. P.P. Precheurs de Liége, et honorée dans leur Église et Couvent. A Liége, chez Henry Hoyoux, sur la place des RR. Pères Jésuites, à Saint-François Xavier, MDCLXXXIV.*

abbaye de Saint Maurice d'Agaune, dont le roi de France était chanoine, nous nous trouvons en présence de récipients d'une grande simplicité. La Sainte Épine s'y voit sous deux verres, enchâssée dans une monture elliptique portée sur un pied dont le principal ornement est un nœud à côtes et une inscription en lettres majuscules. L'encadrement des verres est rehaussé de perles et de quelques fleurons. La hauteur du reliquaire est de 25 centimètres.

La parcelle de la vraie croix est contenue dans une monstrance, sans pied, en forme de croix au pied fiché, comme on dit en langage héraldique. Elle est ornée de cinq médaillons; celui du centre représentant un *Agnus Dei*, et les autres les emblèmes évangélistiques; la hampe et la traverse sont couvertes d'élégants rinceaux; les extrémités de la croix se développent en une sorte de fleur de lis. La hauteur actuelle du reliquaire qui a peut-être perdu son pied est de 29 centimètres. — Sans doute, les deux reliquaires sont composés avec la pureté de goût de la plus belle époque de l'orfévrerie française, et l'exécution est traitée avec soin et recherche. Les deux planches XXXIII et XXXVI du bel ouvrage de M. Aubert sur l'abbaye de Saint Maurice donnent une idée très exacte de ces deux pièces d'orfévrerie, mais il suffit de les examiner pour reconnaître que ces reliquaires ne sauraient être mis en parallèle, ni comme importance, ni comme valeur au point de vue de l'art, avec le don offert aux Frères Prêcheurs de Liége.

Le lien qui unissait ces derniers au saint roi reste donc à expliquer; malheureusement les renseignements historiques font entièrement défaut, ou tout au moins les recherches que nous avons faites dans ce sens sont restées sans résultat.

Assurément, rien n'est mieux établi historiquement que l'affection de Louis IX pour l'Ordre de Saint Dominique en général. Comme le rappelle l'un de ses historiens les plus récents et les plus éloquents, il aimait à donner à ceux qui s'étaient donnés à Dieu : aux Frères Mineurs, aux Frères Prêcheurs surtout [1]. Afin de mieux peindre la prédilection de son héros pour cette famille monastique, le même auteur rapporte encore que lorsque le

[1] *Saint Louis*, par Wallon. Tours, Alfred Mame, 1878, p. 42.

saint roi était dans un couvent et que la cloche appelait les moines aux écoles, il s'y rendait avec eux. Il allait particulièrement aux écoles des Frères Prêcheurs, et s'asseyait humblement sur un carreau à terre devant celui qui professait [1]. Aussi, une femme qui croyait avoir à se plaindre de Saint Louis, osa lui adresser des injures auxquelles l'humilité du roi ne lui permit pas de se montrer bien sensible : « Tu n'es que de la race des Frères Mineurs et des Frères Prêcheurs, lui dit-elle, — des prêtres et des clercs! »

Louis IX aimait les fils de Saint Dominique. C'est parmi eux qu'il choisissait ses confesseurs, ses amis, et l'on dit que souvent il recevait à sa table l'un des plus illustres d'entre eux, Saint Thomas d'Aquin. Aussi ce n'est pas sans de bonnes raisons qu'un artiste Dominicain; — le frère Angélique de Fiesole — qui connaissait bien l'histoire de l'Ordre dont il portait l'habit, a, dans le ravissant tableau représentant le couronnement de la Sainte Vierge, exécuté pour un autel de l'église de son couvent et conservé aujourd'hui au Musée du Louvre, — représenté Saint Louis tout entouré de saints appartenant à l'Ordre des Frères Prêcheurs. Le fondateur de l'Ordre est immédiatement au-dessus du roi de France, et celui-ci semble encore dans les régions éthérées du Paradis s'entretenir avec Saint Thomas d'Aquin, l'auteur inspiré de l'office d'une des fêtes les plus solennelles de la chrétienté, instituée par suite de l'inspiration d'une sainte liégoise [2].

Mais encore une fois son affection pour l'Ordre des Frères Prêcheurs qui, en 1221, — cinq ans après sa fondation et l'année même de la mort de Saint Dominique, — comptait déjà soixante maisons réparties dans les huit provinces d'Espagne, de Provence, de France, de Lombardie, de Rome, d'Allemagne, d'Angleterre et de Hongrie, et qui, en 1267, avait peuplé de ses couvents alors au nombre de plusieurs centaines, tous les pays du monde chrétien, — cette prédilection générale de Saint Louis, disons-nous, n'explique nullement la magnificence des dons offerts par lui au prieur et à la maison

[1] *Saint Louis*, par Wallon. Tours, Alfred Mame, 1878, p. 48.

[2] Dans sa *Vie de Fra Angelico de Fiesole*, M. P. Cartier assure que Saint Louis était du Tiers-Ordre de Saint Dominique, voy. p. 145. C'est possible, mais il est certain que Saint Louis était tertiaire de l'Ordre de Saint François comme l'établissent un assez grand nombre d'œuvres d'art où il est représenté sous le costume franciscain.

de Liége. Déjà nous avons rappelé que cette maison appartenait à la province de France.

Saint Louis n'a jamais été à Liége. Il faut donc chercher dans l'amitié qu'il portait à l'un ou l'autre frère de Saint Dominique, dans ses rapports avec les hommes les plus distingués de l'Ordre et dans leurs relations avec la maison de Liége, la cause des dons faits à celle-ci. Peut-être le couvent abritait-il, en 1267, l'un des religieux envoyés en ambassade à Constantinople afin d'en rapporter la Sainte Couronne?

Il convient de rappeler ici que le rôle historique d'André de Lonjumeau est loin d'être terminé après l'ambassade à Constantinople qui eut pour objet d'apporter la Sainte Épine en France. Nous le retrouvons accompagnant le roi à sa première croisade; Saint Louis étant arrivé en Chypre, en 1248, y reçut un message fort courtois et même amical du Khan de Tartarie, et il fut si charmé de la démarche du prince infidèle qu'il fit traduire en latin la lettre du Khan par le frère André et en envoya copie à la *Reine Blanche.* Bien plus, le roi voyant, comme cela lui arrivait parfois dans les incidents de la politique, les avances du musulman au travers du prisme de son angélique piété, crut que ce commencement de négociation pourrait amener peut-être la conversion du Khan au christianisme. Il lui envoya une ambassade et parmi les envoyés du roi, il y avait trois Frères Prêcheurs : André, Jean et Guillaume. Mais il fut décidé qu'André de Lonjumeau serait à la tête de l'ambassade, non-seulement afin d'honorer son mérite reconnu, mais encore à cause de sa connaissance des nations et des pays que l'ambassade devait traverser. Ce ne fut que deux ans plus tard, en 1251, qu'André et ses compagnons retournèrent auprès de Saint Louis. Ils le trouvèrent à Césarée, en Palestine, occupé à fortifier cette place. André de Lonjumeau était encore en Palestine en 1253. Après cette date, il n'est plus question de lui. Est-il mort vers cette époque? Est-il retourné dans l'une ou l'autre maison de l'Ordre, de la province de France, peut-être à Liége? On comprend que le champ des conjectures est vaste : peut-être convient-il de chercher ailleurs les motifs de la bienveillance royale pour la maison de Liége.

Ainsi Théobald, archidiacre de Liége, se trouvait à Paris, précisément dans l'année où les reliques furent envoyées par Saint Louis. Sans doute celui-ci

était en relations avec ce saint personnage qui devait monter sur le trône papal en 1271, sous le nom de Grégoire X, et qui demeura toujours profondément dévoué à l'Ordre de Saint Dominique, auquel, suivant quelques auteurs, il appartenait à titre de tertiaire. Enfin, Gérard de Liége, *Gerardus leodiensis,* lecteur au couvent de cette ville, auteur d'un livre qui a été beaucoup lu au moyen âge, *liber de doctrina cordis,* et qui fut surnommé « le divin » à cause de sa science, de son éloquence et de la sainteté de sa vie, fut en relations avec le chancelier de Paris à propos de l'institution de la fête du Saint Sacrement, et ces relations peuvent également avoir été un lien entre le Saint roi et la maison qu'il a honorée de ses présents.

Le couvent de Liége n'était pas d'une importance exceptionnelle. Toutefois, pendant plusieurs siècles, il semble être resté fidèle à l'esprit de l'Ordre et aux règles de sa fondation ; aussi les renseignements historiques sur cette communauté ne sont-ils pas très-abondants. Elle prit de l'extension et se développa. Lorsqu'une assemblée générale de l'Ordre qui se tint à Cologne au mois de mai 1427 fut dissoute, 387 religieux Dominicains passèrent par Liége. Si tout ce monde fut hébergé dans la maison bâtie sous Robert de Torote, il est permis de conclure de ce fait que celle-ci était très-spacieuse. Les religieux firent une procession solennelle le jour de la Fête-Dieu, et le lendemain on vit arriver à Liége cinquante autres Pères Dominicains.

C'était à l'église des Pères Dominicains qu'en l'année 1468, si néfaste pour le pays de Liége, Imbercourt, nommé régent par Charles le Téméraire, duc de Bourgogne, assistait chaque jour à la messe. Logé primitivement à l'hôtel de ville, il ne s'y croyait pas en lieu sûr. Il quitta « la Violette » c'est ainsi que se nommait la maison communale, pour occuper l'habitation d'un patricien appelé Cloes d'Amagne, située au Pont-d'Ile. A l'aide d'un pont de bois qu'il avait fait construire, il communiquait, du jardin de cette habitation, avec l'église des Frères Prêcheurs [1].

L'église des Dominicains avait été complétement reconstruite en 1674. C'était une rotonde couverte d'une coupole dans le style italien qui avait une si grande vogue alors. Le peintre Bertholet Flémalle qui vivait en relations

[1] Voir Loyens, *Recueil héraldique,* p. 177.

d'amitié avec les Pères Dominicains, avait fait un plan très somptueux pour la reconstruction de leur église ; afin de mieux faire comprendre sa composition, il avait même exécuté un modèle réduit de l'édifice projeté. Le plan de l'artiste ne fut réalisé qu'en partie. La charpente de la coupole qui passait pour un chef-d'œuvre fut construite par l'un des religieux de la maison; il s'appelait frère Columban.

Les Pères Dominicains eurent d'assez nombreuses relations avec les artistes du pays de Liége, et plusieurs des peintres les plus distingués du XVIIe siècle, entre autres Douffet et Bertholet Flémalle furent inhumés dans leur église.

Mais il est temps de porter notre attention sur les reliquaires donnés par Saint Louis.

RELIQUAIRE MONSTRANCE DE LA SAINTE ÉPINE [1].

La hauteur de ce reliquaire est de 1 mètre 5 centimètres. Il est en argent doré.

Cette belle pièce d'orfévrerie se compose d'un pied établi sur un plan hexagone dont les angles reposent sur de petits lions *passants;* en s'élevant, le pied forme six pans ou facettes sur lesquels vient, reliée par quelques moulures, se fixer la tige du reliquaire.

Cette tige, divisée en deux parties à peu près égales dans le sens de sa hauteur par un nœud peu remarquable, s'épanouit en une sorte de chapiteau dont l'encorbellement vient recevoir un édicule également à six pans, d'un caractère architectural.

C'est à la hauteur de cet édicule que, primitivement, la couronne d eSaint Louis a été fixée par deux fortes broches en argent qui la maintenaient dans un plan horizontal. Récemment la couronne a été séparée de la monstrance, afin de permettre de mieux étudier, séparément, ces deux monuments de l'orfévrerie.

[1] Voir planche I, fig. B.

L'édicule, dont la partie supérieure se trouve au milieu du reliquaire, s'amortit par un toit en forme de flèche assez aiguë sur laquelle vient se poser une boule en cristal de roche, traversée au milieu par une tige en métal, et sur laquelle est établie la croix dont le centre contient la Sainte Épine.

Nous allons décrire cette croix, en commençant par la face antérieure ou l'avers [1].

Le centre de la croix est formé par un disque, un cercle complet; au milieu du disque la relique est placée sous une feuille de cristal de roche en forme de *vesica piscis*, tracée dans le sens vertical. Autour de cette *vesica* quatre médaillons du même tracé, mais un peu plus petits, remplissent ce qui reste du cercle, en ne laissant que deux triangles ornés de trèfles formés par des ajours.

Sur les quatre médaillons en forme d'amande, les symboles évangélistiques, gravés et dorés, se détachent sur un fond d'émail bleu translucide.

Dans le sens de la hauteur comme dans le sens de la largeur, ce disque central est fixé sur la croix par quatre grandes fleurs dont la forme affecte plus ou moins celle du lis, et qui sont ornées chacune d'une pierre fine et de trois perles dont la sertissure se détache également sur un champ d'émail bleu translucide; les pierres sont une sorte de lapis, un rubis balais, un grenat et un saphir; chaque pierre est accompagnée de trois perles fines.

Le contour du disque est encore orné, entre ces grandes fleurs, de quatre autres fleurs plus petites, mais de même forme, enrichies de quatre perles fines chacune.

Viennent ensuite, sur les bras de la croix et à la partie supérieure, trois médaillons ronds ou roses, ornés de filigranes très-déliés d'un dessin architectural rappelant les roses des cathédrales, et dont le centre est formé par une perle fine.

L'extrémité des trois branches de la croix s'épanouit en une sorte de trèfle dont les feuilles se terminent d'une manière aiguë, et ornée chacune de cinq pierres, rubis et saphirs.

[1] Voir planche II.

Enfin, par une disposition très originale, la croix vient, à son extrémité inférieure, s'appuyer sur un croissant décoré d'émaux cloisonnés verts, d'une délicatesse extrême et dont les losanges sont relevées par des points blancs et rouges. Travail qui se retrouve sur le revers comme sur l'avers du croissant, dont les extrémités sont finement nuancées de vert turquoise clair et de rouge.

Sous ce croissant on voit une pierre noirâtre dont la nature n'est pas facile à déterminer; elle est posée directement sur la boule de cristal par laquelle s'amortit le toit aigu de l'édicule dont nous venons d'indiquer la place dans la disposition générale du reliquaire.

Les angles de ce toit sont ornés de six rangs de douze pierres chacun, dont les sertissures très-saillantes forment, en quelque sorte, les crochets de ce minaret. Le plat des versants est enrichi par des pierres de plus grande dimension : topazes, améthystes, agates et un camée antique; vient ensuite l'édicule proprement dit, à six pans ajourés par des fenêtres ogivales, terminés par des gables dont les rampants sont garnis de crochets et s'appuient sur des contre-forts à minarets.

Nous avons décrit le bas du reliquaire. Toutefois nous devons rappeler que sur le pied se trouvent cinq lentilles circulaires de cristal de roche, protégeant les reliques désignées par des inscriptions.

1. DE · CONFESSORIBVS.
2. DE · APOSTOLIS.
3. IOH · BAPT · MAR · MAGD.
4. DE · MARTIRIBVS.
5. DE · VIRGINIBVS.

Ce pied est également orné de plusieurs camées et de pierres antiques taillées, d'un ordre secondaire.

REVERS DE LA CROIX[1].

Dans la décoration de ce côté du reliquaire, on remarque dans le cercle supérieur, au-dessus de la Sainte Épine, une tête de Christ dont la gravure se

[1] Voir planche III.

détache sur un fond d'émail translucide. Cette tête est placée au centre de deux triangles qui se pénètrent réciproquement, de façon à former de petits triangles remplis d'émaux de différentes couleurs. Le nimbe du Christ est rouge.

Le reste des bras et la tige verticale de la croix sont ornés d'émaux très-curieux et très-habilement traités. Ils représentent des sujets profanes. Ce sont des paysages, des arbres, puis des chiens poursuivant des cerfs, des lièvres, etc. Ces sujets sont taillés avec beaucoup de fermeté dans le métal et couverts d'émail vert, jaune et bleu des nuances les plus harmonieuses.

Il est à regretter que ce reliquaire ait eu à souffrir, moins des siècles passés dans le trésor des Frères Prêcheurs sans doute, que des voyages qu'il a eu à subir plus tard. — Comme dans d'autres œuvres d'orfévrerie de même style et où l'on a employé les mêmes procédés, la matière colorante vitrifiée des émaux translucides s'est détachée par éclats, laissant à nu la gravure destinée à la recevoir et à la retenir dans ses creux. D'autres détails d'un travail délicat ne sont pas restés intacts. Si la relique elle-même n'est plus entière, nous en connaissons la cause; Van den Berch nous a appris que le prince-évêque Groesbeck en a obtenu une portion des Pères Dominicains.

L'étude de l'ensemble de cette pièce d'orfévrerie, — en faisant abstraction de la couronne avec laquelle elle est représentée en B, dans notre planche I, — porte à croire que c'est un travail qui a subi des remaniements considérables; que ce n'est pas une œuvre conçue et exécutée d'un seul jet. Voici les raisons qui nous portent à émettre cette opinion.

Les proportions de la tige et de l'édicule qui la surmonte s'accordent mal avec la croix terminale; ces deux éléments de l'ensemble ne paraissent pas avoir été faits l'un pour l'autre. Peut-être faut-il même aller plus loin, et séparer encore du reste de la croix, le cercle orné à l'avers de quatre émaux translucides en forme d'amande et qui contient la relique, comme une œuvre isolée dans l'origine, une sorte de phylactère que plus tard on a fait entrer dans un travail remanié.

La transition entre la croix et la flèche de l'édicule est loin d'être heureuse; formée par un croissant, puis deux parties sphériques superposées, elle semble bien plutôt un expédient de rajustage, que le détail organique de

la conception d'un artiste. Remarquons encore que la partie inférieure de la tige de la croix, — celle qui vient poser sur le croissant — est élargie sur les côtés par un petit perlé qui ne se retrouve ni sur les bras de la croix, ni sur la partie supérieure de la tige.

Enfin, le croissant sur lequel pose la croix, — par sa forme aussi bien que par la nature du travail, — paraît de provenance orientale. C'est sans doute un trophée rapporté de terre sainte que l'on aura utilisé pour enrichir le reliquaire.

Nos planches II et III permettent de se rendre compte de ces détails.

LA COURONNE [1].

La couronne, en argent doré, a 205 millimètres de diamètre à sa base. Elle se compose d'un bandeau de huit plaques articulées qui, dans la partie supérieure, se développent en une sorte de fleur de lis. Chacune de ces plaques a une largeur de 60 millimètres sur une hauteur de 38, sans la fleur de lis. Cette dernière n'est pas toujours d'égale hauteur dans les huit plaques; il y a une alternance à cet égard. Les quatre plus élevées ont 105, les quatre autres 90 millimètres de hauteur.

Les huit plaques sont reliées entre elles par de fortes charnières, masquées par des figurines d'anges aux ailes éployées, posées sur une petite console moulurée et se détachant sur un champ de forme carrée, orné de filigranes. Ces petites séparations verticales, couvrant les charnières des couronnes, se nomment *bastonnez* dans les anciens inventaires des trésors royaux. La hauteur de ces petits anges jusqu'au sommet des ailes, y compris le socle, est de 72 millimètres; la largeur du champ sur lequel se détache la figurine est de 15 millimètres.

Chacune de ces plaques contient une relique recouverte par une feuille de cristal de roche, dont la dimension et la forme sont mises en rapport avec la relique qu'elle doit protéger. Le reste de la plaque avec sa fleur de lis est richement orné de pierres fines en forme de cabochons et de perles. Parmi

[1] Voir planche IV.

ces pierres on remarque quelques intailles antiques. Les contours supérieurs des fleurs de lis sont bordés de pierres plus petites, hormis la pointe qui s'amortit par une pierre de plus forte dimension. Le peu d'espace qui reste entre les sertissures est entièrement couvert de filigranes d'où s'épanouissent d'élégantes feuilles de chêne, de même type pour toute la couronne.

Les huit figurines d'anges sont de compositions différentes. Chacune d'elles tient un livre ou une banderole, sur lesquels sont gravés les noms des reliques qui se trouvent sous la feuille de cristal au milieu de la plaque, à droite de l'ange et que celui-ci indique de la main. Ainsi, sur la plaque frontale on voit une petite croix en bois, à double traverse. L'ange qui se trouve à gauche tient un phylactère sur lequel on lit :

DE LIGNO·V.

L'ange qui suit porte également une banderole avec le mot

CORONA

et quelques caractères oblitérés ; le troisième tient un livre, avec les mots

IOH · BAPT
MAR.
MAG.

le quatrième une banderole :

DE · MARTIRIB ;

le cinquième un livre :

DE · VIRG
INIB

le sixième un livre :

DE
CŌPE
SS

le septième une banderole :

DE · APOSTOLIS.

le huitième un livre :

DE · L
ACE
A

Les pierres précieuses dont l'emploi est le plus fréquent dans l'ornementation des plaques, sont : les rubis ou les grenats, les turquoises, les saphirs, l'onyx, l'améthyste, le lapis-lazuli; les perles y figurent aussi en assez grand nombre; enfin quelques sertissures sont aujourd'hui vides, notamment celle, qui, à la plaque antérieure, contenait, d'après le dessin publié par Montfaucon, un camée antique.

Le père Montfaucon, qui, au surplus, n'a probablement jamais vu cette belle pièce d'orfévrerie, qui ne l'a connue que par le dessin insuffisant procuré par les soins du baron de Crassier et gravé pl. XXVI du tome II des *Monuments de la Monarchie françoise*, nous paraît commettre plusieurs erreurs, dans la note dont il accompagne cette gravure.

D'abord, le savant Bénédictin dit que la couronne est en or; elle est simplement en vermeil. Puis, il ajoute :

« Elle est conservée comme une relique dans le trésor des RR. PP. Dominicains de Liége. Le dessin m'a été envoyé par M. le baron de Crassier qui a un grand goût pour les monuments anciens de cette espèce. Cette couronne n'a aucune des marques des couronnes des rois de France. Je ne doute pas que Saint Louis n'en ait fait présent aux Dominicains auxquels il était fort attaché pendant toute sa vie, mais je croirais volontiers qu'il l'avait fait faire pour quelque statue de saint, des apôtres. Les anges qu'on y voit tout autour semblent le persuader. »

On ne comprend pas bien la force de ce dernier argument. A en juger par le laconisme extrême de la note, il est permis d'admettre que personne n'a rendu le père Montfaucon attentif, ni au fait que la couronne est articulée, ni

aux reliques qui s'y trouvent, ni enfin aux légendes dont les anges sont porteurs.

Si même l'on n'est pas disposé à accorder une autorité absolue au texte de l'annaliste liégeois que nous avons cité et qui dit que Saint Louis a envoyé aux Pères Dominicains « une de ses couronnes », ni à la tradition qui existait à cet égard à Liége, il est d'autres considérations qui paraissent déterminer l'usage auquel celle-ci était destinée.

La première assurément, c'est que ce diadème se compose de huit pièces qui, s'articulant au moyen de charnières, était destinée à prendre la forme de la tête et, par conséquent à être portée. Sous ce rapport, le joyau que nous étudions, est établi d'une manière plus commode que d'autres couronnes qui existent encore, et dont l'usage, que nous sachions, n'a jamais été contesté. Nous citerons à cet égard la couronne de l'impératrice Sainte Cunégonde, conservée dans le trésor de S. M. le roi de Bavière [1], et qui ne se compose que de six plaques articulées. Le même trésor possède une autre couronne, laquelle, tout en ayant été attribuée à Henri II, empereur d'Allemagne [2], ne paraît pas plus ancienne que la nôtre, avec laquelle elle offre d'ailleurs plus d'une analogie. Elle ne se compose aussi que de six plaques et devait, par conséquent, plus difficilement s'adapter à la forme de la tête.

Cette couronne nous permettra encore de rencontrer en passant l'objection présentée par l'auteur des *Monuments de la Monarchie françoise.* Des figurines d'anges s'élèvent au-dessus de chaque charnière. D'ailleurs, les plaques sont ornées de pierres cabochons, et de filigranes s'épanouissant en feuilles de chêne, comme dans la couronne de Saint Louis.

Il semble donc hors de doute que celle-ci ait été portée; et si elle a été posée sur une tête de souverain, elle n'a pu l'être que sur celle du royal donateur. Mais nous devons insister ici plus particulièrement sur la présence des reliques insignes que le pieux roi tenait en plus haute vénération; parce qu'elles ont été associées à la Passion du Christ, — le Roi des Rois, comme dit le donateur dans sa lettre aux Frères Prêcheurs. — Certes, en présence

[1] Voir *Histoire des arts industriels au moyen-âge,* par Jules Labarte. Atlas, pl. XLI.

[2] *Ibid.,* pl. XLVIII.

de ses sentiments de piété et de vénération, Saint Louis n'aurait pu permettre l'introduction de ces parcelles sacrées dans un simple diadème décoratif destiné à l'ornement de quelque statue; il eût regardé un acte de cette nature comme une véritable profanation.

L'introduction de reliques dans la couronne des souverains, et surtout la présence d'une parcelle de la couronne d'épines du Christ, est loin d'ailleurs d'être un fait isolé, et il n'est pas difficile d'en trouver d'autres exemples. Nous n'aurons même pas besoin de sortir du pays pour cela. Dans la belle couronne conservée à la cathédrale de Namur, et qui paraît y avoir été envoyée de Constantinople dans les premières années du XIIIe siècle, se trouvent deux petites capsules contenant des épines de la couronne du Christ [1]. Le cercle intérieur de la célèbre couronne de fer de Monza a été, dit-on, forgé avec l'un des clous de la Passion, et pour cette raison la couronne de Lombardie peut être rangée aussi au nombre des couronnes reliquaires. Sur la croix qui surmonte la couronne royale de Bohême et qui a été faite pour Charles IV, on lit en minuscules gothiques l'inscription : *hic est spina de corona Domini*, et cette croix qui provient, paraît-il, d'une couronne plus ancienne encore, est considérée comme un reliquaire. Toutefois, la Sainte Épine n'est pas visible extérieurement [2].

Si, maintenant, il était encore nécessaire d'insister sur l'origine et l'usage du diadème que nous décrivons, nous trouverions dans sa forme même un argument de plus pour combattre ceux qui pourraient partager le doute émis par le Père Montfaucon. Nous avons fait ressortir déjà la configuration de la couronne disposée en huit fleurons en forme de fleur de lis qui alternent, quatre grands et quatre petits. Un archéologue moderne qu'il faut presque toujours citer lorsqu'il s'agit des monuments de l'art du moyen-âge, Viollet-le-Duc, dit précisément dans son *Dictionnaire du mobilier français :* « On ne voit les couronnes fleuronnées que sur les têtes *des rois et des reines*, et

[1] Voir l'intéressante notice de M. E. Aus'm Weerth : *La Couronne de la cathédrale de Namur et son écrin*, traduite au tome IX des ANNALES DE LA SOC. ARCHÉOLOGIQUE DE NAMUR, avec des notes de M. Chalon.

[2] Voir *Kroninsignien Böhmens*, par F. Bock, MITHEILUNGEN DER K. K. CENTRAL COMMISSION ZUR ERFORSCHUNG UND ERHALTUNG DER BAUDENKMALE, t. II, pp. 251-255.

habituellement, à dater de 1250, les fleurons sont au nombre de huit, quatre principaux et quatre intermédiaires plus petits », et quelques lignes plus loin il ajoute encore : « Il semblerait que, dès le XIII[e] siècle, la couronne à quatre grands fleurons et à quatre plus petits fût spécialement affectée aux *rois et reines de France*, et que les autres personnages de sang royal, ou ayant le titre de roi, dussent être coiffés de couronnes à huit fleurons égaux [1]. »

Nous avons dit que la couronne que nous venons de décrire est fixée au reliquaire de la Sainte Épine seulement par deux fiches en argent. Il est évident d'autre part, que la couronne royale et le reliquaire auquel elle est fixée, forment chacun une œuvre d'orfévrerie complète en soi, et que l'artiste qui les a exécutés, si, chose bien douteuse, c'est le même artiste, n'a pas prévu leur réunion. Ici se pose donc la question de savoir si la réunion de ces deux reliquaires, — la couronne contenant aussi un fragment d'épine — remonte à Saint Louis, ou bien si elle a été faite à une époque relativement récente, par le caprice des Frères Prêcheurs ?

Nous croyons qu'il faut adopter la première de ces hypothèses.

Ceux qui ne connaissent que superficiellement l'histoire du XIII[e] siècle, et l'esprit dont était animé Louis IX, pourraient peut-être témoigner quelque surprise en voyant une couronne royale, fixée, en quelque sorte, comme accessoire à un reliquaire. Mais ce fait ne semblera nullement étrange, lorsque l'on se rappellera combien, dans tout ce qui touchait aux insignes de l'autorité souveraine, ces temps héroïques de la foi catholique aimaient à associer les sentiments religieux dont ils étaient pénétrés. Il suffirait peut-être de faire observer que, comme nous trouvons des reliques, et particulièrement celles de la couronne d'épines, placées dans les couronnes des rois et des souverains, — devenir ainsi des reliquaires en conservant cependant le caractère d'insigne de l'autorité suprême — on ne s'étonnera plus, en présence surtout de la grande piété du roi de France, de le voir disposer de sa propre couronne pour honorer et glorifier, en quelque façon, la croix reliquaire renfermant une particule de la couronne de douleur du Christ-Roi.

[1] Voir *Dictionnaire du mobilier,* par Viollet-le-Duc, t. III, pp. 514 et 515.

Rappelons ici, seulement en passant, que la plupart des cérémonies du couronnement, au sacre des empereurs et des rois, avaient un caractère essentiellement religieux. Dans cette circonstance, les empereurs d'Allemagne étaient revêtus solennellement de vêtements identiques aux vêtements sacerdotaux. Ils portaient l'aube, la dalmatique, *dalmatica imperialis,* le manteau, *pluviale* ou *pallium imperiale*, et presque tous les autres vêtements de moindre importance que portent les évêques en officiant pontificalement.

Il est donc parfaitement admissible que le royal donateur ait lui-même fait fixer sa couronne au reliquaire de la Sainte Épine.

Nous trouvons, d'ailleurs, la pensée d'entourer des insignes de la royauté, comme d'un hommage suprême, les instruments de la Passion « du Roi des Rois » ou bien les autels qui lui sont élevés, dans d'autres circonstances encore de la vie de Louis IX.

Dans une lettre patente datée de Villeneuve en Heiz, en 1261, six ans avant la lettre adressée aux Frères Prêcheurs, le roi fait tirer du trésor royal, pour les remettre à l'abbé de Saint-Denis, près de Paris, deux couronnes ornées de pierres précieuses, que son aïeul, Philippe-Auguste, avait fait faire pour le couronnement des rois et des reines de France, et une troisième couronne, plus petite, que les rois avaient l'habitude de porter au repas, le jour de leur couronnement. Saint Louis veut que ces insignes soient placés dans le trésor de l'église de Saint-Denis, — avec d'autres ornements et vêtements royaux, et d'autres couronnes des rois, ses prédécesseurs, — afin de les placer autour de l'autel de la basilique abbatiale, pour en rehausser l'éclat et la décoration, aux jours des grandes fêtes, — « ainsi qu'on a l'habitude de le faire avec d'autres couronnes. » — Toutefois, le roi a soin de faire ressortir que les couronnes, ornements etc., ne sont donnés qu'à titre de dépôt; il maintient pour ces insignes de la royauté, le droit de possession à ses successeurs et à lui-même, et l'abbé de Saint-Denis doit, à son tour, lui délivrer des lettres patentes par lesquelles il s'engage à restituer les ornements royaux à première réquisition [1].

[1] *Ludovicus Dei gratia Francorum Rex... Notum facimus quod nos duas coronas aureas cum lapidibus pretiosis que ab inclite recordationis Rege Philippo auo nostro pro coronandis*

A ce document il n'est pas sans intérêt de comparer une miniature sur vélin qui semble contemporaine de Saint Louis et qui se trouve dans le manuscrit n° 5716, conservé à la Bibliothèque nationale, à Paris.

Cette peinture représente Louis IX vénérant les saintes reliques. Il est à genoux, devant un autel à *ciborium,* sur lequel sont placés plusieurs reliquaires. On remarque notamment deux croix, dont la plus grande est à double traverse. Sur la nappe d'autel, au pied de ces croix-reliquaires, est placée une couronne dont la forme est à peu près semblable à celle que le roi porte sur la tête. Derrière Saint Louis, à quelque distance, on voit une troupe de religieux debout; ils sont de différents Ordres, mais l'un d'eux, plus en évidence et qui paraît tourner les feuillets d'un psautier pour chanter l'office, est Dominicain. Nous ne savons si le naïf artiste qui a peint la miniature a voulu figurer une scène déterminée, mais assurément, s'il avait voulu représenter Saint Louis vénérant les reliques enchâssées avant de les envoyer aux Frères Prêcheurs de Liége, il ne s'y serait pas pris autrement [1].

regibus et reginis Francorum olim facte, in thesauris regiis seruabantur et unam coronulam auream cum lapidibus pretiosis quam consueuit rex die coronacionis sue in prandio deportare, dilectis nostris abbati et conuentui beati Dyonisii in Francia custodiendas commisimus et deposuimus in thesauro ecclesie memorati gloriosissimi martiris Xristi, ut de ipso thesauro cum aliis indumentis et ornamentis regalibus pro coronandis regibus et reginis Francorum assumantur et in sollempnitatibus precipuis circa altare una cum aliis coronis regum Francorum predecessorum nostrorum ad ornatum et decorem altaris eiusdem secundum quod de coronis aliis consueuit, collocentur... Promiserunt autem nobis abbas et conuentus predicti et nobis de hoc suas patentes litteras concesserunt quod coronas et coronulam antedictas, nobis et nostris successoribus regibus Francorum tradent sine difficultate uel contradictione quacumque, quociens a nobis uel ipsis successoribus nostris pro coronacione regum uel reginarum seu pro alia causa quacumque fuerint requisiti. In cuius rei memoriam presentes litteras sigilli nostri fecimus impressione muniri. Actum apud Uillam Nuouam en Heiz, anno Domini M° CC° LX° primo, mense mayo.

Voir le beau *fac-simile* de ce document dans *Saint Louis,* par H. Wallon. Tours, Alfred Mame, 1878, p. 418. — M. Ernest Aus'm Weerth, dans l'intéressant travail consacré à la couronne du trésor de Namur, traduit et annoté par M. Chalon, cite toute une série d'empereurs et de rois qui ont fait hommage de leur couronne aux sanctuaires pour lesquels ils avaient une dévotion particulière.

[1] Voyez la gravure de cette miniature en tête de la préface de *Jean sire de Joinville,* par M. Natalis de Wailly. Paris, Firmin Didot, 1874.

RELIQUAIRE MONSTRANCE DE LA SAINTE CROIX [1].

Hauteur : 1 mètre 32 centimètres.		
Largeur des bras inférieurs de la croix :	46 centimètres.	
Largeur des bras supérieurs	»	32 »
Largeur du pied	»	27 »
Épaisseur	»	16 $^{1}/_{2}$ millimètres.

Le reliquaire se compose d'une croix à double traverse dont les six extrémités se terminent par une fleur de lis de grand style, et d'un pied à formes architecturales se développant d'un plan géométral octogone. Ces deux éléments divisent, à peu près en deux parties égales cette belle pièce d'orfévrerie.

La relique, — d'assez fortes particules de la vraie croix, — a naturellement sa place à la face antérieure, au point d'intersection de la tige et des bras inférieurs de la croix qui sont les plus développés. Elle est protégée par une feuille de cristal de roche.

L'ornementation des six extrémités de la croix est exactement la même quant au dessin; la fleur de lis s'épanouit d'un quatre-feuille dont les bords moulurés se poursuivent autour des fleurs. A l'intérieur, les quatre-feuilles sont décorés par une losange dans laquelle une petite rose, en platine d'or découpée, se détache sur un fond d'argent niellé.

A la hauteur des bras supérieurs se trouvent également, sous une feuille ronde en cristal de roche, différents morceaux d'anciens tissus, fixés sur une feuille de parchemin. Des caractères d'une écriture oblitérée et qui, jusqu'à présent, n'a pu être déchiffrée, se voient sur ce morceau de parchemin. Le reste de la face antérieure de la croix n'a d'autre ornementation que les pierres précieuses montées en cabochons et quelques perles. Ces pierres, avec leur riche sertissure, la couvrent avec profusion, mais sont disposées avec ordre et beaucoup de goût.

Les pierres ont été au nombre de cent (il en manque cinq actuellement); il

[1] Voir planche I, fig. A et planche V.

y a, en outre, six grosses perles. Ces pierres sont des améthystes, du cristal de roche, du lapis lazuli, etc.

Si la face antérieure est plus riche par sa décoration lapidaire, le revers de la croix offre plus d'intérêt au point de vue de l'art, par son ornementation plastique.

Au centre, à la hauteur de la première traverse, se trouve, dans un quatre-feuille, le Christ assis, comme juge du monde. En dessous, au centre de la seconde traverse, dans le même encadrement, un *Agnus Dei*. A droite et à gauche du Christ, sur les quatre-feuilles d'où se développent les fleurs de lis des extrémités, un évangéliste sur un siége, ayant devant lui un pupitre. Ces deux figurines ont des attitudes étrangement contournées. L'une d'elles, qui paraît être Saint Jean, semble se retourner pour écouter la voix qui l'inspire dans son travail, l'autre est occupée à tailler sa plume. Aux quatre autres extrémités se trouvent les symboles des évangélistes, placés dans l'ordre traditionnel.

Aigle

Lion Bœuf

Ange

Chacun des animaux est posé sur un livre; l'ange le tient en main. Toutes ces figurines en relief sont dorées et se détachent sur un fond niellé. Au Christ et à l'*Agnus Dei* le fond du quatre-feuille est décoré de feuilles de vigne; aux symboles des Évangélistes ce sont des feuilles de chêne, la végétation s'enlevant en blanc sur un fond niellé noir. Le plat de la tige et des deux traverses est orné de trente rosettes découpées dans des feuilles d'argent doré. Enfin le plat des fleurs de lis est couvert de filigranes d'une grande délicatesse et ténuité. Des tigettes se développe une charmante végétation de feuilles d'érable. Il est à regretter que les six fleurs de lis ont perdu les filigranes de la partie centrale. Le pied du reliquaire est d'un travail particulièrement remarquable et d'un caractère tout différent de la partie supérieure que nous venons de décrire.

Il s'élève sur une base octogone, comme nous venons de le dire. Quatre des angles de cette base portent sur des lions accroupis, quatre autres sur de

petits dragons fantastiques dont la tête est encapuchonnée. De ces points d'appui s'élèvent verticalement les huit pans de la base, ajourés par une arcature à lancettes aiguës posée sur une forte moulure, et marquée aux angles par un petit contre-fort. Au-dessus de cette arcature commence la partie horizontale du pied.

Celle-ci est également divisée en huit champs, dont quatre affectent la forme d'un carré irrégulier, et quatre autres la forme triangulaire. Les champs carrés sont décorés de la manière suivante : au centre, un cercle assez richement mouluré, orné de rosettes sur les moulures, et, à l'intérieur du cercle des rédents qui entourent une tête de lion en relief. Le cercle est lui-même enserré dans un quatre-lobe, bordé et orné de même; les espaces vides restés entre les lobes sont ornés d'animaux fantastiques niellés. Enfin, les quatre champs de configuration triangulaire, de même que l'espace entre les moulures des quatre-lobes et des champs carrés, sont couverts d'une riche végétation de feuilles de chêne, en filigrane. Ces filigranes sont traités avec un goût exquis; malheureusement des parties notables de cette ornementation sont perdues.

De cette base s'élève le pied proprement dit : il se compose d'un dessin entièrement architectural. Sur un plan carré s'élèvent deux étages de lancettes. Le premier et le plus développé est assis sur un soubassement bien accusé, et la lancette est surmontée d'un joli gable à crochets. Le second, plus simple, reçoit, en s'amortissant, dans la partie supérieure, la croix que nous venons de décrire. Huit contre-forts flanquent les quatre angles du pied; ils s'élèvent en ressaut à la base, et vont s'amortir en nombreux étages jusqu'aux légers pinacles dont la pointe est au niveau du point où la croix vient se fixer sur le pied du reliquaire.

Nos planches I en A, et V permettront au lecteur de se rendre compte de la composition de cette magnifique œuvre d'orfévrerie, dont la perfection, dans l'exécution des détails, répond à la beauté de la conception de l'ensemble. C'est bien là un travail magistral de l'orfévrerie du XIIIe siècle; et, en présence d'une pièce aussi achevée, nous ne nous aventurons peut-être pas trop en en attribuant la paternité à Raoul, l'orfévre favori de Saint Louis, anobli par son fils Philippe III.

Tels sont les reliquaires qui ont été oubliés, pendant plus d'un demi-siècle. Malgré leur importance, notre travail est la première étude qui leur soit consacrée. Ils sont restés inconnus aux écrivains modernes qui avaient le plus grand intérêt à les connaître. Comme nous l'avons dit, c'est en vain que l'on chercherait dans le beau travail de M. Ch. Rohault de Fleury, *Mémoire sur les instruments de la Passion de N.-S.-J.-C.* publié en 1870, la moindre indication relative aux reliques conservées à Dresde. Malgré la part si judicieuse que fait M. Wallon à l'art du XIIIe siècle dans le magnifique volume publié en 1878 sur *Saint Louis*, livre écrit d'ailleurs avec autant de charme que de savoir, ce serait vainement aussi que l'on croirait y trouver une note ou une gravure consacrée à nos reliquaires. Ces monuments de l'orfèvrerie française du XIIIe siècle sont aussi inconnus en France qu'ils l'étaient en Allemagne et dans notre pays [1]. C'est une satisfaction pour nous de penser que ces lignes et les reproductions photographiques que nous y joignons, feront entrer, pour la première fois, dans l'histoire de l'art ces monuments remarquables.

[1] Un savant français, M. Ch. de Linas, dont les travaux archéologiques jouissent d'une incontestable autorité et sous les yeux duquel nous avons mis les reproductions photographiques de notre étude, croit y reconnaître plutôt les travaux de l'orfèvrerie mosane que des œuvres de l'art français. Dans son hypothèse, Saint Louis aurait donné simplement les reliques de la Sainte Épine et de la Vraie Croix aux Pères Dominicains de Liége, laissant à ceux-ci le soin de faire confectionner les reliquaires destinés à les conserver.

Malgré notre déférence pour l'opinion du savant archéologue, il nous semble difficile d'admettre que Saint Louis qui, certainement, a donné aux Frères Prêcheurs de Liége un calice d'or, une couronne et un manteau royal, aurait ajouté à ces dons les reliques insignes de la Passion, sans récipient digne de les contenir.

L'hypothèse de M. de Linas, d'ailleurs, est en désaccord avec le sentiment de plusieurs archéologues allemands, très-distingués aussi, et qui, après avoir vu les reliquaires à Dresde, la première fois qu'ils ont été publiquement exposés, ont tous cru y reconnaître le travail de l'orfèvrerie française du XIIIe siècle. Quant à nous, nous ne connaissons pas de pièces d'orfèvrerie émanant d'artistes des bords de la Meuse offrant assez d'analogie avec les deux croix reliquaires que nous venons de décrire, pour nous permettre de leur attribuer celles-ci avec quelque fondement.

Si, cependant, à la suite d'une étude plus approfondie M. Ch. de Linas confirmait sa première impression, et si, après des recherches nouvelles, son opinion pouvait devenir une certitude, nous serions, en ce qui nous concerne, très-heureux de pouvoir faire honneur de ces reliquaires aux orfèvres de notre pays.

Mais, au commencement de notre étude, nous avons dit que ce n'était pas à ces croix-ostensoirs et à la couronne royale que s'était bornée la générosité du roi Louis IX à l'endroit des Frères Prêcheurs de Liége. A ce don, déjà si somptueux pourtant, il avait joint un ornement liturgique fait d'un de ses manteaux et un magnifique calice en or. Que sont devenus ces objets si précieux qui, eux aussi, ont disparu lors de la suppression du couvent des Pères Dominicains?

Sur ce point l'histoire est muette et nos recherches sont restées sans résultat; nous voudrions bien ne pas abandonner l'espoir de les voir, à leur tour, remettre au jour par quelque heureux hasard. Nous voudrions espérer aussi voir retrouver la lettre originale de Saint Louis que les moines avaient conservée avec un soin religieux aussi longtemps que leur maison fut debout. Mais, encore une fois, la destinée de ces pièces historiques est restée inconnue. Nous n'avons trouvé qu'un seul document, une lettre de Bassenge aîné, procureur de la commune de Liége, lequel se rapporte peut-être à notre sujet, et projetterait, dans ce cas, une regrettable lueur sur l'objet de nos recherches. Nous transcrivons :

« 26 messidor, an IV (14 juillet 1796).

N° 592.

» Au Commissaire près l'Administration municipale de Liége.

» Les Dominicains de Liége, citoyen collègue, avoient sauvé, près Chevremont, deux caisses contenant des effets à eux. Par hazard j'ai découvert cette cache et à ma requête le Commissaire près le canton de Fleron s'est transporté au lieu indiqué et a déniché la couvée. Les Dominicains ont alors déclaré eux-mêmes que ces caisses contenoient des effets cachés là par ordre de quelques-uns d'entre eux. Sans doute, *les cachants* (sic) ne se justifieront pas d'avoir gardé le silence jusqu'à ce que nôtre découverte leur ait délié la langue. Quoi qu'il en soit, voilà ces caisses arrivées, les Dominicains m'en préviennent, et ils voudroient avoir quelqu'un qui fût présent à leur ouverture. Veuillez donc requérir l'Administration municipale de députer quelqu'un. Cette besogne étant une conséquence du répertoire déjà fait par elle.

» Salut fraternel,

» Bassenge, aîné. »

Il est probable que les Pères Dominicains ne se justifièrent point d'avoir caché deux caisses contenant « des effets à eux » comme le dit le citoyen Bassenge avec une éloquente simplicité qui a bien son prix. Il est probable aussi que l'Administration communale fit sa perquisition avec la conscience et le zèle qu'elle avait, à cette époque, coutume d'apporter à toutes les besognes où il s'agissait de mettre la main sur le bien d'autrui. Mais il y a lieu de croire aussi que les deux caisses soustraites avec tant de soin à ses investigations contenaient des objets auxquels la communauté dominicaine attachait un grand prix.

Déjà, depuis le mois de mars 1793, l'argenterie et l'orfévrerie des églises de Liége allaient, transportées par fourgons bien chargés, se fondre au creuset de la monnaie de Lille. A cette époque aussi, on utilisait dans la même ville, les parchemins des magnifiques archives des ducs de Bourgogne à faire des gargousses pour l'armée française.

Il suffit de rappeler ces faits pour laisser deviner le sort des dons offerts par Saint Louis, si, renfermés dans les caisses découvertes par le sieur Bassenge, ils sont tombés entre les mains de l'Administration requise pour assister à l'ouverture des caisses.

Il reste à expliquer comment les reliquaires que nous venons de décrire furent remis au jour.

En 1875, on eut la pensée d'organiser une exposition rétrospective d'arts industriels à Dresde. Cette exhibition devait se faire sous les auspices de la famille royale de Saxe, dans l'une des salles du palais de Kurland.

Comme on désirait donner à l'exposition le plus de relief possible, S. M. la Reine mère, LL. AA. RR. le prince Georges et la princesse Carola, devenue Reine depuis, donnèrent à M. le professeur Charles Andreae, peintre d'histoire, la mission de faire des recherches minutieuses dans les différents palais royaux, et de leur signaler tous les objets pouvant figurer avec succès à l'exposition des arts industriels projetée.

Ce fut en se livrant à ces perquisitions que M. Andreae découvrit, de la manière la plus inattendue, les monuments de l'orfévrerie que nous venons d'étudier.

M. le professeur Andreae mit immédiatement sa découverte sous les yeux

de la famille royale et tout le monde s'accorda à reconnaître une très-haute valeur artistique à ces pièces d'orfévrerie. Exposées publiquement à l'exhibition des arts industriels, elles firent sensation et plusieurs des archéologues les plus autorisés de l'Allemagne, entre autres MM. Schmidt de Vienne et Bock d'Aix-la-Chapelle, après les avoir examinées avec le plus grand soin, confirmèrent le jugement formulé par les augustes propriétaires et l'artiste inventeur. L'avis des connaisseurs fut unanime pour attribuer les reliquaires au XIIIe siècle, et en rapporter le travail au règne de Saint Louis.

Nous devons ajouter que nous fûmes, dès cette époque, informé de cette trouvaille par M. le professeur Andreae, notre ami d'enfance et avec lequel nous n'avons cessé de rester en relations épistolaires depuis nos premières années d'étude. Nous devons ajouter encore que, lors de cette révélation, il ne nous vint pas à la pensée de mettre cette découverte en rapport avec l'histoire monastique du pays de Liége.

Cependant à Dresde on chercha naturellement à connaître l'origine de ce trésor, mais on ne trouva aucun renseignement sur la source de la possession. Une sorte de tradition, à ce que l'on assurait, en faisait remonter l'origine aux relations que la famille royale de Saxe avait eues avec la France, mais il n'existait ni document, ni témoignage d'aucune sorte. Ce fut seulement plusieurs années après la découverte, que le prince Georges dit, un jour, à M. Andreae avoir entendu émettre l'opinion que ces pièces d'orfévrerie pouvaient bien venir de Belgique. Connaissant d'ailleurs les rapports d'amitié qui nous lient à cet artiste si distingué, S. A. R. pria notre ami de s'enquérir auprès de nous, si l'origine belge avait quelque chose de fondé. Ceci se passait au mois d'août 1878.

A cette époque, M. Andreae vint en Belgique et lorsque la question de l'origine des reliquaires fut posée, ce fut pour nous une véritable révélation. Nous n'hésitâmes pas un instant à penser que c'étaient les reliquaires donnés par Saint Louis aux Frères Prêcheurs de Liége en 1267. Nous avions parfaitement souvenir d'avoir dessiné, en faisant nos premières études de costume, la couronne dont la gravure a été publiée en 1730, au 2e vol. des *Monuments de la Monarchie françoise* par le P. de Montfaucon, planche XXVI; et

nous possédions quelques renseignements sur cet objet. Nous avions conservé ce dessin, et celui-ci, mis sous les yeux de M. Andreae, suffit à constater immédiatement l'identité des reliquaires retrouvés.

Cependant M. le professeur Andreae nous pria de rédiger une note historique d'après les renseignements fournis par les auteurs liégeois sur le don fait par Louis IX aux Pères Dominicains, ces informations devant, disait-il, intéresser à un haut point le royal propriétaire des pièces d'orfévrerie retrouvées au palais de Brühl.

Cette note fut écrite sans retard, et, en échange des informations que nous apportions, nous obtînmes gracieusement du prince Georges la permission de faire prendre sur les monuments originaux les clichés photographiques et les moulages dont nous avions besoin pour faire connaître, dans l'étude que nous comptions leur consacrer, les reliquaires du couvent des Dominicains de Liége. C'est à l'amitié de M. Andreae et aux démarches qu'il a bien voulu faire pour nous, que nous devons la photographie des planches qui accompagnent ce travail.

Nous avons encore à faire connaître comment les reliquaires sauvés se trouvent actuellement en possession de la famille royale de Saxe.

La maison des Pères Dominicains de Liége fut supprimée en 1796. La plupart des religieux dispersés prirent la route de l'exil. Il paraît que, dès la première invasion française, la couronne et les reliquaires donnés par Saint Louis avaient été transportés à Leipzig, par les soins du père Saint-Trond, procureur du couvent de Liége. Lorsque les religieux eurent perdu tout espoir de reconstituer un jour leur communauté, l'un d'entre eux, le père Mossay [1] céda les reliquaires avec leur contenu à la princesse Caroline

[1] Le R. P. Mossay est né à Fraiture, sur l'Amblève. Il prit ses grades de théologie en Allemagne, car il n'était encore qu'étudiant lorsqu'il fut chassé du couvent de Liége. Après avoir été attaché, à titre d'aumônier, à plusieurs maisons princières, il fut précepteur des enfants du duc de Parme, et c'est grâce à la protection de celui-ci que, plus tard, il obtint une chaire de professeur à l'Université de Gratz. Sa science et sa vertu étaient hautement appréciées par le clergé et les fidèles de cette ville. Il y mourut le 25 décembre 1834.

Nous devons ces renseignements biographiques à l'obligeance du R. P. Raymond Biolley, des Frères Prêcheurs, qui a eu la bonté de nous donner d'autres indications précieuses pour notre travail, tirées des historiens de son Ordre.

de Saxe. — Ceci a dû se passer en 1803 ou 1804. — A cette époque, en effet, une sorte d'enquête sur l'authenticité des reliques fut ouverte auprès de quelques religieux Dominicains vivant à Liége, par Mgr Casimir, baron de Stockheim, évêque de Canope, autrefois suffragant de Liége. Deux anciens membres de la communauté, le Père Davenne et le Père Leduc, l'un et l'autre autrefois prieurs de la maison de Liége, déclarèrent, par écrit, que les reliques avaient toujours été regardées comme authentiques et exposées publiquement à la vénération des fidèles. Cette déclaration est datée du 20 mars 1804, et comme le résultat de cette enquête fut envoyé à Dresde, il est hors de doute qu'elle a été faite à la demande de la princesse Caroline [1].

[1] Voir *Mémoires pour servir à l'histoire monastique du pays de Liége*, par le P. J.-B.-A. Stéphani, publiés par J. Alexandre. Liége, 1877, t. II, p. 110.



B. A. PL. I.



Phototypie par Römmler & Jonas, Dresde.



Phototypie par Römmler & Jonas, Dresde.



Phototypie par Römmler & Jonas, Dresde.



Phototypie par Römmler & Jonas, Dresde.



Phototypie par Römmler & Jonas, Dresde.




3 2044 093 258 010